Penerapan Graf dan Algoritma Prim pada Pengembangan Jalur Teduh Pejalan Kaki di Institut Teknologi Bandung Ganesha

Farhan Ramadhan Syah Khair - 13517001
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13517001@std.stei.itb.ac.id

***Abstrak*—Di Kampus ITB ini terdapat berbagai macam fasilitas-fasilitas yang dapat digunakan, akan tetapi ada satu hal yang menurut saya kurang efisien. Yaitu Jalur Teduh Pejalan Kaki di Kampus ini sangatlah buruk, karena tidak semua Jalur Teduh melingkupi gedung-gedung yang berada di Kampus ini yang menyebabkan ketika sedang turun hujan seringkali kita harus rela basah untuk berpindah gedung apabila kita tidak membawa payung. Oleh karena itu Jalur Teduh di ITB harus di-*upgrade* agar masalah kehujanan dapat teratasi. Hal ini dilakukan dengan merepresentasikan Peta ITB sebagai graf berbobot dan mencari pohon merentang minimumnya.**

***Kata Kunci*—Algoritma Prim, Graf, Gedung ITB, Tree.**

I. PENDAHULUAN

Institut Teknologi Bandung (ITB) adalah salah satu Perguruan Tinggi Negeri di Indonesia yang terletak di Kota Bandung. Nama ITB diresmikan pada tanggal 2 Mareet 1959. ITB merupakan salah satu Institut Terbaik di Negeri ini. Namun dengan predikatnya sebagai salah satu Institut Terbaik di Negeri ini tidak menutup kemungkinan bahwa ITB masih punya suatu kekurangan.

Gambar 1. Kampus ITB Ganesha (sumber: https://infokampus.news/peringkat-itb-versi-ristekdikti/)

Salah satunya yaitu sempitnya lahan yang tidak sebanding dengan jumlah mahasiswa di ITB Ganesha ini yang menyebabkan pembangunan Gedung-Gedung di ITB Ganesha terkesan tidak berkelanjutan dan terkesan seperti membangun gedung sendiri-sendiri tanpa memikirkan aspek yang lain.

Pemangunan di ITB memiliki satu masalah yang terdengar sepele padahal masalah tersebut dapat merepotkan bagi warga ITB itu sendiri.

Masalah tersebut adalah berupa Jalur Teduh di ITB yang tidak efisien dan bahkan tidak mencakup semua wilayah atau gedung di Institut Teknologi Bandung. Padahal ketika musim penghujan tidak semua mahasiswa membawa payung dan apalagi kebanyakan dari mahasiswa tersebut membawa laptop yang tidak boleh basah, sehingga menyebabkan perjalanan atau pembelajaran mahasiswa ITB terhambat karena tidak adanya jalur teduh ke beberapa gedung tertentu.

Gambar 2. Salah satu jalur teduh di ITB Ganesha (sumber: https://www.itb.ac.id/news/read/5240/home/pmb-itb-2016-tapak-langkah-pertama-mahasiswa-baru-itb)

Sebenarnya ada banyak faktor yang perlu dipertimbang saat memaksimalkan jalur teduh pejalan kaki di ITB Ganesha. Faktor-faktor tersebut antara lain gedung-gedung di ITB, jarak antar gedung-gedung di ITB, Parkiran Motor dan Mobil, dan Pintu Masuk ITB. Akan tetapi makalah ini hanya akan memfokuskan pada jarak antar gedung-gedung di ITB Ganesha saja.

Salah satu solusi untuk mengembangkan jalur teduh pejalan kaki di ITB Ganesha adalah dengan menggunakan algoritma Prim. Gedung-gedung di ITB dapat direpresentasikan sebagai suatu simpul (*node)* pada graf berbobot dengan bobot setiap lintasan merupakan jarak antar gedung-gedung di ITB Ganesha.

II. LANDASAN TEORI

Dalam bab ini akan dijelaskan teori yang berkaitan, yaitu graf, graf berbobot, dan algoritma prim.

A. Graf

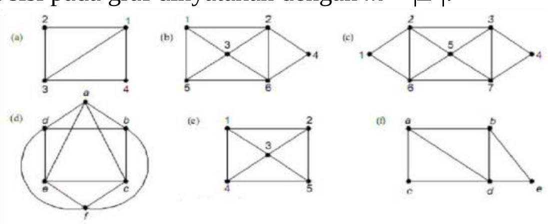
Graf adalah pasangan himpunan yang terdiri dari himpunan simpul (*node)* dan himpunan sisi (*edge)* yang menghubungkan simpul. Graf dapat ditulis dengan notasi $G = (V, E)$ dengan V merupakan himpunan tidak kosong dari simpul dan E merupakan himpunan yang mungkin kosong dari sisi.

