

# Aplikasi Kombinatorial pada Permainan Token untuk GO-POINT pada Aplikasi GO-JEK

Yuly Haruka Berliana Gunawan - 13516031

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

yulyharuka@gmail.com

**Abstrak** — Pada dunia yang modern ini, hidup manusia sangat lah dimudahkan dengan adanya kemajuan teknologi. Handphone yang kita genggam di tangan kita dapat melakukan hampir apa saja, bahkan kita bisa memesan kendaraan untuk berpergian hanya dengan beberapa klik saja. GO-JEK merupakan perusahaan buatan Indonesia yang bergerak dalam bidang transportasi berbasis online. Selain kita dapat memesan kendaraan, kita juga ternyata bisa mendapat suatu ‘reward’ tertentu dengan mengumpulkan GO-POINT dengan bermain memutar token nya terlebih dahulu. Permainan token ini menerapkan salah satu pelajaran yang ada pada mata kuliah Matematika Diskrit, yaitu Teori Kombinatorial.

**Keywords** — Peluang, Kombinatorial, Token

## I. PENDAHULUAN

Teori Kombinatorial merupakan teori yang telah manusia gunakan dari dahulu kala. Kombinatorial sendiri itu ialah cabang ilmu dari matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya. Teori Kombinatorial ini sendiri sudah diajarkan dasarnya sejak SD.

Banyak sekali permasalahan di kehidupan sehari-hari yang sudah menggunakan teori kombinatorial ini. Contoh permasalahan yang memanfaatkan teori kombinatorial ini adalah kata sandi atau ‘password’. Saat kita ingin membuat suatu akun di media sosial, tentunya kita harus mempunyai kata sandi kita sendiri untuk masuk ke dalam akun kita. Aplikasi media sosial tersebut akan menghitung berapa “kuat” kah kata sandi kita. Kuat atau tidaknya kata sandi bergantung pada seberapa banyak jumlah kemungkinan dari kata sandi kita. Semakin banyak kemungkinan, maka kata sandi kita semakin susah untuk di tebak. Tentu saja jika kita ingin menghitung berapa banyak kemungkinan kata sandi yang kita miliki tidaklah dengan menghitungnya secara satu-persatu. Teori Kombinatorial lah yang membantu kita menghitung semua kemungkinan kata sandi tersebut tanpa harus menghitungnya secara satu-persatu kemungkinan yang ada.

Aplikasi teori kombinatorial yang lainnya ialah pada aplikasi GO-JEK, terutama pada permainan token nya. GO-JEK merupakan perusahaan transportasi berbasis online. Kita bisa memesan kendaraan berpergian kita dengan mudah dan bahkan

kita bisa memilih kendaraan nya apakah itu mobil atau motor. Selain itu, GO-JEK juga menyediakan pemesanan makanan serta jasa lainnya. Ternyata selain itu, kita juga bisa membayar secara online. Hal in tentunya sangat memudahkkn jika sang “driver” tidak mempunyai kembalian atau pada saat kita tidak mempunyai uang tunai di dompet kita. Uang online ini disebut GO-PAY dalam aplikasi GO-JEK. Ternyata selain kita tidak harus memikirkan kembalian, GO-JEK juga memberikan sebuah “reward” kepada pelanggannya yang membayar menggunakan GO-PAY, yaitu GO-POINT. Tetapi kita tidak mendapatkan langsung begitu saja, kita mendapatkannya ketika kita sudah memainkan token kita. Selain itu, token itu berisi angka acak yang akan menjadi point kita. Maka itu, disini digunakan lah teori kombinatorial dalam permainan tersebut.

## II. TEORI KOMBINATORIAL

### 1. Kaidah Perkalian (rule of product)

Jika percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan, dan percobaan 2 mempunyai q hasil, maka jika percobaan 1 dan percobaan 2 dilakukan akan terdapat  $p \times q$  hasil percobaan.

