

Penggunaan Graf dan Pohon Merentang Minimum dalam Menentukan Jalur Terpendek Bepergian di Negara-negara Asia Tenggara dengan Algoritma Prim

Ellen / 13516007¹

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹ellennugroho9@gmail.com

Abstrak—Dengan waktu liburan akhir tahun yang cukup singkat, banyak masyarakat yang sedang giat-giatnya merencanakan rute bepergian agar dapat menikmati sebanyak-banyaknya tujuan wisata dengan waktu yang cukup singkat. Tujuan wisata ke luar negeri terutama negara Asia Tenggara pun juga tak luput dari incaran wisatawan Indonesia. Seringkali dengan perencanaan yang buruk dan kurang mangkus membuat wisatawan tak dapat menikmati liburan dengan semestinya. Oleh karena itu, diperlukan cara untuk dapat merancang rute bepergian secara mangkus. Salah satu cara yang dapat diterapkan yaitu dengan menerapkan salah satu penurunan dari teori Graf, yaitu pohon merentang minimum dengan menggunakan algoritma Prim. Dengan menggunakan algoritma Prim, penulis akan mengilustrasikan rute terpendek agar wisatawan dapat mengunjungi seluruh negara di Asia Tenggara dengan tepat waktu.

Kata kunci— Asia Tenggara, Graf, Jarak, Prim, Pohon.

I. PENDAHULUAN

Bepergian antarnegara merupakan hal yang lumrah dilakukan oleh semua orang, baik bepergian dengan alasan bisnis, rekreasi, maupun mengunjungi sanak saudara. Menurut laporan dari *Mastercard* pada tahun 2016, Indonesia masuk dalam 10 besar jumlah wisatawan ke luar negeri di Asia Pasifik pada tahun 2021, diperkirakan dengan jumlah wisatawan 10,6 juta orang, dengan laju pertumbuhan 8,6% per tahunnya. Terlebih kini di penghujung tahun, tentunya makin banyak orang Indonesia yang bepergian ke luar negeri untuk merayakan liburan Natal dan Tahun Baru 2018 bersama keluarga tercinta.

Sebagian masyarakat Indonesia selain berkunjung ke destinasi wisata lokal juga memilih melakukan perjalanan ke negara-negara lain, khususnya negara-negara yang terdekat dari Indonesia. Salah satu alasan yang kerap muncul adalah karena biayanya yang relatif lebih murah ketimbang berwisata ke negara-negara yang tergolong jauh seperti negara-negara Eropa maupun Amerika Serikat. Destinasi-destinasi negara terdekat yaitu negara-negara di Asia Tenggara seperti Singapura, Thailand, dan Malaysia seringkali menjadi tujuan para wisatawan Indonesia yang ingin melepaskan penat dari aktivitasnya masing-masing. Wilayah-wilayah Asia Tenggara juga banyak memiliki pesona-pesonanya masing-masing,

seperti Kamboja dengan Angkor Wat-nya, keindahan pulau Phu Quoc di Vietnam, kemegahan Masjid Sultan Omar Ali Saifuddin di Brunei Darussalam, Menara Kembar Petronas yang ikonik di Malaysia, Pulau Sentosa dengan segala hiburannya di Singapura, kesejukan Bukit Phou Si-Luang Prabang di Laos, dan masih banyak lainnya.

Umumnya, para wisatawan memilih untuk melakukan perjalanan ke destinasi-destinasi wisata menarik sebanyak mungkin dalam waktu yang singkat pada masa liburan ini. Oleh sebab itu, banyak wisatawan yang bingung untuk memilih rute yang tepat untuk dapat mengunjungi semua destinasi dengan lengkap dan tepat waktu. Kurangnya efisiensi rute yang dipilih merupakan salah satu penyebab mengapa seringkali wisatawan tidak dapat mengunjungi semua destinasi yang diinginkannya.

