Analisis Pemodelan Graf dan Kombinatorial dalam *Board Game* Asli Indonesia The Festivals

Mgs. Muhammad Riandi Ramadhan - 13517080
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13517080@std.stei.itb.ac.id

***Abstrak*—Salah satu jenis permainan yang sedang berkembang saat ini adalah permainan berbasis papan atau bisa disebut sebagai *board game*. The Festivals adalah salah satu *board game* karya asli Indonesia tentang perjalanan pariwisata festival di Indonesia. Permainan ini ternyata dapat dimodelkan dalam bentuk graf baik dari segi papan permainan, tahapan permainan, dan proses permainan yang terjadi. Selain itu permainan ini dapat dianalisis dari segi kombinatorial untuk poin-poin yang diperoleh ataupun kombinasi tiket pesawat yang mungkin digunakan.**

Kata kunci—Graf, Kombinatorial, Board Game, Permainan.

I. PENDAHULUAN

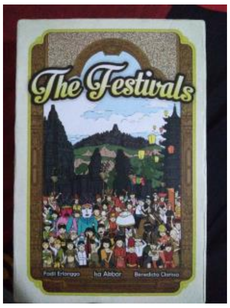
Dewasa ini, hiburan merupakan salah satu kebutuhan yang diperlukan setiap individu setelah menjalani keseharian yang padat. Salah satu bentuk hiburan yang praktis untuk didapatkan adalah *game* atau permainan. Schaller dalam Monk (2006:68) berpendapat bahwa permainan memberikan kelonggaran sesudah orang melakukan tugasnya dan sekaligus mempunyai sifat membersihkan. Permainan juga dapat diartikan sebagai kebalikan dari bekerja.

Seiring waktu, bentuk-bentuk permainan terus berkembang dalam bentuk digital ataupun non-digital. *Board game* adalah suatu jenis permainan non-digital yang mempunyai komponen utama berupa lembar persegi seperti papan. Contoh sederhana yang mudah ditemui dari *board game* adalah catur, ular tangga, uno, monopoli, dan congklak, serta ludo.

Gambar 1.1 Contoh *board game* (sumber : https://img.duniaku.net/2017/11/1511162927-Board-Games-Unboxing-1.jpg)

Perkembangan *board game* terus beranjak dari waktu ke waktu dilihat dari berbagai aspek, komponen, dan variasinya. Di Indonesia, telah muncul para kreator yang membuat *board game* yang bertemakan Indonesia ataupun tema permainan secara umum yang tidak berhubungan dengan Indonesia. Hal ini juga didukung dengan munculnya komunitas para pemain *board game* di beberapa kota di Indonesia seperti Bandung *Board Game Society*.

Board game memiliki banyak variasi yang terdiri dari segi durasi, jenis, dan tingkat kesulitan serta aspek lainnya. The Festivals merupakan salah satu *board game* asli Indonesia karya Isa R. Akbar yang memiliki tingkat kesulitan *medium light* dan durasi permainan sekitar 30-45 menit. Permainan ini dapat dimainkan oleh dua hingga empat orang sekaligus. *Board game* ini bertemakan tentang menyusun rencana perjalanan pariwisata di Indonesia untuk mengunjungi festival yang ada dan mendapatkan poin.



Gambar 1.2 *Board game* asli Indonesia The Festivals

Hampir setiap permainan, khususnya *board game,* mengandung unsur-unsur Matematika dalam komponennya. Sebagaimana *board game* lainnya, The Festivals menggunakan konsep dari ilmu Matematika dalam permainannya yaitu teori graf dan kombinatorial. Teori graf digunakan dalam jalur perjalanan yang ditunjukkan oleh papan permainan The Festivals. Para pemain dapat menggunakan jalur-jalur berbeda yang terbentuk untuk menuju ke suatu destinasi tergantung dari strategi yang digunakannya. Aspek kombinatorial juga dapat ditemui dalam permainan ini seperti pada kombinasi tiket yang digunakan untuk melakukan perjalanan dari pulau ke pulau lainnya ataupun berbagai macam kemungkinan bentuk graf setelah terjadinya badai yang menyebabkan terputusnya perjalanan antar pulau.

II. LANDASAN TEORI

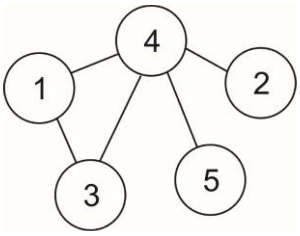
A. Graf

a) Definisi Graf

Teori graf berawal mula dari penyelesaian masalah jembatan Konigsberg pada tahun 1736. Graf merupakan salah satu bentuk dari struktur diskrit yang terdiri dari himpunan yang berhingga, yaitu himpunan simpul dan himpunan sisi. Terdapat berbagai macam bentuk graf tergantung pada apakah sisinya memiliki arah, apakah lebih dari satu sisi dapat menghubungkan pasangan simpul yang sama, dan apakah graf memiliki gelang atau kalang. Sebuah graf dapat dilambangkan dengan G yang memiliki pasangan himpunan *(V, E)*.

$$G = (V, E)$$

dengan :
V = himpunan tidak kosong dari simpul-simpul,
E = himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul.