Himpunan simpul pada graf tidak boleh kosong, sedangkan dengan himpunan sisi pada graf diperbolehkan kosong. Hal ini berarti sebuah graf diperbolehkan tidak memiliki sisi asalkan graf tersebut memiliki setidaknya satu buah simpul. Graf yang hanya terdiri dari satu simpul saja dinamakan graf trivial.

Simpul pada graf dapat diberi tanda atau nama berupa huruf, angka, atau gabungannya. Sisi pada graf yang menghubungkan dua simpul x dengan y dapat dinyatakan dengan pasangan (x, y) atau dengan lambang e_1, e_2 dan setelahnya. Dapat disimpulkan bahwa sebuah sisi e yang menghubungkan simpul x dan y dapat ditulis sebagai berikut :

$$e = (x, y)$$

Kardinalitas graf adalah jumlah simpul pada graf. Kardinalitas graf dapat dinyatakan dengan $n = |V|$, sedangkan jumlah sisi pada graf dinyatakan dengan $m = |E|$.



Gambar 3. Berbagai jenis graf (sumber: http://anggaraagusyoga.blogspot.co.id/2011/09/graf-eulerdan-hamilton.html)

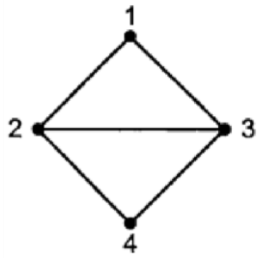
1. Jenis-Jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa jenis berdasarkan dasar pengelompokan yang berbeda. Dasar pengelompokan tersebut adalah ada atau tidaknya sisi ganda atau sisi kalang pada graf, berdasarkan jumlah simpul, maupun berdasarkan orientasi arah sisi pada graf.

Berdasarkan ada atau tidaknya sisi ganda atau sisi kalang:

a. Graf Sederhana

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda.



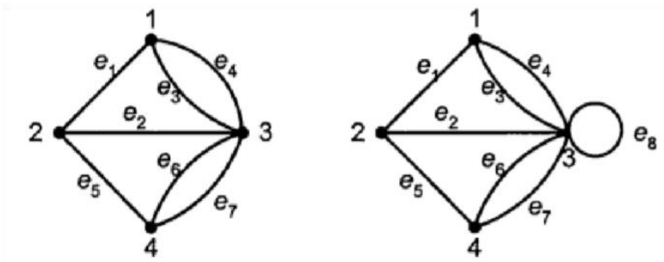
Gambar 4. Graf sederhana (sumber: Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3.)

b. Graf Tak Sederhana

Graf tak sederhana merupakan kebalikan dari graf sederhana. Graf tak sederhana mengandung sisi ganda atau gelang. Graf tak sederhana dibagi lagi menjadi dua macam, yaitu graf ganda dan graf semu.

Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Sisi ganda dari suatu pasang simpul dapat lebih dari dua buah. Setiap graf sederhana juga merupakan graf ganda, tetapi tidak setiap graf ganda merupakan graf sederhana.

Graf semu adalah graf yang mengandung gelang. Sebuah gelang adalah suatu sisi yang menghubungkan simpul yang sama.



Gambar 5. Graf tak sederhana (kiri) graf ganda (kanan) graf semu (sumber: Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3.)

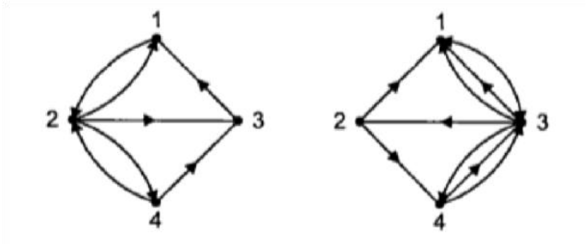
Berdasarkan orientasi arah pada sisi:

a. Graf Tak Berarah

Graf tak berarah adalah graf yang sisi-sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf ini, urutan penulisan pasangan simpul pada sisi tidak relevan. Sisi (x, y) dan (y, x)merupakan sisi yang sama.

b. Graf Berarah

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya memiliki orientasi arah. Sisi pada graf berarah dapat juga disebut busur. Berbeda dengan graf tak berarah, urutan penulisan pasangan simpul pada sisi relevan. Sisi (x, y) dan (y, x)merupakan dua sisi yang berbeda. Pada busur (x, y), simpul x dinamakan simpul asal dan simpul y dinamakan simpul terminal.