Dengan memanfaatkan graf serta pohon dan pengaplikasiannya terutama dengan menggunakan Algoritma Prim, penulis berharap bahwa makalah ini dapat membantu wisatawan untuk memilih rute bepergian, khususnya bepergian antarnegara Asia Tenggara dengan menetapkan ibukota negara-negara Asia Tenggara sebagai acuan destinasi.



Gambar 1.1 – Negara-Negara yang Terletak di Asia Tenggara

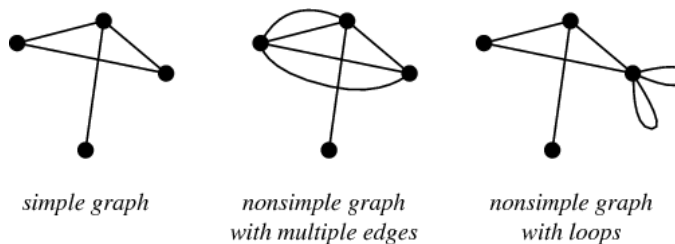
Sumber: <http://informasi-daftar.blogspot.co.id/2012/11/negara-negara-asia-tenggara-beserta.html>

II. TEORI DASAR

2.1. Graf

Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek dinyatakan sebagai noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis.

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V (*vertices* atau *nodes*) merupakan himpunan tidak kosong dari simpul-simpul dan E (*edges* atau *arcs*) merupakan himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya harus ada, minimal satu.



Gambar 2.1 – Contoh graf

Sumber: <http://mathworld.wolfram.com/SimpleGraph.html>

2.1.1. Jenis-Jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori (jenis) bergantung pada sudut pandang pengelompokkannya. Pengelompokkan graf dapat dipandang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi kalang, berdasarkan jumlah simpul, atau berdasarkan orientasi arah pada sisi.

Berikut merupakan sebuah table mengenai jenis-jenis graf.

Jenis	Sisi	Sisi ganda	Sisi gelang
Graf sederhana	Tak berarah	Tidak	Tidak
Graf ganda	Tak berarah	Ya	Tidak
Graf semu	Tak berarah	Ya	Ya
Graf berarah	Berarah	Tidak	Ya
Graf ganda berarah	Berarah	Ya	Ya

2.1.2. Terminologi Dasar

Terdapat beberapa istilah yang akan sering digunakan berkaitan dengan graf, yaitu:

1. Bertetangga (*Adjacent*)

Dua buah simpul pada graf tak berarah G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan

sebuah sisi.

2. Bersisian (*Incident*)

Untuk sembarang sisi $e = (v_j, v_k)$, sisi e dikatakan bersisian dengan simpul v_j dan simpul v_k .

3. Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)

Simpul terpencil ialah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya (tidak memiliki tetangga).

4. Graf Kosong (*Null Graph* atau *Empty Graph*)

Graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong disebut sebagai graf kosong.

5. Derajat (*Degree*)

Derajat suatu simpul pada graf tak berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

6. Lintasan (*Path*)

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, \dots , $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G .

7. Siklus (*Cyclic*) atau Sirkuit (*Circuit*)

Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit atau siklus.

8. Terhubung (*Connected*)

Graf tak berarah G disebut graf terhubung jika untuk setiap pasang simpul v_i dan v_j di dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_i ke v_j . Jika tidak, maka G disebut graf tak terhubung.

Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tak berarahnya terhubung (graf tak berarah dari G diperoleh dengan menghilangkan arahnya).

Graf berarah G disebut graf terhubung kuat bila untuk setiap pasang simpul sembarang v_i dan v_j di G terhubung kuat. Kalau tidak, G disebut graf terhubung lemah.

9. Upagraf (*Subgraph*) dan Komplemen Upagraf

Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf, $G_1 = (V_1, E_1)$ adalah upagraf (*subgraph*) dari G jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$. Komplemen dari upagraf G_1 terhadap graf G adalah graf $G_2 = (V_2, E_2)$ sedemikian sehingga $E_2 = E - E_1$ dan V_2 adalah himpunan simpul yang anggota-anggota E_2 bersisian dengannya.