### 2. Kaidah Penjumlahan (rule of sum)

Jika percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan, dan percobaan 2 mempunyai q hasil, maka jika percobaan 1 atau percobaan 2 dilakukan (hanya salah satu percobaan saja yang dilakukan) akan terdapat  $p + q$  hasil percobaan.

Kaidah perkalian dan penjumlahan dapat diperluas menjadi lebih dari 2 kasus. Jika n buah percobaan masing-masing mempunyai  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ . Maka jumlah hasil percobaan yang mungkin terjadi ialah

- $p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_n$  untuk kaidah perkalian
- $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$  untuk kaidah penjumlahan

Kaidah perkalian dan penjumlahan merupakan dasar Permutasi dan Kombinasi. Dimana yang nantinya keduanya akan dipakai dalam Teori Peluang.

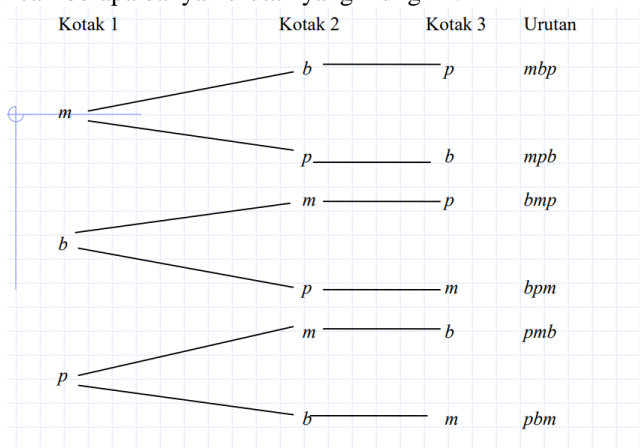
## III. TEORI KOMBINASI (2)

### A. Permutasi

Permutasi adalah susunan yang dapat dibentuk dari suatu

kumpulan objek yang diambil sebagian atau seluruhnya. Pada permutasi, urutan sangatlah penting, sehingga berbeda satu urutan saja, maka sudah berbeda kemungkinan. XY dan YX pada permutasi di hitung 2. Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian.

Contoh dari penerapan permutasi sendiri ialah mencari berapa banyak urutan bola yang akan dimasukkan ke dalam sebuah kotak. Misalkan ada ada 3 buah bola berwarna berbeda yang akan dimasukkan ke dalam 3 kotak berbeda. Maka kita akan mencari berapa banyak urutan yang mungkin.



Sumber : slide Teori Kombinatorial Rinaldi Munir

Bisa dilihat jika kita enumerasi kan maka kita akan mendapatkan hasil 6 kemungkinan urutan yang terjadi. Tentu saja jika kita memiliki banyak objek kita tidak akan menghitungnya secara manual seperti ini.

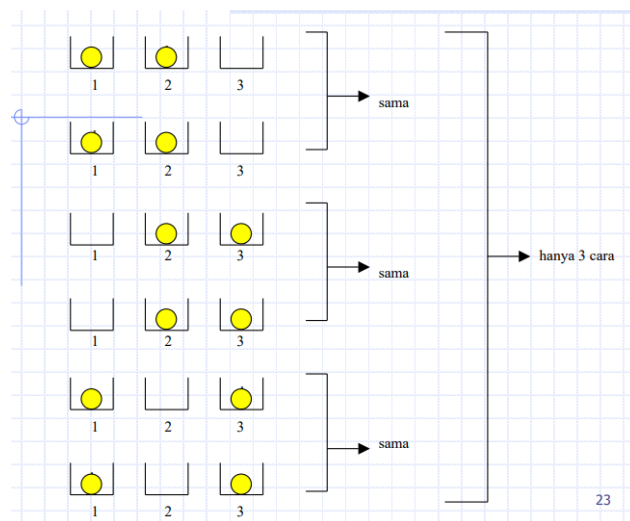
Permutasi r dari n elemen adalah jumlah kemungkinan urutan r buah elemen yang dipilih dari n buah elemen, dengan  $r \leq n$ , yang dalam hal ini, pada setiap kemungkinan urutan tidak ada elemen yang sama.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