Gambar 6. Graf berarah (kiri) graf berarah sederhana (kanan) graf-ganda berarah (sumber: Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3.)

2. Terminologi pada Graf

Ada beberapa terminologi/istilah yang berhubungan dengan graf.

Berikut adalah beberapa terminologi pada graf:

a. Bertetangga

Dua buah simpul pada suatu graf tak berarah dikatakan bertetangga bila kedua simpul tersebut dihubungkan oleh sebuah sisi. Pada graf berarah, dua buah simpul dikatakan bertetangga bila dihubungkan oleh sebuah busur.

b. Bersisian

Sebuah sisi dikatakan bersisian dengan kedua simpul yang dihubungkannya. Dengan kata lain, sebuah sisi e = (x, y), sisi e bersisian dengan simpul x dan simpul y.

c. Simpul Terpencil

Sebuah simpul terpencil adalah simpul yang tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya. Sebuah simpul terpencil dapat juga dinyatakan sebagai sebuah simpul yang tidak bertetangga dengan satupun simpul lainnya.

d. Graf Kosong

Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong. Dengan kata lain, graf kosong tidak memiliki sisi dan semua simpulnya merupakan simpul terpencil.

e. Derajat

Derajat suatu simpul pada graf adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Derajat sebuah simpul x dapat dinyatakan sebagai $d(x)$. Sebuah simpul x yang merupakan simpul terpencil adalah simpul dengan $d(x) = 0$.

Sebuah gelang pada graf semu dihitung berderajat dua. Sebuah sisi gelang (x, x) dihitung bersisian pada simpul x dua kali.

Pada graf berarah, derajat simpul dibedakan berdasarkan jumlah busur dengan simpul tersebut sebagai simpul asal dan simpul terminal. Untuk sebuah simpul a,

$d_{in}(x)$ merupakan derajat masuk (jumlah busur yang masuk ke simpul x),

$d_{out}(x)$ merupakan derajat keluar (jumlah busur yang keluar dari simpul x), dan

$d\,(x) = d_{in}(x) + d_{out}(x)$

f. Lintasan

Lintasan dengan panjang n dari simpul awal x ke simpul tujuan y dalam suatu graf adalah barisan simpul-simpul dan sisi-sisi yang menunjukkan arah dari simpul x ke simpul y melewati beberapa simpul dan beberapa sisi sebanyak n. Terdapat dua buah lintasan dalam graf, yaitu :

- Lintasan Euler
- Lintasan Hamilton

g. Sirkuit

Sirkuit pada suatu graf adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama tanpa melewati simpul ataupun sisi yang telah dilewati sebelumnya. Terdapat dua buah sirkuit dalam graf, yaitu :

- Sirkuit Euler
- Sirkuit Hamilton

h. Terhubung

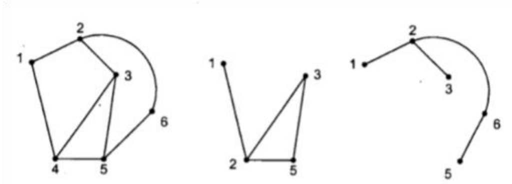
Dua simpul x dan y pada graf terhubung jika terdapat lintasan dari x dan y. Pada graf terhubung, setiap pasang simpul terhubung.

Pada graf berarah, simpul x dan y dikatakan terhubung kuat jika terdapat lintasan berarah dari x dan y dan juga dari y dan x. Simpul x dan y dikatakan terhubung lemah jika lintasan hanya terdapat satu arah, x dan y atau y dan x

i. Upagraf dan Komplemen Upagraf

Sebuah upagraf dari graf $G = (V, E)$ adalah sebuah graf $G_1 = (V_1, E_1)$ dengan $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$.

Komplemen dari upagraf G_1 adalah $G_2 = (V_2, E_2)$ dengan $E_2 = E - E_1$ dan E_2 bersisian simpul pada himpunan simpul V_2.