Komponen terhubung adalah upagraf terhubung dari graf G yang tidak termuat di dalam upagraf terhubung dari G yang lebih besar. Pada graf berarah, komponen terhubung kuat adalah upagraf yang terhubung kuat dari graf G yang tidak termuat di dalam upagraf terhubung kuat dari G yang lebih besar.

10. Upagraf Merentang (*Spanning Subgraph*)

Upagraf $G_1 = (V_1, E_1)$ dari $G = (V, E)$ dikatakan upagraf merentang jika $V_1 = V$ (G_1 mengandung semua simpul dari G).

11. Cut-Set

Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, *cut-set* selalu menghasilkan dua buah komponen terhubung.

12. Graf Berbobot (*Weighted Graph*)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

2.2. Pohon

Pohon merupakan graf yang khusus. Pohon adalah graf tak berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit.

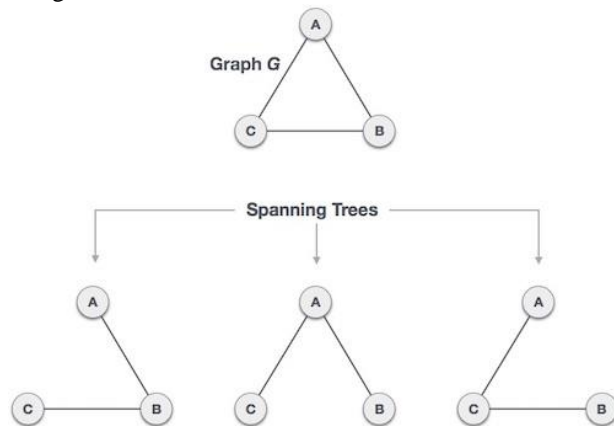
2.2.1. Sifat-Sifat Pohon

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tak berarah sederhana dan jumlah simpulnya n . Maka, semua pernyataan di bawah ini adalah ekuivalen:

1. G adalah pohon
2. Setiap pasang simpul di dalam G terhubung dengan lintasan tunggal
3. G terhubung dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi
4. G tidak mengandung sirkuit dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi
5. G tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit
6. G terhubung dan semua sisinya adalah jembatan (jembatan adalah sisi yang bila dihapus menyebabkan graf terpecah menjadi dua komponen)

2.2.2. Pohon Merentang

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tak berarah terhubung yang bukan pohon, yang berarti di G terdapat beberapa sirkuit. G dapat diubah menjadi pohon $T = (V_1, E_1)$ dengan cara memutuskan sirkuit-sirkuit yang ada. Caranya, mula-mula dipilih sebuah sirkuit, lalu hapus satu buah sisi dari sirkuit ini. G akan tetap terhubung dan jumlah sirkuitnya berkurang satu. Bila proses ini dilakukan berulang-ulang sampai semua sirkuit di G hilang, maka G menjadi sebuah pohon T , yang dinamakan pohon merentang (*spanning tree*). Disebut pohon merentang karena semua simpul pada pohon T sama dengan semua simpul pada graf G , dan sisi-sisi pada pohon $T \subseteq$ sisi-sisi pada graf G . Dengan kata lain, $V_1 = V$ dan $E_1 \subseteq E$.



Gambar 2.2 – Pohon Merentang

Sumber:

https://www.tutorialspoint.com/data_structures_algorithms/spanning_tree.htm

Pohon merentang didefinisikan hanya untuk graf terhubung, karena pohon selalu terhubung. Pada graf tak terhubung dengan n buah simpul kita tidak dapat menemukan upagraf terhubung dengan n buah simpul. Tiap komponen dari graf tak terhubung mempunyai satu buah pohon merentang. Dengan demikian, graf tak terhubung dengan k komponen mempunyai hutan merentang

yang terdiri dari k buah pohon merentang. Pada graf terhubung terdapat setidaknya satu buah pohon merentang.