Gambar 2.1 Contoh graf

b) Jenis-jenis Graf

Graf dapat diklasifikasikan dalam beberapa kategori tergantung pada faktor pembedanya. Pada bahasan ini, graf dapat dikelompokkan berdasarkan keberadaan sisi ganda dan gelang dan orientasi arah pada sisi.

Berdasarkan keberadaaan sisi ganda dan gelang, graf dapat dibagi menjadi dua jenis yaitu :

1. Graf sederhana.
   Graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki gelang dan sisi ganda.
2. Graf tak-sederhana.
   Graf tak-sederhana adalah graf yang memiliki gelang atau sisi ganda. Terdapat dua macam graf tak-sederhana yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang memiliki sisi ganda sedangkan graf semu adalah graf yang memiliki gelang.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dapat dibagi menjadi dua jenis yaitu :

1. Graf berarah.
   Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya memiliki orientasi arah.
2. Graf tak-berarah.
   Graf tak-berarah adalah graf yang setiap sisinya tidak memiliki orientasi arah.

c) Terminologi Dasar

Berikut ini adalah istilah-istilah dasar yang biasa digunakan dalam graf.

1. Bertetangga.
   Pada graf tak-berarah, dua buah simpul dikategorikan bertetangga jika keduanya dihubungkan langsung oleh sebuah sisi. Pada graf berarah, dua buah simpul termasuk bertetangga jika keduanya dihubungkan langsung oleh sebuah busur.
2. Bersisian.
   Jika sebuah sisi E menghubungkan simpul A dan B, maka sisi E bersisian dengan simpul A dan B.
3. Simpul terpencil.
   Simpul dikatakan terpencil jika tidak ada sisi yang bersisian dengannya.
4. Graf kosong.
   Graf kosong adalah graf yang tidak memiliki sisi sama sekali.
5. Derajat.
   Pada graf tak-berarah, derajat dari suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Pada graf berarah, derajat terbagi menjadi dua, yaitu derajat masuk dan derajat keluar. Derajat masuk adalah jumlah busur yang masuk ke simpul tersebut sedangkan derajat keluar adalah jumlah busur yang keluar.
6. Lintasan.
   Lintasan adalah jalur atau himpunan sisi yang dilalui dari suatu simpul ke simpul lainnya.
7. Siklus atau sirkuit.
   Lintasan yang dimulai dan diakhiri pada suatu simpul yang sama disebut sebagai siklus atau sirkuit.
8. Terhubung.
   Jika dua buah simpul memiliki lintasan yang menghubungkan mereka, maka kedua simpul tersebut dikatakan terhubung.
9. Upagraf dan komplemen upagraf.
   Upagraf merupakan subset dari sebuah graf dan komplemen upagraf merupakan bagian dari graf yang tidak termasuk upagraf.
10. Upagraf merentang.
    Sebuah upagraf dikatakan merentang jika memiliki semua simpul dari graf tersebut.
11. *Cut-set*.
    Cut-set dari graf terhubung adalah himpunan sisi yang jika dibuang dapat menyebabkan graf tersebut menjadi tidak terhubung.
12. Graf berbobot.
    Graf berbobot adalah graf yang memiliki nilai pada setiap sisinya.

d) Jenis Lintasan dan Sirkuit

1. Lintasan dan sirkuit Euler.
   Lintasan Euler adalah lintasan yang melalui setiap sisi dalam graf tepat hanya sekali. Sirkuit Euler adalah lintasan Euler yang memiliki awalan dan akhiran yang sama. Jika sebuah graf memiliki lintasan Euler maka ia disebut sebagai graf semi-Euler. Jika suatu graf memiliki sirkuit Euler, maka ia disebut sebagai graf Euler. Terdapat beberapa teorema terkait lintasan dan sirkuit Euler sebagai berikut.
   i. Graf tidak berarah memiliki lintasan Euler jika dan hanya jika terhubung dan memiliki dua buah simpul berderajat ganjil atau tidak ada simpul berderajat ganjil sama sekali.
   ii. Graf tidak berarah memiliki sirkuit Euler jika dan hanya jika setiap simpul berderajat genap.
   iii. Graf berarah memiliki lintasan Euler jika dan hanya jika terhubung dan setiap simpul memiliki derajat masuk dan derajat keluar yang sama kecuali dua simpul, yang pertama memiliki derajat masuk satu lebih besar dari derajat keluar, dan yang kedua

sebaliknya.

iv. Graf berarah memiliki sirkuit Euler jika dan hanya jika terhubung dan setiap simpul memiliki derajat masuk dan derajat keluar yang sama.

