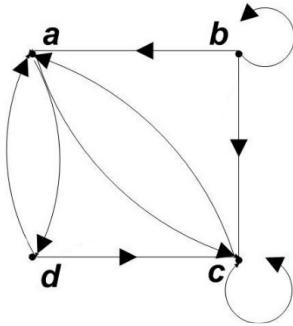


Solusi - Kuis ke-2 IF2120 Matematika Diskrit (3 SKS) – Relasi dan Fungsi, Aljabar Boolean
 Dosen: Rinaldi Munir, Harlili, Judhi Santoso
 Senin 2 Oktober 2017
 Waktu: 55 menit

1. Diketahui relasi S yang didefinisikan pada himpunan $A = \{a, b, c, d\}$. Relasi direpresentasikan sebagai graf berarah berikut ini:



- Relasi S di atas tidak bersifat menghantar. Tambahkan busur tambahan sehingga S bersifat menghantar.
- Jika didefinisikan bahwa $S^n = S \circ S \circ \dots \circ S$ (sebanyak n kali), tentukan graf berarah yang merepresentasikan S^2 .

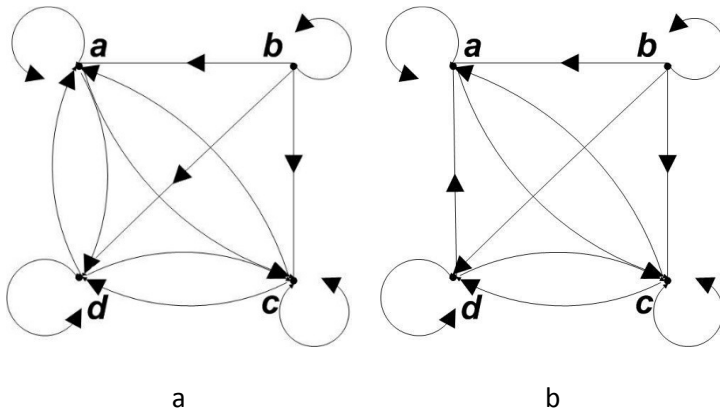
Jawaban:

- Ditambahkan empat busur: $a \rightarrow a$, $b \rightarrow d$, $d \rightarrow c$, dan $d \rightarrow d$.
- $S^2 = S \circ S$

$$M_S \times M_S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ditambahkan : $a \rightarrow a$, $b \rightarrow d$, $c \rightarrow d$, $d \rightarrow d$

Dihapus : $a \rightarrow d$



2. Misalkan R adalah relasi pada suatu negara sedemikian sehingga $a R b$ jika dan hanya jika kota a dan kota b mempunyai jarak yang sama ke kota x . Apakah R relasi yang ekuivalen (relasi kesetaraan)?

Jawaban: R adalah relasi yang ekuivalen karena:

- R adalah relasi yang refleksif karena jarak kota a ke kota x sama dengan jarak kota a ke kota x .

$$[\text{jarak}(a,x) = \text{jarak}(a,x)]$$

- b. R adalah relasi yang setangkup karena jika jarak kota a ke kota x sama dengan jarak kota b ke kota x, maka jarak kota b ke kota x sama dengan jarak kota a ke kota x.

$$[\text{Jika jarak}(a,x) = \text{jarak}(b,x), \text{ maka jarak}(b,x) = \text{jarak}(a,x)]$$

- c. R adalah relasi yang menghantar karena jika jarak kota a ke kota x sama dengan jarak kota b ke kota x dan jarak kota b ke kota x sama dengan jarak kota c ke kota x, maka jarak kota a ke kota x sama dengan jarak kota c ke kota x.

$$[\text{Jika jarak}(a,x) = \text{jarak}(b,x) \text{ dan } \text{jarak}(b,x) = \text{jarak}(c,x), \text{ maka jarak}(a,x) = \text{jarak}(c,x)]$$

3. Di antara relasi-relasi berikut, tentukan manakah yang merupakan fungsi. Jika fungsi, tentukan apakah fungsi tersebut surjektif (pada), injektif (satu-ke-satu), atau bijektif (berkorespondensi satu-ke-satu).

a. Relasi $Z \times Z$ di mana $(a, b) \in R$ jika dan hanya jika a habis membagi b .

b. Relasi $Z \times Z$ di mana $(a, b) \in R$ jika dan hanya jika $a + b = 0$.

c. Relasi $Z \times Z$ di mana $(a, b) \in R$ jika dan hanya jika $2a + b = 0$.

Catatan: Z adalah himpunan bilangan bulat, $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

4. Diberikan sebuah fungsi boolean sebagai berikut: $f(w, x, y, z) = \sum(0,1,2,4,5,7,8,10,11,13,14,15)$. Tentukan :

a. Penyederhanaan fungsi menggunakan Peta Karnaugh

b. Gerbang Logika

5. Sebuah elevator di Labtek V memiliki dua *state*, yaitu elevator bergerak dan elevator berhenti. Elevator yang bergerak memiliki sinyal logik HIGH sedangkan saat elevator berhenti, sinyalnya LOW. Di labtek V ada 3 lantai, yaitu F1, F2, F3. Apabila elevator sejajar dengan sebuah lantai, misalnya F1, maka sinyal logika akan memiliki nilai F1 yang HIGH, sedangkan F2 dan F3 bernilai LOW. Dari sinyal-sinyal tersebut, elevator dapat mengeluarkan dua output, yaitu OPEN yang memiliki sinyal HIGH dan NOT OPEN yang sinyalnya LOW. Tentukanlah:

a) Tabel Kebenaran, b) Peta Karnaugh, c) Persamaan yang sudah disederhanakan., d) Rangkaian logika

(Petunjuk: State pergerakan elevator = w, State sejajar dengan F1 = x, State sejajar dengan F2 = y, State sejajar dengan F3 = z)

Jawaban:

State pergerakan elevator = w

State sejajar dengan F1 = x

State sejajar dengan F2 = y

State sejajar dengan F3 = y

- a. Tabel Kebenaran

W	x	y	z	OPEN
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	X
0	1	1	0	X
0	1	1	1	X
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	X

1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

b. Peta Karnaugh

	<u>$y'z'$</u>	<u>$y'z$</u>	<u>yz</u>	<u>yz'</u>
<u>$w'x'$</u>	0	1	X	1
<u>$w'x$</u>	1	X	X	X
<u>wx</u>	0	X	X	X
<u>wx'</u>	0	0	X	0

c. Persamaan sederhana

$$F(w, x, y, z) = w'x + w'z + w'y$$

d. Rangkaian Logika