Penerapan Peta Karnaugh pada Mesin Jaja Sederhana

Muhammad Nurdin Husen - 13517112[1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]*13517112@std.stei.itb.ac.id*

***Abstract*—Peta Karnaugh atau lebih dikenal dengan istilah K-map, adalah salah satu metode yang digunakan untuk menyederhanakan fungsi aljabar boolean. Peta Karnaugh ini tergolong metode yang paling mudah dan akurat dalam menyederhanakan fungsi aljabar boolean. Selain berguna untuk menyederhanakan fungsi aljabar boolean, metode penyederhanaan dengan menggunakan peta Karnaugh memiliki arti penting dalam menyederhanakan rangkaian logika. Penyederhanaan rangkaian logika akan berimbas pada penurunan jumlah gerbang logika yang digunakan.**

***Keywords*—peta Karnaugh, gerbang logika, aljabar boolean.**

I. PENDAHULUAN

Matematika diskrit adalah cabang ilmu matematika yang mempelajari objek-objek diskrit. Suatu objek dikatakan objek diskrit jika ia terdiri elemen-elemen yang tidak saling bersambungan [1] . Tanpa kita sadari, banyak dijumpai permasalahan yang merupakan terapan dari matematika diskrit dalam kehidupan sehari-hari. Semisal ketika kita akan membeli minuman pada mesin jaja atau lebih dikenal dengan istilah *vending machine*. Mesin jaja akan secara otomatis mengeluarkan minuman yang kita inginkan jika kita memasukan uang dengan jumlah nominal minimal tertentu. Permasalahan lainnya yang kita sering jumpai adalah ketika kita ingin menuju suatu tingkat pada gedung, kita dapat menggunakan elevator. Elevator akan secara otomatis bergerak menuju tingkat gedung sesuai dengan tombol yang kita tekan.

Semua permasalahan yang disebutkan di atas adalah sedikit contoh dari sekian banyak permasalahan yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan matematika diskrit khususnya aljabar boolean.

II. LANDASAN TEORI

2.1 Peta Karnaugh

. Metode peta Karnaugh (atau *K-map*) merupakan metode grafis untuk menyederhanakan fungsi boolean. Metode ini ditemukan oleh Maurice Karnaugh pada tahun 1953. Peta Karnaugh adalah sebuah diagram yang terbentuk dari sekumpulan kotak (berbentuk bujur sangkar) yang bersisian. Peta Karnaugh dapat dibuat dari sebuah fungsi boolean. Setiap kotak merepresentasikan sebuah *minterm*. Setiap kotak dikatakan bertetangga jika *minterm-minterm* yang merepresentasikannya berbeda hanya satu buah literal [1]. Sebuah peta Karnaugh memiliki kotak yang merepresentasikan sebuah *minterm* sebanyak 2^n, dengan n adalah jumlah peubah. Isi setiap kotak merepresentasikan *minterm* dari kombinasi baris dan kolom yang bersesuaian. Misalkan sebuah fungsi boolean memiliki peubah *x*, isi sebuah kotak bisa dilambangkan dengan 0 (menyatakan x^1) atau bisa dilambangkan dengan 1 (menyatakan *x*).

a. Peta Karnaugh dengan dua peubah

Misalkan sebuah fungsi boolean memiliki dua peubah *x* dan *y*. Baris pada peta Karnaugh merepresentasikan peubah *x* dan kolom merepresentasikan peubah *y*. Berikut contoh peta Karnaugh untuk $f(x,y) = xy + x^1y^1$

	y 0	*1*
x 0	0	1
1	1	0

Tabel 1. *K-map untuk* $f(x,y) = xy + x^1y^1$

b. Peta Karnaugh dengan tiga peubah

Misalkan sebuah fungsi boolean memiliki tiga peubah *x*, *y*, dan *z*. Baris pada peta karnaugh merepresentasikan peubah *x* dan kolom merepresentasikan peubah *yz*. Berikut contoh peta Karnaugh untuk $f(x,y,z) = xy + z$

	yz *00*	01	11	10
x 0	0	1	1	0
1	0	1	1	1

Tabel 2. *K-map untuk* $f(x,y,z) = xy + z$

c. Peta Karnaugh dengan empat peubah

Misalkan sebuah fungsi boolean memiliki empat peubah *w*, *x*, *y*, dan *z*. Baris pada peta Karnaugh merepresentasikan peubah *wx* dan kolom merepresentasikan *yz*. Berikut contoh peta Karnaugh untuk $f(w,x,y,z) = yz$