2. Lintasan dan sirkuit Hamilton.

Lintasan Hamilton adalah lintasan yang melewati setiap simpul dalam graf tepat satu kali. Sirkuit Hamilton adalah lintasan Hamilton yang berawalan dan berakhiran sama. Jika suatu graf memiliki lintasan Hamilton, maka ia disebut sebagai graf semi-Hamilton. Jika suatu graf memiliki sirkuit Hamilton, maka ia disebut sebagai graf Hamilton. Terdapat beberapa teorema terkait lintasan dan sirkuit Hamilton sebagai berikut.

i. Syarat cukup agar suatu graf sederhana dengan n ($\geq$ 3) simpul adalah graf Hamilton adalah jika derajat setiap simpul paling sedikit n/2.

ii. Setiap graf lengkap adalah graf Hamilton.

iii. Graf lengkap dengan n ($\geq$ 3) simpul memiliki (n – 1)!/2 sirkuit Hamilton.

iv. Graf lengkap dengan n simpul ($n \geq 3$ dan n ganjil), terdapat (n – 1)/2 buah sirkuit Hamilton yang saling lepas (tidak ada sisi yang beririsan). Jika n genap dan $n \geq 4$, maka terdapat (n – 2)/2 buah sirkuit Hamilton yang saling lepas.

B. Kombinatorial

a) Definisi Kombinatorial

Kombinatorial adalah salah satu cabang ilmu Matematika yang mengatur urutan dari kumpulan objek. Melalui kombinatorial, dapat diketahui banyak cara pengaturan objek-objek dalam himpunannya. Dengan kombinatorial, pengenumerasian semua kemungkinan jawaban tidak perlu dilakukan. Di dalam kombinatorial terdapat dua kaidah perhitungan yaitu kaidah penjumlahan dan kaidah perkalian.

1. Kaidah penjumlahan.

Jika percobaan 1 menghasilkan A hasil yang mungkin terjadi dan percobaan 2 menghasilkan B hasil yang mungkin terjadi, maka jika hanya satu di antara kedua percobaan tersebut yang dilakukan maka terdapat A+B hasil yang mungkin terjadi.

2. Kaidah perkalian.

Jika percobaan 1 menghasilkan A hasil yang mungkin terjadi dan percobaan 2 menghasilkan B hasil yang mungkin terjadi, maka kedua percobaan tersebut dilakukan maka terdapat AxB hasil yang mungkin terjadi.

Berdasarkan apakah urutan diperhatikan atau tidak, kombinatorial terbagi menjadi dua yaitu permutasi dan kombinasi.

b) Permutasi

Pada permutasi, urutan dari kumpulan objek diperhitungkan. Permutasi juga merupakan bentuk khusus dari aplikasi aturan perkalian. Misalkan terdapat n objek, urutan pertama dipilih n objek, urutan kedua dipilih dari n-1 objek, dan seterusnya hingga urutan terakhir dipilih 1 objek, maka permutasi dari n objek adalah

$$n(n - 1)(n - 2)\ldots(2)(1) = n!$$

Jika terdapat n objek dan dipilih r objek, maka jumlah susunan berbeda disebut *permutasi-r* yang dilambangkan dengan $P(n, r)$, yaitu

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)\ldots(n-(r-1)) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

c) Kombinasi

Kombinasi merupakan bentuk khusus dari permutasi. Pada kombinasi, urutan kemunculan dari objek tidak diperhitungkan. Oleh karena itu, pengambilan r objek dari n objek dengan mengabaikan urutan kemunculan adalah *kombinasi-r* yang dilambangkan dengan $C(n, r)$, yaitu

$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

C. Board Game The Festivals

a) Deskripsi Permainan

The Festivals adalah sebuah *board game* tentang perjalanan dan pariwisata dalam keberagaman festival yang ada di Indonesia. Secara garis besar, pada setiap giliran setiap pemain memilih tiket mereka secara rahasia untuk melakukan perjalanan pada delapan pulau besar di Indonesia yaitu Sumatera, Jawa, Bali, Kalimantan, Sulawesi, Maluku, Nusa Tenggara, dan Papua. Pemain pertama yang duluan sampai pada tempat diadakannya festival akan mendapatkan poin tertinggi. Permainan berakhir ketika terdapat paling sedikit satu pemain yang berhasil mengumpulkan jumlah poin sesuai peraturan.

b) Komponen Permainan

Berikut ini adalah komponen-komponen permainan yang digunakan dalam *board game* ini.

1. 4 bidak pemain.
2. 45 token tiket (15 biru, 15 hitam, 15 kuning).
3. 1 token pesawat.
4. 8 kartu pulau.
5. 2 kartu penghubung.
6. 20 kartu festival.
7. 4 layar penutup.
8. 48 token poin.
9. 3 token badai.

c) Persiapan Permainan

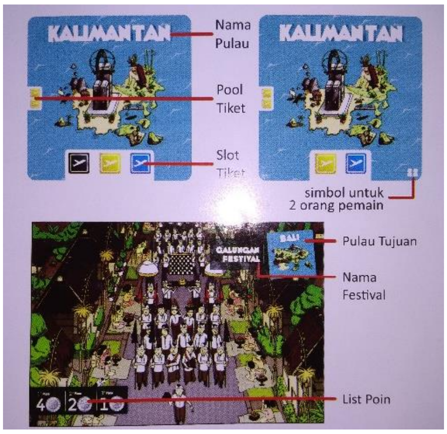
Berikut ini adalah tahap-tahap persiapan sebelum memulai permainan.