### B. Kombinasi

Kombinasi adalah suatu teknik yang menyatakan banyaknya cara dalam menyusun beberapa objek dari suatu grup tanpa memperhatikan urutan. Dengan demikian jika ada objek yang hanya berbeda urutan, maka tidak diperbolehkan atau akan dianggap sama objeknya. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi, urutan kemunculan diabaikan.

Contoh dari penerapan kombinatorial sendiri ialah mencari berapa banyak kemungkinan bisa ada 2 bola yang sama ditempatkan di 3 kotak.



Sumber : slide Teori Kombinatorial Rinaldi Munir

Bisa terlihat bahwa kombinasi tidak memperhatikan urutan karena semua bola dianggap sama.

Secara umum, jumlah cara memasukkan r buah bola yang berwarna sama ke dalam n buah kotak adalah

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n - r)!}$$

### C. Permutasi dan Kombinasi Bentuk Umum

Misalkan ada n buah bola yang tidak seluruhnya berbeda warna (jadi, ada beberapa bola yang warnanya sama - indistinguishable).

- n1 bola diantaranya berwarna 1,
  - n2 bola diantaranya berwarna 2,
  - .
  - .
  - .
  - nk bola diantaranya berwarna k,
- dan  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ .

Jika n buah bola itu kita anggap berbeda semuanya, maka jumlah cara pengaturan n buah bola ke dalam n buah kotak adalah:

$$P(n, n) = n!$$

- Dari pengaturan n buah bola itu,
- ada  $n_1!$  cara memasukkan bola berwarna 1
- ada  $n_2!$  cara memasukkan bola berwarna 2
- .
- .
- .
- ada  $n_k!$  cara memasukkan bola berwarna k

Permutasi n buah bola yang mana n1 diantaranya berwarna 1, n2 bola berwarna 2, ..., nk bola berwarna k adalah:

$$P(n; n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{P(n, n)}{n_1! n_2! \dots n_k!} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Jumlah cara pengaturan seluruh bola kedalam kotak adalah:

$$\begin{aligned}
C(n; n_1, n_2, \dots, n_k) &= C(n, n_1) C(n - n_1, n_2) C(n - n_1 - n_2, n_3) \\
&\quad \dots C(n - n_1 - n_2 - \dots - n_{k-1}, n_k) \\
&= \frac{n!}{n_1!(n - n_1)!} \frac{(n - n_1)!}{n_2!(n - n_1 - n_2)!} \\
&\quad \frac{(n - n_1 - n_2)!}{n_3!(n - n_1 - n_2 - n_3)!} \\
&\quad \dots \frac{(n - n_1 - n_2 - \dots - n_{k-1})!}{n_k!(n - n_1 - n_2 - \dots - n_{k-1} - n_k)!} \\
&= \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}
\end{aligned}$$

Sumber : slide Teori Kombinatorial Rinaldi Munir

Maka, bisa disimpulkan bahwa :

$$P(n; n_1, n_2, \dots, n_k) = C(n; n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots nk!}$$

#### D. Kombinasi dengan Pengulangan

Misalkan terdapat r buah bola yang semua warnanya sama dan n buah kotak. Jika kita ingin memasukkannya bola ke dalam kotak, maka ada 2 kemungkinan :

1. Masing-masing kotak hanya boleh diisi paling banyak satu buah bola. Jumlah cara memasukkan bola:

$$C(n, r)$$

2. Masing-masing kotak boleh lebih dari satu buah bola (tidak ada pembatasan jumlah bola) Jumlah cara memasukkan bola:

$$C(n + r - 1, r).$$

Yang dimana :

$$C(n + r - 1, r) = C(n + r - 1, n - 1)$$

#### E. Teori Peluang

##### 1. Ruang Sampel

Ruang sampel adalah kumpulan dari semua hasil kemungkinan pada suatu percobaan . Ruang sampel dapat dinyatakan dalam berbagai bentuk, seperti diagram pohon atau tabel.