2.2.3. Pohon Merentang Minimum

Jika G adalah graf berbobot, maka bobot pohon merentang T dari G didefinisikan sebagai jumlah bobot semua sisi di T . Pohon merentang yang berbeda mempunyai bobot yang berbeda pula. Di antara semua pohon merentang di G , pohon merentang yang berbobot minimum (pohon merentang minimum) merupakan pohon merentang yang paling penting. Terdapat dua buah algoritma membangun pohon merentang minimum, yaitu algoritma Prim dan algoritma Kruskal. Karena makalah ini membahas penggunaan graf dan pohon merentang minimum dengan algoritma Prim, maka yang akan dibahas disini hanya algoritma Prim saja.

2.2.4. Algoritma Prim

Algoritma Prim membentuk pohon merentang minimum langkah per langkah. Pada setiap langkah kita mengambil sisi dari graf G yang mempunyai bobot minimum namun terhubung dengan pohon merentang minimum T yang telah terbentuk.

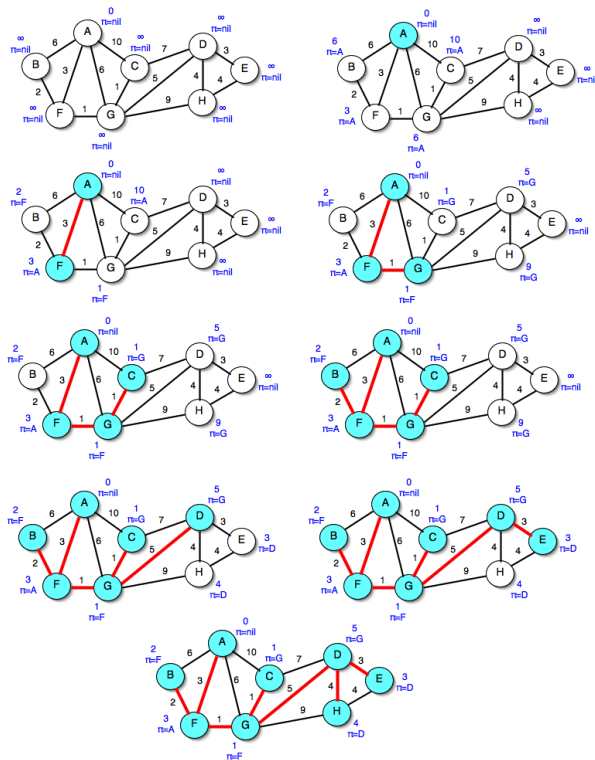
Cara kerja algoritma Prim yaitu seperti berikut:

1. Ambil sisi dari graf G yang berbobot minimum, masukkan ke dalam T
2. Pilih sisi (u, v) yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di T , tetapi (u, v) tidak membentuk sirkuit di T . Tambahkan (u, v) ke dalam T .
3. Ulangi 2 sebanyak $n - 2$ kali.

Berikut ini merupakan *pseudo-code* dari algoritma Prim:

```
procedure Prim (G: Graf berbobot dengan n
simpul)
  T := sisi dengan bobot minimum
  for i:=1 to n-2
    e := sisi berbobot minimum yang besisian
    dengan T dan tidak membentuk sirkuit jika
    ditambahkan di T.
    T := T dengan e yang sudah ditambahkan
  return T
```

Contoh penerapan algoritma Prim dalam menentukan pohon merentang minimum adalah sebagai berikut:



Gambar 2.3 – Penerapan Algoritma Prim









Sumber:

<https://www.geneseo.edu/~baldwin/csci242/spring2013/0404mst.html>

III. PENGGUNAAN ALGORITMA PRIM UNTUK MENENTUKAN RUTE ANTARNEGARA ASIA TENGGARA DENGAN EFISIEN

Berikut ini merupakan daftar negara Asia Tenggara serta letak ibukotanya:

No	Negara	Ibukota	Letak ibukota
1.	Indonesia	Jakarta	
2.	Malaysia	Kuala Lumpur	

3.	Filipina	Manila	
4.	Singapura	Singapura	
5.	Kamboja	Phnom Penh	
6.	Laos	Vientiane	
7.	Myanmar	Naypyidaw	
8.	Thailand	Bangkok	
9.	Vietnam	Hanoi	
10.	Brunei Darussalam	Bandar Seri Begawan	