1. Susun 8 kartu pulau dan 2 kartu penghubung.
2. Setiap pemain memilih bidak dan layar penutup lalu bidak ditempatkan di Pulau Jawa dan layar penutup di depan pemain.
3. Setiap pemain memperoleh sejumlah token tiket tergantung jumlah pemain.
   - 2 pemain : 6 token tiket (2 token per warna)
   - 3 pemain : 5 token tiket (1 token per warna + 2 acak)
   - 4 pemain : 4 token tiket (1 token per warna + 1 acak)
4. Sisa token tiket yang tidak dibagikan dikumpulkan dalam suatu tempat yang dapat disebut sebagai pool tiket.
5. Semua pemain harus merahasiakan jumlah dan warna token tiket yang dimilikinya dengan cara digenggam.
6. Kocok semua kartu festival dan diletakkan pada suatu tempat dalam satu tumpukan.
7. Ambil satu kartu paling atas dari dek kartu festival, lalu

letakkan di sebelahnya sebagai festival aktif.

8. Simpan token poin di dekat pool tiket.

d) Anatomi Kartu



Gambar 2.2 Anatomi kartu

e) Cara Bermain

Permainan berlangsung selama beberapa ronde yang terbagi dalam tiga fase.

1. Fase 1 – Fase Rencana.

   Fase ini dijalankan bersama oleh semua pemain. Pemain meletakkan tiket dari suplai tiket masing-masing di belakang layar penutup dan merahasiakan warna dan jumlah tiket yang disimpan. Tiket yang diletakkan boleh kosong.

2. Fase 2 – Fase Aksi.

   Pada fase ini, semua pemain secara bersama membuka layar penutup masing-masing.

   i. Aksi Jalan

      Fase ini hanya dilakukan oleh pemain yang memasang token tiket di balik layar penutup. Urutan jalan ditentukan dari pemain yang memasang token tiket paling banyak. Pemain hanya bisa melakukan aksi jalan dengan token tiket yang telah dipasang (tidak boleh ditambah/dikurangi/diganti). Untuk melakukan aksi jalan, pemain harus meletakkan satu token tiket sesuai dengan warna pada slot tiket di pulau tujuan (letak pulau tujuan bersebelahan dengan pulau sekarang – tidak bisa bergerak diagonal). Lalu bidak digerakkan ke pulau tersebut. Semua tiket yang telah dipasang harus terpakai. Token tiket yang telah diletakkan pada slot tiket pulau tidak dapat dipindahkan atau ditarik kembali. Setiap pemain yang berhasil mendatangi festival aktif akan mendapatkan poin. Setiap kartu pulau memiliki slot kapasitas tiket yang berbeda dan satu slot hanya berlaku untuk satu token tiket dengan warna yang sesuai.

   ii. Aksi Istirahat

      Aksi ini dilakukan setelah aksi jalan telah dijalankan setiap pemain sesuai giliran. Aksi ini hanya dilakukan oleh pemain yang tidak memasang token tiket di balik layar penutup. Pemain ini boleh mengambil token tiket dari pool tiket atau pulau. Jika pemain mengambil dari pool tiket, token tiket yang diambil harus sesuai dengan warna dan simbol yang tertera pada pulau pemain tersebut berada. Jika pemain mengambil dari pulau, semua token tiket yang tersedia di tengah pulau dapat diambil. Jika pemain yang melakukan aksi ini berada di pulau tempat festival aktif, pemain ini mendapatkan poin jika masih ada urutan posisi yang belum ditempati.

3. Fase 3 – Refresh.

   i. Pengumpulan Token Tiket

      Semua token tiket yang berada pada slot tiket dikumpulkan ke tengah pulau dan akan menjadi stok token tiket untuk ronde berikutnya. Jumlah tiket yang terletak di tengah pulau harus sesuai dengan jumlah pool tiket yang tertera di setiap pulau.

   ii. Penggantian Festival

      Ambil kartu festival berikutnya dari tumpukan paling atas untuk menjadi festival aktif berikutnya.

   iii. Perpindahan Token Pesawat

      Pemain yang memegang token pesawat pada ronde ini memindahkan token pesawat ke pemain di kirinya.

f) Cara Mendapatkan Poin

Setiap pemain yang berhasil mencapai festival aktif akan mendapatkan poin sesuai dengan urutan sampai. Ambil token poin sesuai poin yang didapat dan simpan di depan pemain.

g) Akhir Permainan

Permainan akan berakhir ketika satu pemain berhasil mencapai jumlah poin tertentu bergantung pada jumlah pemain. Jika 2 pemain, maka jumlah poin adalah 30. Jika 3 pemain, maka jumlah poin adalah 26. Jika 4 pemain, maka jumlah poin adalah 22. Jika terdapat lebih dari satu pemain yang berhasil mencapai batas poin, maka permainan akan dilanjutkan hingga ada satu pemain yang memiliki poin yang lebih banyak. Jika sampai dek kartu festival habis poin masih seri, maka para pemain tersebut adalah pemenangnya.