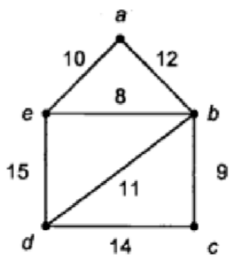
Gambar 7. Sebuah graf (kiri), upagraf (tengah), dan komplemennya (kanan). (sumber: Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3.)

j. Upagraf Merentang

Sebuah upagraf G_1 dikatakan upagraf merentang dari graf G bila upagraf G_1 menandung seluruh simpul dari G.

k. Graf Berbobot

Sebuah graf berbobot adalah graf yang pada setiap sisinya diberi sebuah bobot. Arti dari bobot ini dapat berbeda-beda bergantung pada aplikasi dari graf. Contoh masalah yang dapat dimodelkan graf berbobot adalah jarak antar kota, waktu tempuh, dan lain-lain.

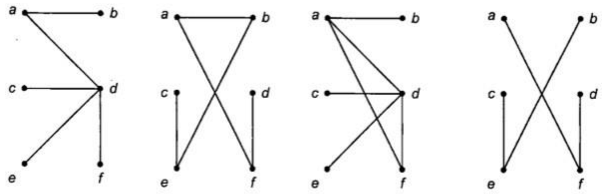


Gambar 8. Graf berbobot (sumber: Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3.)

B. Pohon

Pohon adalah sebuah graf dengan ciri-ciri tertentu. Sebuah pohon adalah graf taf berarah terhubung yang tidak memiliki sirkuit. Beberapa sifat pohon pada pohon $G = (E, V)$ adalah:

- G adalah pohon.
- Setiap pasang simpul di dalam G terhubung dengan lintasan tunggal.
- G terhubung dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
- G tidak mengandung sirkuit.
- Penambahan satu sisi pada graf akan menyebabkan graf memiliki satu buah sirkuit.
- G terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.



Gambar 9. Pohon dan bukan pohon. Dua graf paling kiri adalah pohon, dua graf paling kanan bukan pohon. (sumber: Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3.)

Kumpulan dari pohon dinamakan Hutan.

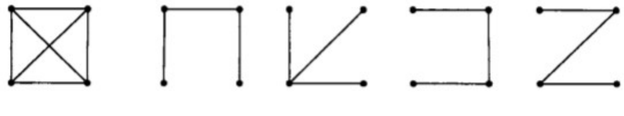
Syarat dari Hutan , yaitu :

- Kumpulan pohon yang saling lepas.

C. Pohon Merentang

Misalkan sebuah graf *G* yang merupakan graf tak berarah terhubung dan juga bukan pohon, pohon merentang dari *G* adalah upagraf merentang dari *G* yang merupakan sebuah pohon. Sebuah pohon merentang minimum dari suatu graf berbobot adalah pohon merentang dengan total bobot yang paling kecil (minimum) dibanding dengan pohon merentang lainnya dari graf yang sama.

Pengaplikasian pohon merentang minimum biasanya digunakan untuk menghubungkan kota dengan setiap kota lain agar semua kota terhubung satu sama lain.



Gambar 10. Pada paling kiri terdapat sebuah graf. Empat gambar lainnya adalah pohon merentang dari graf tersebut. (sumber: Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3.)

D. Algoritma Prim

Misalkan sebuah pohon merentang *T* dari graf berbobot *G.*

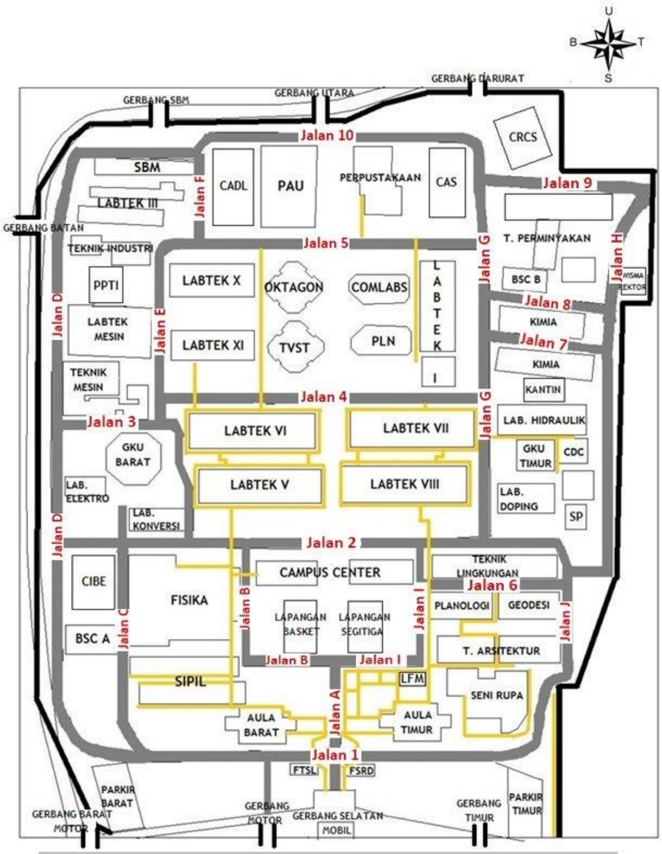
Algoritma Prim membentuk *T* sebagai pohon merentang minimum dari *G* dengan langkah satu per satu secara bertahap. Pada setiap langkah, diambil satu sisi dari *G* yang memiliki bobot paling kecil atau minimum, bersisian dengan simpul dalam *T*, tetapi tidak membentuk sirkuit pada *T*.