wx\yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

Tabel 3. *K-map untuk $f(w,x,y,z) = yz$*

d. Peta Karnaugh dengan lima peubah

Misalkan sebuah fungsi boolean memiliki lima peubah *v, w, x, y,* dan *z*. Baris pada peta Karnaugh merepresentasikan peubah *vw* dan kolom merepresentasikan peubah *xyz*. Berikut contoh peta Karnaugh $f(v,w,x,y,z) = wz + v^1w^1z^1 + vy^1z$

xyz	000	001	110	010	110	111	101	100
00	1	0	0	1	1	0	0	1
01	0	1	1	0	0	1	1	0
11	0	1	1	0	0	1	1	0
10	0	1	0	0	0	0	1	0

Tabel 4. *K-map untuk $f(v,w,x,y,z) = wz + v^1w^1z^1 + vy^1z$*

2.2 Kondisi *Don't Care*

Kondisi *don't care* adalah suatu kondisi yang nilai suatu peubah pada fungsi boolean tidak akan berpengaruh terhadap keluaran yang dihasilkan oleh fungsi boolean tersebut. Hal tersebut berarti, baik nilai 0 ataupun nilai 1 dari suatu peubah tidak akan mengubah hasil keluaran suatu fungsi boolean. Keadaan *don't care* penting diketahui untuk memudahkan kita dalam menyederhanakan suatu fungsi boolean. Terdapat beberapa hal yang penting untuk diketahui dalam menyederhanakan fungsi boolean yang terdapat kondisi *don't care* pada peubahnya, yaitu kita anggap suatu nilai *don't care* (disimbolkan dengan "*X*") sama dengan nilai 1 dan kemudian akan kita bentuk nilai tersebut menjadi suatu kelompok besar bersama nilai 1 atau nilai *don't care* yang lain yang bertetangga. Kelompok ini dapat berupa pasangan (dua buah nilai), kuad (empat buah nilai), atau oktet (delapan buah nilai). Setelah itu, anggap semua nilai *don't care* yang tidak berpasangan dengan nilai 1 sebagai nilai 0 dan bentuk pula kelompok-kelompok dengan nilai 0 dan nilai *don't care* lain yang belum berkelompok dan bertetangga. Nilai *don't care* dapat kita kelompokkan secara bebas sebab kondisi *don't care* dapat diperlakukan sebagai nilai 0 atau 1 sesuai dengan kebutuhan.

Misalkan kita akan menyederhanakan suatu fungsi boolean $f(w,x,y,z) = S(1, 3, 7, 11, 15)$ dengan kondisi *don't care* $d(w,x,y,z) = \Sigma(0,2,5)$.

Hal pertama yang kita lakukan adalah membentuk peta Karnaugh dari fungsi boolean. Berikut adalah peta Karnaugh dari fungsi di atas.

wx\yz	00	01	11	10
00	*X*	1	1	*X*
01	0	*X*	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

Tabel 5. *Peta Karnaugh untuk fungsi di atas*

Selanjutnya kita akan mengelompokkan kondisi-kondisi *don't care* (dalam bentuk POS).

wx\yz	00	01	11	10
00	*X*	1	1	*X*
01	0	*X*	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

Tabel 5. *Pengelompokkan kondisi don't care*

Akan didapat hasil penyederhanaan dalam bentuk POS, yaitu $f(w,x,y,z) = yz + w^1z$

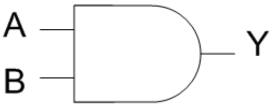
2.3 Gerbang Logika

Gerbang logika adalah serangkaian satu atau lebih sinyal masukan yang hanya akan menghasilkan satu sinyal keluaran. Biasanya gerbang logika sering ditemukan pada suatu sirkuit digital yang diimplementasikan secara elektronik dengan menggunakan dioda atau transistor [2]. Terdapat dua buah jenis gerbang logika yang lazim diketahui, yaitu :

1. Gerbang logika pembalik
   Gerbang logika pembalik adalah gerbang logika dengan satu sinyal masukan dan satu sinyal keluaran. Sinyal keluaran pada gerbang logika pembalik selalu berlawanan dengan sinyal masukan. Gerbang logika pembalik disebut juga gerbang NOT atau gerbang komplemen.
2. Gerbang logika non-pembalik
   Gerbang logika non-pembalik adalah gerbang logika dengan satu atau lebih masukkan sehingga sinyal keluarannya bergantung dengan sinyal masukkan dan gerbang logika yang dilewatinya.