h) Token Pesawat

Token pesawat berfungsi sebagai penentu jika ada kondisi seri. Pemain yang memegang token pesawat memiliki hak untuk menentukan siapa yang memenangkan hasil seri tersebut. Pemain yang memiliki token pesawat juga bertugas untuk mengatur token tiket ketika Fase 3 – Refresh. Jika jumlah token tiket pada suatu pulau melebihi batas, maka pemain ini berhak menentukan token mana yang dipindahkan ke pool tiket.

i) Mode Tantangan

Alur permainan pada mode ini sama dengan mode biasanya, namun ada sedikit perbedaan pada fase persiapan dan fase refresh. Pada fase persiapan, 1-3 token badai diletakkan pada bagian tengah papan permainan secara horizontal. Pada fase refresh, pemain dengan poin paling rendah berhak untuk memindahkan satu token badai secara horizontal atau vertikal di antara 2 pulau. Tidak boleh ada pulau yang terkunci sehingga harus ada minimal satu sisi pulau yang terbuka agar pemain tetap bisa mencapai tujuan atau keluar dari pulau tersebut.

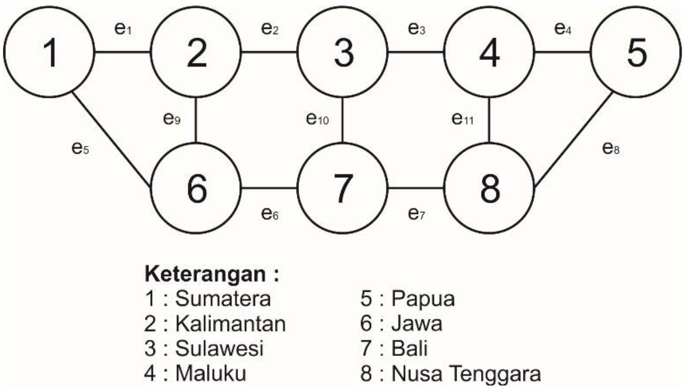
III. ANALISIS PEMODELAN GRAF

A. Pemodelan Graf Tak-Berarah pada Papan Permainan

Sebagaimana telah dinyatakan sebelumnya bahwa suatu permainan papan pada dasarnya memakai teori graf dalam pengaplikasiannya. *Board game* The Festivals memiliki komponen papan berupa kartu yang terdiri dari 8 kartu pulau dan 2 kartu penghubung. Kartu-kartu tersebut disusun sesuai dengan ketentuan permainan sehingga membentuk sebuah graf.

Gambar 3.1 Papan permainan The Festivals

Papan permainan tersebut dapat direpresentasikan menjadi sebuah graf tak-berarah sebagai berikut.



Gambar 3.2 Representasi graf tak-berarah papan permainan The Festivals

Berdasarkan graf di atas, kartu-kartu pulau dikategorikan sebagai sebuah simpul dan kartu-kartu penghubung dikategorikan sebagai sisi. Selain itu, setiap kartu pulau juga memiliki sisi yang menghubungkan kartu-kartu pulau yang bersebelahan secara horizontal atau vertikal. Hal ini dapat didefinisikan sebagai berikut. Misalkan graf tak-berarah di atas adalah *G*, himpunan simpul dilambangkan dengan *V*, dan *E* sebagai simbol dari himpunan sisi.

$$G = (V, E)$$

V = {Sumatera, Jawa, Kalimantan, Sulawesi, Bali, Nusa Tenggara, Maluku, Papua}

E = $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}$

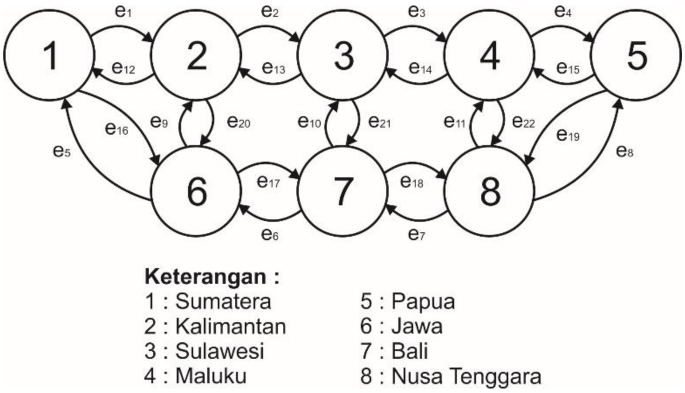
Representasi graf tak-berarah pada papan permainan ini menunjukkan bahwa graf tersebut termasuk ke dalam kategori graf sederhana. Hal ini dikarenakan tidak terdapat sisi ganda yang menghubungkan kartu-kartu pulau atau simpul-simpul dan juga tidak terdapat sisi gelang karena dalam permainan ini, pemain tidak dapat meletakkan token tiket pada slot tiket di kartu pulau tempat pemain sedang berada.