Langkah dari Algoritma Prim adalah sebagai berikut :

- Ambil sisi dari graf *G* yang berbobot paling kecil atau minimum.
- Masukkan ke dalam *T.*
- Pilih sisi yang memiliki bobot paling kecil atau minimum dan bersisian dengan simpul di *T*, tetapi sisi tidak membentuk sirkuti di *T.*
- Masukkan sisi ke dalam *T.*
- Ulangi langkah diatas sebanyak *n-2* kali.

III. PETA INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG GANESHA

Berikut ini adalaha Peta ITB Ganesha :



Gambar 11. Peta ITB Ganesha (sumber: http:// twitter.com/itbofficial/status/864047575237668864)

Peta di atas merupakan peta ITB Ganesha yang disertai dengan nama gedung dan nama jalan yang berada di kampus Ganesha tersebut.

Peta tersebut juga terdapat garis kuning yang menandakan jalur teduh yang berada di Kampus ITB Ganesha. Terlihat pada peta tersebut jika jalur teduh tidak mencakup seluruh area.

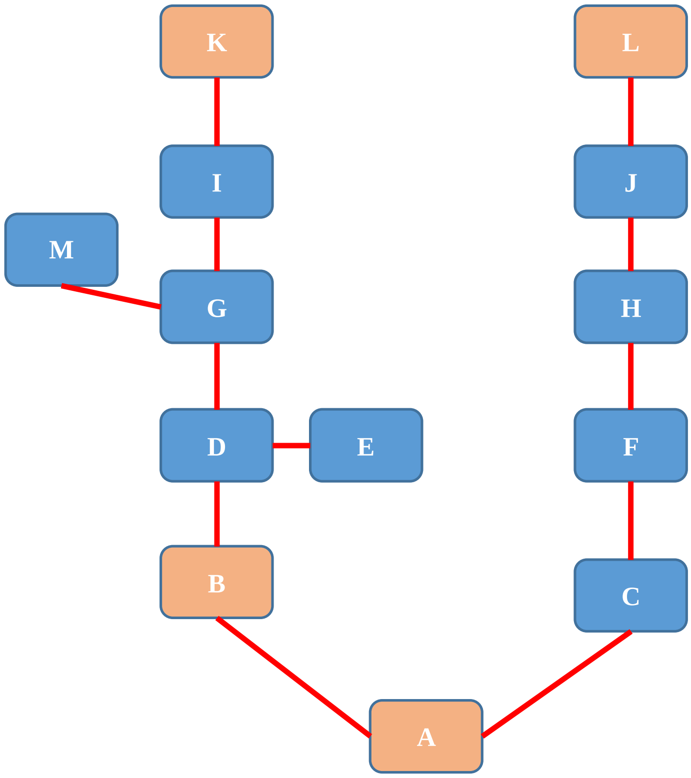
Akan tetapi peta tersebut terlalu rumit untuk dipetakan menggunakan algoritma prim sehingga peta tersebut dapat dirubah ke bentuk graf.

Peta Graf ITB Ganesha :

- Jalur Teduh ITB Ganesha

  Jalur Teduh di ITB sebenarnya sudah ada dan membentuk pohon merentang, akan tetapi belum semua area atau gedung terjangkau oleh jalur teduh yang disediakan.