11.	Timor Leste	Dili	
-----	-------------	------	---

Tabel 3.1 – Tabel Negara Asia Tenggara Beserta Lokasi Ibukotanya

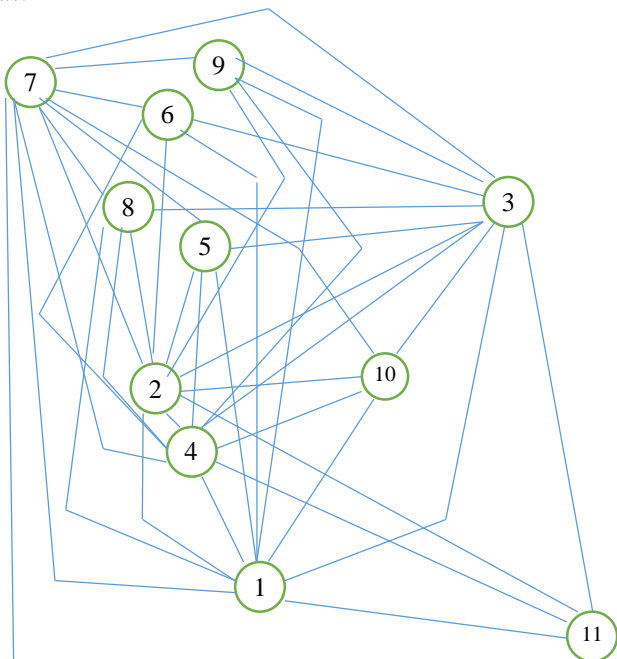
Beriku merupakan gambar node dari seluruh negara-negara di Asia Tenggara:



Gambar 3.1 – Peta Negara Asia Tenggara dengan beberapa modifikasi

Sumber: maps.google.com

Berikut ini merupakan graf terhubung berdasarkan peta di atas:



Gambar 3.2 – Graf Terhubung dari Kumpulan Negara Asia

Tenggara
Sumber: Penulis

Berikut merupakan tabel jarak antar negara Asia Tenggara yang dibuat berdasarkan situs www.distancecalculator.net dengan beberapa penyesuaian:

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Indonesia (1)	Malaysia	1186
	Filipina	2789
	Singapura	898
	Kamboja	1985
	Laos	2728
	Myanmar	3120
	Thailand	2328
	Vietnam	3030
	Brunei Darussalam	1525
	Timor Leste	2081

Tabel 3.2 – Tabel Jarak Indonesia dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Malaysia (2)	Indonesia	1186
	Filipina	2473
	Singapura	310
	Kamboja	1000
	Laos	1655
	Myanmar	1984
	Thailand	1189
	Vietnam	2041
	Brunei Darussalam	1485
	Timor Leste	2952

Tabel 3.3 – Tabel Jarak Malaysia dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Filipina (3)	Indonesia	2789
	Malaysia	2473
	Singapura	2391
	Kamboja	1777
	Laos	1996
	Myanmar	2707
	Thailand	2212
	Vietnam	1756
	Brunei Darussalam	1266
	Timor Leste	2627

Tabel 3.4 – Tabel Jarak Filipina dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Singapura (4)	Indonesia	898
	Malaysia	310
	Filipina	2391

	Kamboja	1140
	Laos	1855
	Myanmar	2218
	Thailand	1429
	Vietnam	2200
	Brunei Darussalam	1292
	Timor Leste	2648

Tabel 3.5 – Tabel Jarak Singapura dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Kamboja (5)	Indonesia	1985
	Malaysia	1000
	Filipina	1777
	Singapura	1140
	Laos	756
	Myanmar	1314
	Thailand	537
	Vietnam	1060
	Brunei Darussalam	1331
	Timor Leste	3200