Berdasarkan lemma jabat tangan, jumlah derajat semua simpul dalam suatu graf adalah genap dan dua kali jumlah sisi yang ada. Jika ditinjau dari graf, setiap simpul memiliki derajat sebesar 3 kecuali Sumatera dan Papua yang hanya memiliki derajat sebesar 2 sehingga jumlah derajat semua simpul adalah (6 x 3) + (2 x 2) = 18 + 4 = 22. Dengan demikian, terbukti lemma jabat tangan di atas karena jumlah sisi pada graf adalah 11 atau setengah dari jumlah semua simpul yang ada.

Berdasarkan teorema mengenai lintasan dan sirkuit Euler, graf tak-berarah tersebut tidak termasuk graf semi-Euler ataupun graf Euler. Hal ini ditandai dengan 6 simpul berderajat ganjil (hanya dibutuhkan 2 simpul berderajat ganjil untuk menjadi graf semi-Euler). Jika ditinjau, graf tak-berarah tersebut tergolong sebagai graf Hamilton karena terdapat sirkuit Hamilton di dalamnya. Sebagai contoh yaitu Sumatera – Kalimantan – Sulawesi – Maluku – Papua – Nusa Tenggara – Bali – Jawa – Sumatera.

B. Pemodelan Graf Berarah pada Papan Permainan

Perbedaan utama antara graf berarah dan graf tak-berarah terletak pada adanya orientasi arah atau tidak. Pada bahasan ini, sisi yang memiliki arah disebut dengan busur. Papan permainan The Festivals dapat direpresentasikan menjadi sebuah graf berarah sebagai berikut.



Gambar 3.3 Representasi graf berarah papan permainan The Festivals

Berdasarkan graf di atas, kartu-kartu pulau dikategorikan sebagai sebuah simpul dan kartu-kartu penghubung dikategorikan sebagai busur ganda yang berlawanan arah. Selain itu, setiap kartu pulau juga memiliki busur ganda yang berlawanan arah untuk menghubungkan kartu-kartu pulau yang bersebelahan secara horizontal atau vertikal. Hal ini dapat didefinisikan sebagai berikut. Misalkan graf berarah di atas adalah *G*, himpunan simpul dilambangkan dengan *V*, dan *E* sebagai simbol dari himpunan busur.

$$G = (V, E)$$

V = {Sumatera, Jawa, Kalimantan, Sulawesi, Bali, Nusa Tenggara, Maluku, Papua}

E = $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}\}$

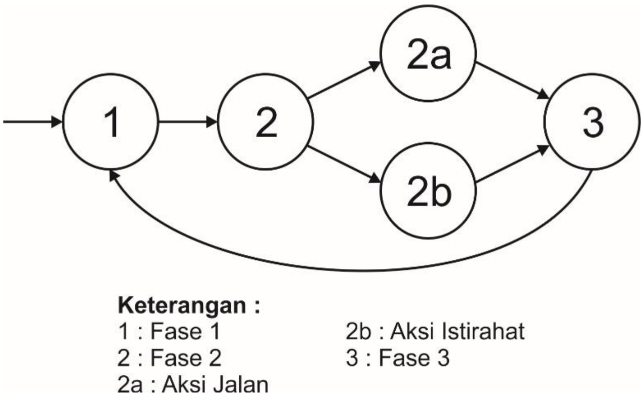
Representasi graf berarah pada papan permainan ini menunjukkan bahwa graf tersebut termasuk ke dalam kategori graf tak-sederhana. Hal ini dikarenakan terdapat busur ganda berlawanan arah yang menghubungkan kartu-kartu pulau atau simpul-simpul walaupun tidak terdapat busur gelang karena dalam permainan ini, pemain tidak dapat meletakkan token tiket pada slot tiket di kartu pulau tempat pemain sedang berada.

Jika ditinjau dari graf berarah di atas, setiap simpul memiliki derajat sebesar dua kali dari simpul yang ada pada representasi dalam graf tak-berarah. Hal ini dapat diketahui dengan melihat adanya busur ganda yang berkorespodensi dengan sisi graf tak-berarah sehingga jumlah derajat untuk semua simpul adalah 44 dengan rincian 22 derajat masuk dan 22 derajat keluar. Dengan demikian, hal ini sesuai dengan lemma jabat tangan karena jumlah busur pada graf adalah 22 atau setengah dari jumlah semua simpul yang ada.

Berdasarkan teorema mengenai lintasan dan sirkuit Euler, graf berarah tersebut tidak termasuk graf semi-Euler ataupun graf Euler. Hal ini ditandai dengan 6 simpul berderajat ganjil (hanya dibutuhkan 2 simpul berderajat ganjil untuk menjadi graf semi-Euler). Jika ditinjau, graf tak-berarah tersebut tergolong sebagai graf Hamilton karena terdapat sirkuit Hamilton di dalamnya. Sebagai contoh yaitu Sumatera – Kalimantan – Sulawesi – Maluku – Papua – Nusa Tenggara – Bali – Jawa – Sumatera.