Berikut *Spanning Tree* Jalur Teduh ITB Ganesha :



Tree 1. Spanning Tree Jalur Teduh

Keterangan :

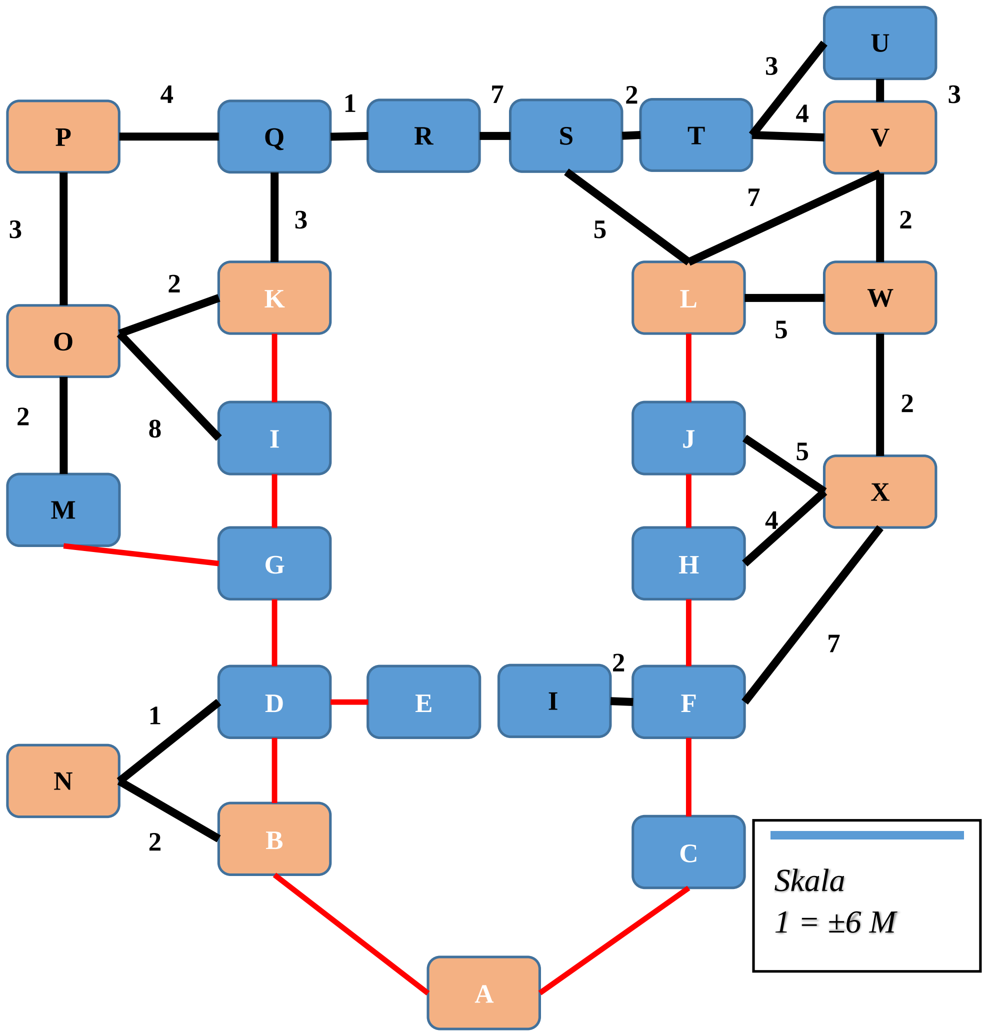
- Kotak-kotak di atas merepresentasikan simpul atau *node*.
- Warna biru menandakan simpul biasa atau *Ordinary Node* yang berarti hanya ada satu gedung di *node* tersebut.
- Warna merah menandakan simpul *super* atau *Super Node* yang berarti ada beberapa gedung di *node* tersebut dikarenakan gedung-gedung tersebut tersambung satu sama lain dengan jalur teduh sehingga bisa dianggap menjadi satu *node*.

Legenda	Keterangan
A	• ATM Center • Aula Barat • Aula Timur
B	• Gedung PSDA • Gedung Sipil
C	Labtek IX
D	Gedung Fisika
E	CC Timur
F	Gedung Teknik Lingkungan
G	Labtek V
H	Labtek VIII
I	Labtek VI
J	Labtek VII
K	• Labtek X

	• Labtek XI • Oktagon • TVST
L	• Labtek I • Lab. Fisdas • Gedung PLN
M	GKUB

Tabel 1. Informasi Tree 1.