Tabel 3.6 – Tabel Jarak Kamboja dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Laos (6)	Indonesia	2728
	Malaysia	1655
	Filipina	1996
	Singapura	1855
	Kamboja	756
	Myanmar	718
	Thailand	522
	Vietnam	478
	Brunei Darussalam	1978
	Timor Leste	3883

Tabel 3.7 – Tabel Jarak Laos dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Myanmar (7)	Indonesia	3120
	Malaysia	1984
	Filipina	2707
	Singapura	2218
	Kamboja	1314
	Laos	718
	Thailand	818
	Vietnam	1027
	Brunei Darussalam	2630
	Timor Leste	4514

Tabel 3.8 – Tabel Jarak Myanmar dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Thailand (8)	Indonesia	2328
	Malaysia	1189
	Filipina	2212
	Singapura	1429
	Kamboja	537
	Laos	522
	Myanmar	819
	Vietnam	988
	Brunei Darussalam	1866
	Timor Leste	3720

Tabel 3.9 – Tabel Jarak Thailand dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Vietnam (9)	Indonesia	3030
	Malaysia	2041
	Filipina	1756
	Singapura	2200
	Kamboja	1060
	Laos	478
	Myanmar	1027
	Thailand	988
	Brunei Darussalam	2047
	Timor Leste	3937

Tabel 3.10 – Tabel Jarak Vietnam dengan negara lainnya di Asia Tenggara.


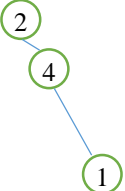
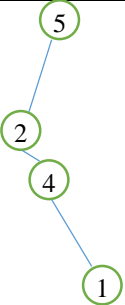
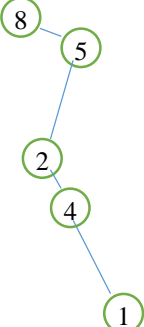
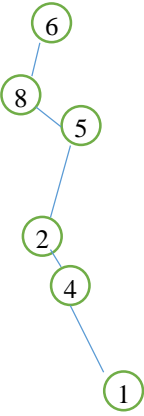
Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Brunei Darussalam (10)	Indonesia	1525
	Malaysia	1485
	Filipina	1266
	Singapura	1292
	Kamboja	1331
	Laos	1978
	Myanmar	2630
	Thailand	1866
	Vietnam	2047
	Timor Leste	1907

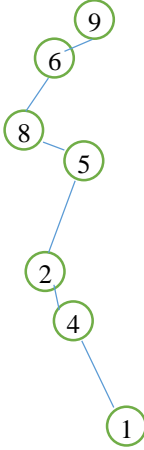
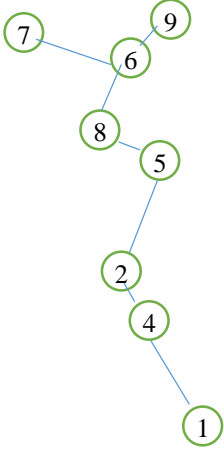
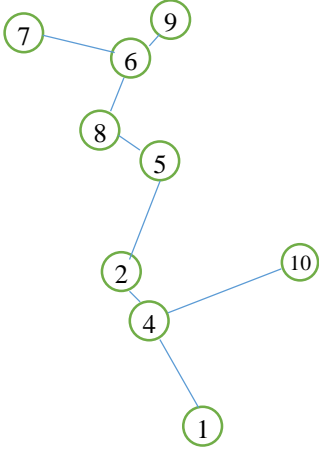
Tabel 3.11 – Tabel Jarak Brunei Darussalam dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