C. Pemodelan Graf pada Tahapan Permainan

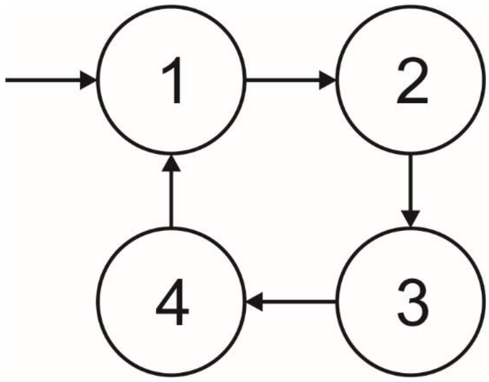
Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, permainan ini berlangsung selama beberapa ronde hingga kondisi akhir permainan tercapai. Urutan permainan pada setiap ronde dibagi menjadi tiga fase yaitu fase 1 – fase rencana, fase 2 – fase aksi, dan fase 3 – fase refresh. Tahapan tersebut dapat dimodelkan dalam bentuk graf berarah sebagai berikut.



Gambar 3.4 Representasi graf dalam tahapan permainan The Festivals

Pada graf tersebut, dapat dilihat bahwa fase-fase yang ada dilambangkan sebagai sebuah simpul dan dihubungkan dengan busur atau sisi yang berarah. Permainan dimulai dari fase 1 – fase rencana di mana setiap pemain mempersiapkan rencana perjalanan dengan token tiket yang dipunya. Setelah melewati fase 1- fase rencana, para pemain akan memasuki fase 2 – fase aksi untuk membandingkan banyak token tiket yang telah dipasang pada fase sebelumnya. Pada fase ini, para pemain akan ditentukan ke aksi selanjutnya yang dilakukan bergantung pada banyak token tiket yang telah dipasang. Jika memasang token tiket, maka pemain akan melakukan aksi jalan untuk pergi ke tempat yang dituju. Jika tidak memasang token tiket, maka pemain akan melakukan aksi istirahat dan tetap berada dalam pulau yang sama. Setelah melewati fasenya masing-masing, setiap pemain akan memasuki fase 3 – refresh secara bersamaan. Perpindahan dari fase 3 ke fase 1 akan terus terjadi selama kondisi akhir permainan belum tercapai.

Pada saat fase 3 – refresh, terjadi perpindahan token pesawat dari seorang pemain ke pemain yang berada di sebelah kiri sisinya sebelum ronde baru dimulai. Pada awalnya, token diberikan kepada pemain yang pertama kali melakukan aksi jalan atau memasang token tiket terbanyak. Perpindahan token pesawat ini dapat dimodelkan dalam bentuk graf sebagai berikut.



Gambar 3.5 Representasi graf dalam perpindahan token pesawat jika terdapat 4 pemain

IV. ANALISIS KOMBINATORIAL

A. Analisis Kombinatorial pada Variasi Poin

Jika terdapat 4 orang pemain dalam permainan, maka batas poin sebagai tanda akhir permainan adalah 22 poin. Banyak ronde maksimal dalam satu permainan adalah 20 ronde sesuai dengan banyaknya kartu festival. Oleh karena itu, didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 22 \text{ .... (1)}$$

Batas poin maksimal dalam kartu festival adalah 7 poin sehingga dapat diketahui bahwa $0 \leq x_i \leq 7$. Angka 0 menjadi batas bawah karena dalam satu ronde dimungkinkan pemain tidak mendapat poin akibat tidak sampai pada tujuan tempat festival berada. Akibatnya persamaan 1 berubah menjadi sebagai berikut.

$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 22 - 8$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 14 \text{ .... (2)}$$

Untuk memenangkan permainan, poin yang diperoleh dapat berlebih sehingga memungkinkan seorang pemain memenangkan permainan dengan 4 orang pemain hingga memiliki 28 poin. Oleh karena itu kita memperoleh beberapa persamaan lainnya yaitu sebagai berikut.

$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 23 \text{ .... (3)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 23 - 8$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 15 \text{ .... (4)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 24 \text{ .... (5)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 24 - 8$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 16 \text{ .... (6)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 25 \text{ .... (7)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 25 - 8$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 17 \text{ .... (8)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 26 \text{ .... (9)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 26 - 8$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 18 \text{ .... (10)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 27 \text{ .... (11)}$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 27 - 8$$
$$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 19 \text{ .... (12)}$$

$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 28$ .... (13)
$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 28 - 8$
$x_1 + x_2 + ... + x_{20} = 20$ .... (14)

Untuk mendapatkan banyak kombinasi yang mungkin, konsep kombinasi dengan pengulangan akan digunakan dengan rumus sebagai berikut.

$$C(n + r - 1, r)$$

Dari persamaan di atas, didapatkan rumus kombinasi untuk persamaan 1 hingga 14 sebagai berikut secara berurutan.