Terdapat tujuh jenis gerbang logika, yaitu :

a. Gerbang AND
   Gerbang AND adalah gerbang yang akan menghasilkan nilai 1, jika semua masukannya bernilai 1.

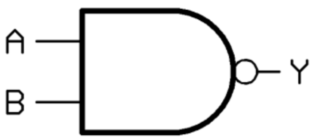


Gambar 1. *Gerbang AND*
sumber :
https://www.elektronikabersama.web.id/2013/02/gerbang-gerbang-logik-and-gate.html

AB	Y
00	0
01	0
10	0
11	1

Tabel 6. *Tabel kebenaran gerbang AND*

b. Gerbang NAND
Gerbang NAND adalah gerbang yang akan menghasilkan nilai 0, jika semua masukannya bernilai 1.

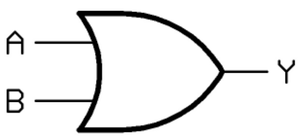


Gambar 2. *Gerbang NAND*
sumber :
http://bunbreakable91.blogspot.com/2011/04/gerbang-nand-not.html

AB	Y
00	1
01	1
10	1
11	0

Tabel 7. *Tabel kebenaran gerbang NAND*

c. Gerbang OR
Gerbang OR adalah gerbang yang akan menghasilkan nilai 1 jika setidaknya ada salah satu masukannya yang bernilai 1.

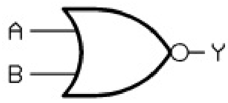


Gambar 3. *Gerbang OR*
sumber : http://nizarshia.blogspot.com/2013/07/teori-dasar-gerbang-logika.html

AB	Y
00	0
01	1
10	1
11	1

Tabel 8. *Tabel kebenaran gerbang OR*

d. Gerbang NOR
Gerbang NOR adalah gerbang yang akan menghasilkan nilai 1 jika semua masukannya bernilai 0.

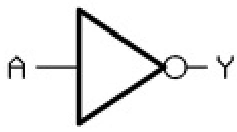


Gambar 4. *Gerbang NOR*
sumber : http://nizarshia.blogspot.com/2013/07/teori-dasar-gerbang-logika.html

AB	Y
00	1
01	0
10	0
11	0

Tabel 9. *Tabel kebenaran gerbang NOR*

e. Gerbang NOT
Gerbang NOT adalah gerbang berfungsi sebagai pembalik satu sinyal masukan.

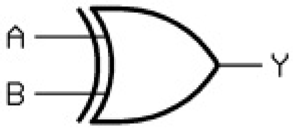


Gambar 5. *Gerbang NOT*
sumber : http://nizarshia.blogspot.com/2013/07/teori-dasar-gerbang-logika.html

A	Y
0	1
1	0

Tabel 10. *Tabel kebenaran gerbang NOT*

f. Gerbang XOR
Gerbang XOR adalah gerbang yang akan menghasilkan nilai 1 jika setiap masukannya memiliki nilai yang berbeda.

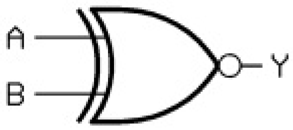


Gambar 6. *Gerbang XOR*
sumber : http://nizarshia.blogspot.com/2013/07/teori-dasar-gerbang-logika.html

AB	Y
00	0
01	1
10	1
11	0

Tabel 10. *Tabel kebenaran gerbang XOR*

g. Gerbang XNOR
Gerbang XNOR adalah gerbang yang akan menghasilkan nilai 1 jika setiap masukannya memiliki nilai yang sama.



Gambar 7. *Gerbang XNOR*
sumber : http://nizarshia.blogspot.com/2013/07/teori-dasar-gerbang-logika.html

AB	Y
00	1
01	0
10	0
11	1

Tabel 11. *Tabel kebenaran gerbang XNOR*

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Deskripsi Persoalan

Seperti yang dibahas pada bagian pendahuluan, salah satu contoh permasalahan yang sering dijumpai yang berkaitan dengan peta Karnaugh adalah mesin jaja. Pada sebuah mesin jaja sederhana, mesin jaja akan mengeluarkan minuman jika kita telah memasukan uang dengan jumlah tertentu.