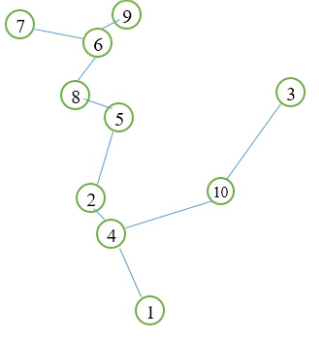
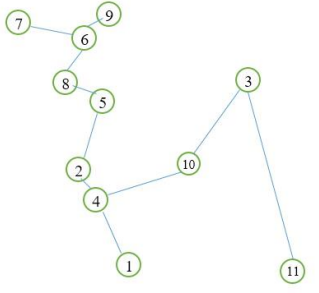
Asal Negara	Tujuan Negara	Jarak (km)
Timor Leste (11)	Indonesia	2081
	Malaysia	2952
	Filipina	2627
	Singapura	2648
	Kamboja	3200
	Laos	3883
	Myanmar	4514
	Thailand	3720
	Vietnam	3937
	Brunei Darussalam	1907

Tabel 3.12 – Tabel Jarak Timor Leste dengan negara lainnya di Asia Tenggara.

Berikut merupakan penerapan algoritma Prim pada graf terhubung tadi yang dihasilkan dengan bobot sebesar jarak (km):

Langkah	Sisi	Bobot	Pohon Merentang
1	(2, 4)	310	
2	(1, 4)	898	
3	(2, 5)	1000	
4	(5, 8)	537	
5	(8, 6)	522	

6	(6, 9)	478	
7	(6, 7)	718	
8	(4, 10)	1292	

9	(10, 3)	1266	
10	(10, 11)	1907	

Berdasarkan pohon merentang minimum, maka didapat jarak minimum yang dibutuhkan untuk mengunjungi tiap negara Asia Tenggara, yaitu sejauh 8928 km.

IV. KESIMPULAN

Teori graf sangat sering dipakai di dalam kehidupan nyata; terbukti dari teori yang konon sudah lama sekali dipakai ini. Salah satu contoh penerapan teori graf yaitu dalam pembuatan pohon merentang minimum untuk menentukan rute yang efisien untuk bepergian antar negara Asia Tenggara, dengan menganggap ibukota negara sebagai simpul dan sisi sebagai jalan antar negara.

Pada kenyataannya, analisis ini belum pasti merupakan rute paling efisien. Hal ini disebabkan karena penulis belum menyesuaikan dengan rute pesawat, maupun transportasi lainnya dengan memperhitungkan waktu yang dibutuhkan jika memakai transportasi tersebut. Juga, terdapat beberapa asumsi yang penulis pakai sehingga perhitungan pada makalah ini belum sepenuhnya akurat. Berdasarkan kekurangan-kekurangan tersebut, pengoptimalan penggunaan aplikasi graf dan pohon lainnya dapat dilakukan, seperti misalnya menggunakan pohon keputusan untuk menimbang jenis transportasi apa yang dipakai dengan mempertimbangkan rute dan waktu yang diperlukan, dan sebagainya.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih penulis haturkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas berkat dan anugerah-Nya penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan tepat waktu, terlebih dengan segala kekurangan dari penulis. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir selaku dosen pengajar penulis yang telah menurunkan ilmunya kepada kelas pengajar dengan penuh semangat dan mangkus sehingga dapat dimengerti oleh penulis. Tak lupa juga penulis mengucapkan

terima kasih kepada keluarga serta teman-teman penulis yang tetap menyemangati dan membantu penulis dalam menentukan ide yang cocok.

REFERENCES

- [1] Baldwin, Doug. 2013. *Minimum Spanning Trees*. <https://www.geneseo.edu/~baldwin/csci242/spring2013/0404mst.html>. Diakses pada 30 November 2017.
- [2] Munir, Rinaldi. 2006. *Matematika Diskrit*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.
- [3] Susanti, Inda. 2017. "Orang Indonesia Wisata ke Luar Negeri Diprediksi Tembus 10, 6 Juta". <https://ekbis.sindonews.com/read/1179640/34/orang-indonesia-wisata-ke-luar-negeri-diprediksi-tembus-106-juta-1486999440>. Diakses pada 26 November 2017.
- [4] Weisstein, Eric W. "Simple Graph." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/SimpleGraph.html> B. Smith, "An approach to graphs of linear forms (Unpublished work style)," unpublished. Diakses pada 28 November 2017.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017



Ellen
13516007