Persamaan 1 : $C(20 + 22 - 1, 22) = C(41, 22)$
Persamaan 2 : $C(20 + 14 - 1, 14) = C(33, 14)$
Persamaan 3 : $C(20 + 23 - 1, 23) = C(42, 23)$
Persamaan 4 : $C(20 + 15 - 1, 15) = C(34, 15)$
Persamaan 5 : $C(20 + 24 - 1, 24) = C(43, 24)$
Persamaan 6 : $C(20 + 16 - 1, 16) = C(35, 16)$
Persamaan 7 : $C(20 + 25 - 1, 25) = C(44, 25)$
Persamaan 8 : $C(20 + 17 - 1, 17) = C(36, 17)$
Persamaan 9 : $C(20 + 26 - 1, 26) = C(45, 26)$
Persamaan 10 : $C(20 + 18 - 1, 18) = C(37, 18)$
Persamaan 11 : $C(20 + 27 - 1, 27) = C(46, 27)$
Persamaan 12 : $C(20 + 19 - 1, 19) = C(38, 19)$
Persamaan 13 : $C(20 + 28 - 1, 28) = C(47, 28)$
Persamaan 14 : $C(20 + 20 - 1, 20) = C(39, 20)$

Dengan ini dapat dihitung banyak kombinasi yang mungkin sebagai berikut.

$$N = C(41,22) + C(42,23) + C(43,24) + C(44,25) + C(45,26) + C(46,27) + C(47,28) - 20 * \big(C(33,14) + C(34,15) + C(35,16) + C(36,17) + C(37,18) + C(38,19) + C(39,20)\big)$$

$$N = 16466550512676 - 2745467247600$$

$$N = 13721083265076$$

Banyak kombinasi poin dalam 20 ronde dengan jumlah pemain sebanyak 4 orang adalah 13.721.083.265.076 kemungkinan.

B. Analisis Kombinatorial pada Token Tiket

Jika seorang pemain berada di Pulau Jawa dan ingin pergi ke pulau Maluku serta ingin menggunakan jalur tercepat, maka ia mempunyai tiga jalur sebagai opsinya, yaitu Jawa – Kalimantan – Sulawesi – Maluku (Jalur I), Jawa – Bali – Sulawesi – Maluku (Jalur II),, dan Jawa – Bali – Nusa Tenggara – Maluku (Jalur III),. Setiap pulau mempunyai tiga slot tiker yang berbeda warna kecuali Maluku. Dapat dihitung kombinasi warna tiket yang digunakan sebagai berikut.

Jalur I : (3)(3)(2) = 18 kombinasi
Jalur II : (3)(3)(2) = 18 kombinasi
Jalur III : (3)(3)(2) = 18 kombinasi

Dari hasil di atas dapat diketahui bahwa terdapat 18 x 3 = 54 kombinasi warna token tiket yang digunakan untuk melewati suatu jalur.

V. KESIMPULAN

Pada umumnya, setiap permainan berbasis papan pasti dapat dimodelkan dengan teori graf seperti yang telah dimodelkan pada *board game* The Festivals. Selain itu permainan ini juga dapat dianalisis dari segi kombinatorial untuk berbagai kombinasi atau kemungkinan yang terjadi saat bermain. Semakin kompleks suatu permainan, maka akan semakin sulit untuk dianalisis dan dimodelkan.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, penulis ingin mengucapkan rasa syukur kepada Allah SWT karena atas berkah dan izinnya penulis dapat menyelesaikan pembuatan makalah ini. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada para dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit, khususnya Ibu Dra. Harlili, M.Sc, yang telah membimbing penulis dalam satu semester ini untuk mencapai kompetensi yang diperlukan. Penulis juga ingin berterima kasih kepada setiap pihak yang telah membantu secara langsung ataupun tidak langsung selama pembuatan makalah ini.

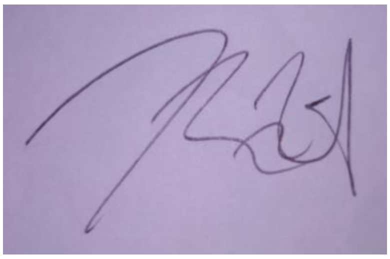
DAFTAR PUSTAKA

[1] Munir, Rinaldi. 2010. Matematika Diskrit. Bandung: Penerbit Informatika.
[2] Bahtiar, Najibah. 2013. Dampak Teknologi Permainan Modern Terhadap Kehidupan Anak dan Remaja di Kompleks Bumi Tamalanrea Permai (BTP) Makassar. Makassar: Universitas Hasanuddin.
[3] Akbar, Isa. 2015. 51 Game Mekanik yang Kerap Digunakan dalam Tabletop Game di www.boardgame.id (diakses 08 Desember).
[4] Rosen, Kenneth H. 2012. *Discrete Mathematics and Application to Computer Science 7th Edition*, Mc Graw-Hill.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 10 Desember 2018



Mgs. Muhammad Riandi Ramadhan
13517080