Akan diberikan sebuah rancangan sederhana dari sebuah mesin jaja yang menerima masukan berupa uang koin. Setiap minuman pada mesin jaja memiliki harga 15 sen. Mesin ini hanya menerima uang koin pecahan 5 sen dan 10 sen. Bila mesin sudah menerima 15 sen, maka mesin akan menjatuhkan sebuah minuman secara otomatis. Jika total uang koin yang dimasukan belum mencapai 15 sen, mesin tidak akan melakukan apapun. Jika total uang koin yang dimasukan melebihi 15 sen, mesin akan tetap mengeluarkan minuman dan tidak akan mengeluarkan kembalian.

3.2 Pembahasan

Masukan dapat berupa uang koin pecahan 5 sen saja, 10 sen saja, atau kombinasi dari keduanya. Jika masukan berupa 5 sen saja, diperlukan tiga buah koin 5 sen. Jika masukan berupa 10 sen saja, diperlukan dua buah koin 10 sen. Jika masukan berupa kombinasi keduanya (5 sen dan 10 sen), dibutuhkan masing-masing satu buah koin 5 sen dan 10 sen.

Langkah pertama yang dilakukan dalam merancang peta Karnaugh untuk persoalan tersebut adalah menentukan banyaknya peubah yang terdiri dari :

- *v* yang mewakili koin 5 sen pertama
- *w* yang mewakili koin 5 sen kedua
- *x* yang mewakili koin 5 sen ketiga
- *y* yang mewakili koin 10 sen pertama
- *z* yang mewakili koin 10 sen kedua

Sehingga kita membutuhkan kotak pada peta Karnaugh sebanyak 2^5 atau sebanyak 32 kotak.

Jika dibuatkan sebuah tabel kebenaran sesuai kondisi yang telah disebutkan :

v	*w*	*x*	*y*	*z*	Hasil	*M*
0	0	0	0	0	0	M_0
0	0	0	0	1	0	M_1
0	0	0	1	0	0	M_2
0	0	0	1	1	*X*	M_3
0	0	1	0	0	0	M_4
0	0	1	0	1	1	M_5
0	0	1	1	0	1	M_6
0	0	1	1	1	*X*	M_7
0	1	0	0	0	0	M_8
0	1	0	0	1	1	M_9
0	1	0	1	0	1	M_{10}
0	1	0	1	1	*X*	M_{11}
0	1	1	0	0	0	M_{12}
0	1	1	0	1	*X*	M_{13}
0	1	1	1	0	*X*	M_{14}
0	1	1	1	1	*X*	M_{15}
1	0	0	0	0	0	M_{16}
1	0	0	0	1	1	M_{17}

1	0	0	1	0	1	M_{18}
1	0	0	1	1	*X*	M_{19}
1	0	1	0	0	0	M_{20}
1	0	1	0	1	*X*	M_{21}
1	0	1	1	0	*X*	M_{22}
1	0	1	1	1	*X*	M_{23}
1	1	0	0	0	0	M_{24}
1	1	0	0	1	*X*	M_{25}
1	1	0	1	0	*X*	M_{26}
1	1	0	1	1	*X*	M_{27}
1	1	1	0	0	1	M_{28}
1	1	1	0	1	*X*	M_{29}
1	1	1	1	0	*X*	M_{30}
1	1	1	1	1	*X*	M_{31}

Tabel 12. *Tabel kondisi hasil masukan koin*

Keterangan tabel :

a. Simbol nol (0) pada kolom hasil menunjukkan bahwa jumlah koin masukan kurang dari 15 sen.
b. Simbol satu (1) pada kolom hasil menunjukkan bahwa jumlah koin masukan adalah 15 sen.
c. Simbol *X* (kondisi *don't care*) pada kolom hasil menunjukkan bahwa jumlah koin masukan lebih dari 15 sen.

Langkah berikutnya adalah menyusun peta Karnaugh berdasarkan tabel yang telah didapat sebelumnya dan kita tempatkan nilai pada setiap kotak dengan kolom hasil pada **tabel 12** yang bersesuaian dengan M pada tabel tersebut.

vw \ *xyz*	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	*X*	0	1	*X*	1	0
01	0	1	*X*	1	*X*	*X*	*X*	0
11	0	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	1
10	0	1	*X*	1	*X*	*X*	*X*	0