Berikut ini adalah Graf dari keseluruhan gedung-gedung di ITB :



Graf 1. Graf Campuran

Berikut ini adalah graf campuran yang terdapat upagraf berupa *spanning tree* Jalur Teduh ITB yang dihubungkan dengan garis merah, dan graf berbobot yang telah dihubungkan sesuai dengan jarak dan kemungkinan yang mungkin untuk mendirikan jalur teduh tambahan yang akan dirancang ditandakan dengan garis hitam tebal.

Legenda	Keterangan
A	• ATM Center • Aula Barat

	• Aula Timur
B	• Gedung PSDA • Gedung Sipil
C	Labtek IX
D	Gedung Fisika
E	CC Timur
F	Gedung Teknik Lingkungan
G	Labtek V
H	Labtek VIII
I	Labtek VI

J	Labtek VII
K	• Labtek X • Labtek XI • Oktagon • TVST
L	• Labtek I • Lab. Fisdas • Gedung PLN
M	GKUB
N	• BSC-A • CIBE
O	• Lab. PPTI • Lab. Mesin • Labtek II
P	• Gedung SBM • Labtek XIV • Labtek III
Q	CADL
R	PAU
S	Perpustakaan
T	CAS
U	CRCS
V	• Labtek IV • Gedung FITB • BSC-B
W	• Gedung Kimia • Gedung Biokimia • Kantin Bengkok
X	• GKUB • Lab. Doping

Tabel 2. Informasi untuk Graf 1.

IV. Perancangan Jalur Teduh Pejalan Kaki di ITB Ganesha

Berdasarkan Graf 1 kita dapat langsung merancang jalur teduh dengan menggunakan Algoritma Prim agar Graf 1 menjadi pohon merentang minimum.

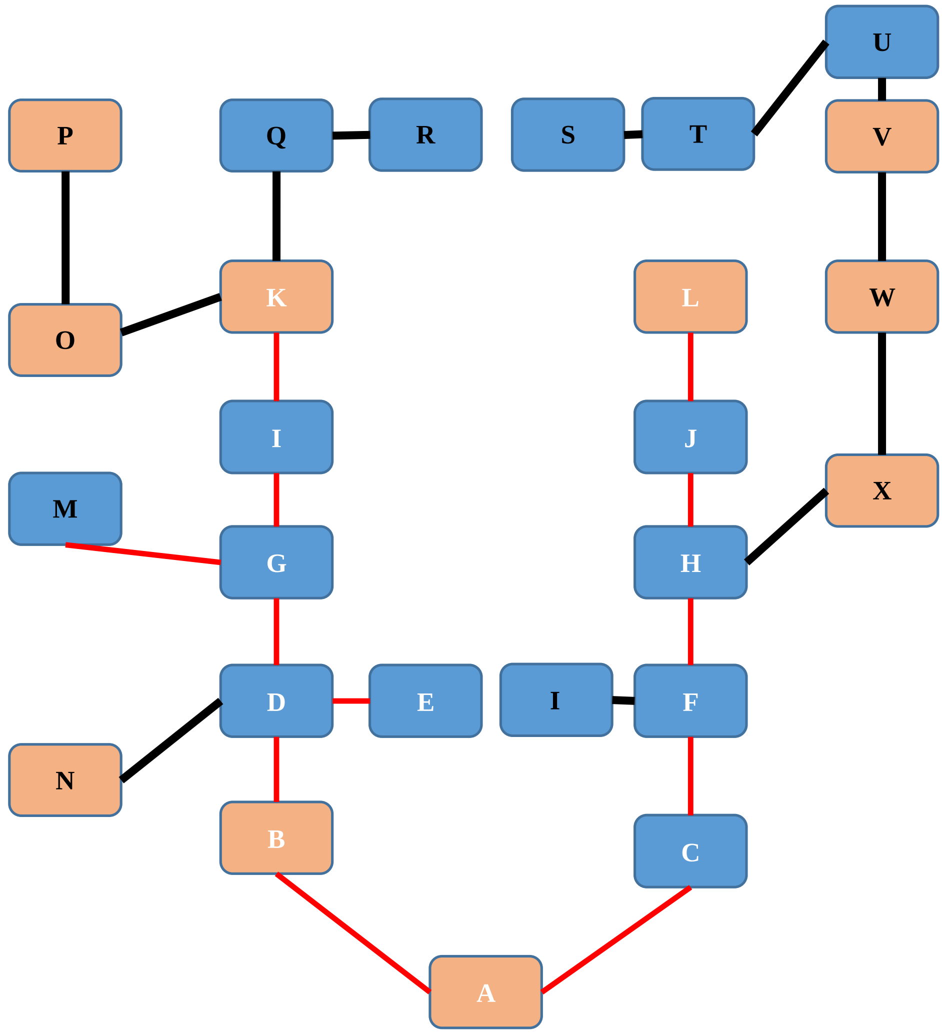
Dengan asumsi Tree 1 berbobot sebesar *X* dan pohon merentang minimum berikut ini dibentuk dengan melanjutkan pohon merentang yang telah ada sebelumnya.