Tabel 13. *Peta Karnaugh permasalahan di atas*

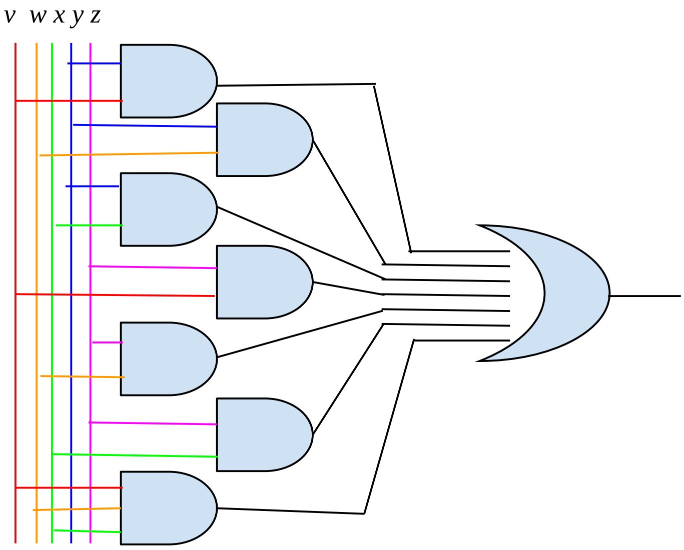
Langkah selanjutnya adalah menyederhanakan peta Karnaugh tersebut dan membentuk fungsi boolean.

vw \ *xyz*	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	*X*	0	1	*X*	1	0
01	0	1	*X*	1	*X*	*X*	*X*	0
11	0	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	1
10	0	1	*X*	1	*X*	*X*	*X*	0

Tabel 14. *Peta Karnaugh setelah disederhanakan*

Dari tabel tersebut didapat sebuah fungsi boolean
$f(v,w,x,y,z)=wz+wy+vy+vz+xy+xz+vwx$

Langkah terakhir adalah dengan membuat rangkaian logika dari fungsi boolean yang sudah didapat. Dari fungsi tersebut dapat dilihat terdapat tujuh buah suku penjumlahan hasil perkalian yang artinya akan ada tujuh buah gerbang AND yang akan melewati sebuah gerbang OR dan menghasilkan sinyal keluaran. Berikut adalah bentuk visual gerbang logika :



Gambar 8. *Rangkaian logika*
$f(v,w,x,y,z)=wz+wy+vy+vz+xy+xz+vwx$

IV. KESIMPULAN

1. Terdapat 32 kombinasi kemungkinan koin masukan dari pengguna mesin jaja. Dari 32 kemungkinan tersebut terdapat tujuh buah kombinasi yang menghasilkan total koin 15 sen dan mesin mengeluarkan minuman.
2. Metode yang digunakan dalam menyederhanakan kemungkinan-kemungkinan yang membuat mesin jaja mengeluarkan minuman adalah metode peta Karnaugh.
3. Setelah melakukan penyederhanaan dengan metode peta Karnaugh didapat sebuah fungsi boolean $f(v,w,x,y,z) = wz+wy+vy+vz+xy+xz+vwx$.
4. Didapat sebuah rangkaian gerbang logika dari fungsi boolean seperti pada gambar 8.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama, penulis mengucapkan syukur, *Alhamdulillah*, karena atas rahmat-Nya penulis diberikan kemudahan dalam menyelesaikan makalah ini. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T atas dukungannya dan perannya sebagai dosen pengajar mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit K01. Terima kasih atas segala bentuk pelajaran yang telah Anda berikan. Tak lupa juga untuk mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Judhi Santoso, M.Sc dan Ibu Dra. Harlili S., M.Sc atas segala pelajaran yang pernah diberikan kepada penulis.

VI. DAFTAR PUSTAKA

[1] Munir, Rinaldi. 2006. *Diktat Kuliah IF2120 Matematika Diskrit (*Edisi Keempat). Bandung:Institut Teknologi Bandung.

[2] Jaeger. 1997. *Microelectronic Circuit Design*. McGraw-Hill. ISBN 0-07-032482-4

[3] *https://www.elektronikabersama.web.id/2013/02/gerbang-gerbang-logik-and-gate.html* diakses tanggal 9 Desember 2018, pukul 20.00.

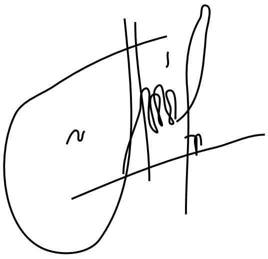
[4] *http://bunbreakable91.blogspot.com/2011/04/gerbang-nand-not.html* diakses tangggal 9 Desember 2018, pukul 20.17

[5] *http://nizarshia.blogspot.com/2013/07/teori-dasar-gerbang-logika.html* diakses tanggal 9 Desember 2018, pukul 20.21

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 9 Desember 2018



Muhammad Nurdin Husen, 13517112