Langkah-langkah membuat *Spanning Minimum Tree* sebagai berikut pada Tabel 3 :

Langkah	Sisi	Bobot (Skala / M)	Bobot Total
1	**(D, N)**	1 / 6	X + 1
2	**(K, O)**	2 / 12	X + 3
3	**(F, I)**	2 / 12	X + 5
4	**(O, P)**	3 / 18	X + 8
5	**(K, Q)**	3 / 18	X + 11
6	**(Q, R)**	1 / 6	X + 12
7	**(H, X)**	4 / 24	X + 16
8	**(X, W)**	2 / 12	X + 18
9	**(W, V)**	2 / 12	X + 20
10	**(V, U)**	3 / 18	X + 23
11	**(U, T)**	3 / 18	X + 26
12	**(T, S)**	2 / 12	X + 28

Tabel 3. Penerapan Algoritma Prim

Pohon merentang minimum yang telah didapat pada Tabel 3 dapat dilihat pada Tree 2 dibawah.
Pohon merentang minimum pada Tree 2 merupakan Jalur Teduh ITB yang baru dengan jalur tambahan yang paling sesuai dengan bangunan yang ada sekarang. Bobot total pohon merentang minimum yang telah didapat adalah X + 28 atau X + 168 M.



Tree 2. Minimum Spanning Tree Jalur Teduh ITB Ganesha

Legenda	Keterangan
A	• ATM Center • Aula Barat • Aula Timur
B	• Gedung PSDA • Gedung Sipil
C	Labtek IX
D	Gedung Fisika
E	CC Timur
F	Gedung Teknik Lingkungan
G	Labtek V
H	Labtek VIII
I	Labtek VI
J	Labtek VII
K	• Labtek X • Labtek XI
	• Oktagon • TVST
L	• Labtek I • Lab. Fisdas • Gedung PLN
M	GKUB
N	• BSC-A • CIBE
O	• Lab. PPTI • Lab. Mesin • Labtek II
P	• Gedung SBM • Labtek XIV • Labtek III
Q	CADL
R	PAU
S	Perpustakaan
T	CAS
U	CRCS
V	• Labtek IV • Gedung

	FITB • BSC-B
W	• Gedung Kimia • Gedung Biokimia • Kantin Bengkok
X	• GKUB • Lab. Doping

Tabel 4. Informasi untuk Tree 2

V. KESIMPULAN

Berdasarkan data diatas dapat disimpulkan bahwa Penerapan Matematika Diskrit terutama Teori Graf, Pohon, dan Algoritma Prim dapat menyelesaikan suatu permasalahan terutama pada Pengembangan Jalur Teduh Pejalan Kaki di ITB Ganesha.

Pengembangan Jalur Teduh Pejalan Kaki di ITB Ganesha akan bertambah sepanjang 168 Meter. Meskipun panjang jalan yang dapat ditempuh oleh setiap mahasiswa akan berbeda tergantung dengan tujuan mereka, pendekatan ini akan sangat membantu ketika sedang hujan dan tidak bisa melawan hujan agar mahasiswa tidak kehujanan meskipun mahasiswa apapun dan dimanapun selama berada di kawasan Kampus ITB Ganesha. Mahasiswa juga dapat menetukan jalan mana agar tidak kehujanan ketika sedang turun hujan dengan dilanjutkannya lajur teduh pejalan kaki di ITB Ganesha ini dengan cara pendekatan menggunakan Algoritma Prim dan Menemukan *Minimum Spanning Tree* seperti di atas.

REFERENCES

[1] Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3. Bandung: Informatika Bandung.

[2] http://www-b2.is.tokushima-u.ac.jp/~ikeda/suuri/dijkstra/Prim.shtml. Diakses pada tanggal 08 Desember 2018

[3] ahttp://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Games/Mazes.shtml. Diakses pada tanggal 08 Desember 2018

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 08 Desember 2018

Farhan Ramadhan Syah Khair
13517001