##### 2. Peluang Suatu Kejadian

Peluang merupakan banyaknya kemungkinan kumpulan kejadian yang diinginkan terjadi. Seperti contoh menghitung banyaknya kemungkinan muncul angka 4 jika kita melempar satu dadu. Nilai kemungkinannya adalah  $\frac{1}{6}$ . Itu dikarenakan banyaknya angka 4 di dadu adalah satu dan ruang sampel dari sebuah dadu ialah 6. Maka bisa disimpulkan bahwa peluang dapat dihitung dengan menggunakan :

$$P(A) = \frac{\text{Banyaknya kejadian A}}{\text{Ruang Sampel}}$$



Sumber : [www.google.co.id](http://www.google.co.id)

Banyaknya kejadian A bisa didapatkan dari kombinasi atau pun permutasi.

#### 3. Frekuensi Harapan

Frekuensi harapan adalah banyaknya kemungkinan kejadian yang di harapkan terjadi dalam n percobaan. Seperti contoh jika kita ingin mencari berapa banyak kemunculan angka 4 pada suatu dadu jika dadu tersebut di lempar sebanyak 120 kali.

Karena kemungkinannya munculnya angka 4 di setiap lemparan adalah  $\frac{1}{6}$ , maka untuk 120 kali kejadian adalah  $\frac{1}{6} \times 120 = 20$  kali. Maka angka 4 berkemungkinan muncul sebanyak 20 kali dari 120 kali lemparan. Maka bisa disimpulkan bahwa frekuensi harapan dapat dihitung dengan cara :

$$fh(A) = P(A) \times \text{banyaknya kejadian}$$

#### IV. TOKEN GO-POINT PADA APLIKASI GO-JEK

Pada kemajuan teknologi ini, hidup sangatlah dimudahkan. Bahkan kita tidak perlu ke luar rumah untuk mencari ojek, kita bisa tinggal memesan melalui aplikasi dan ojek pun siap datang ke depan rumah kita. Ternyata, aplikasi GO-JEK memudahkan kita tidak hanya sampai situ saja, ternyata GO-JEK juga menyediakan yang namanya GO-PAY.



Aplikasi GO-JEK

Sumber : [www.google.co.id](http://www.google.co.id)

GO-PAY sendiri ialah salah satu fitur dari aplikasi GO-JEK yang dimana kita bisa menukarkan uang yang ada di dunia nyata ini ke dalam dunia maya.

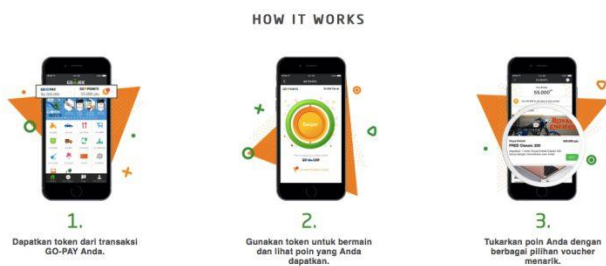


Fitur GO-PAY pada aplikasi GO-JEK

Sumber : [www.google.co.id](http://www.google.co.id)

Jika kita mengisi GO-PAY kita dengan 50 ribu rupiah, maka di dalam GO-PAY kita akan tersimpan pula 50 ribu rupiah. Tentu saja GO-PAY diciptakan untuk memudahkan kita dan para ojek online. Para tukang ojek tersebut tidak perlu lagi pusing-pusing untuk menyediakan kembalian untuk kita para penumpang lagi karena jika kita membayar dengan GO-PAY, kita seperti membayar dengan cara transfer. Jadi GO-PAY kita akan

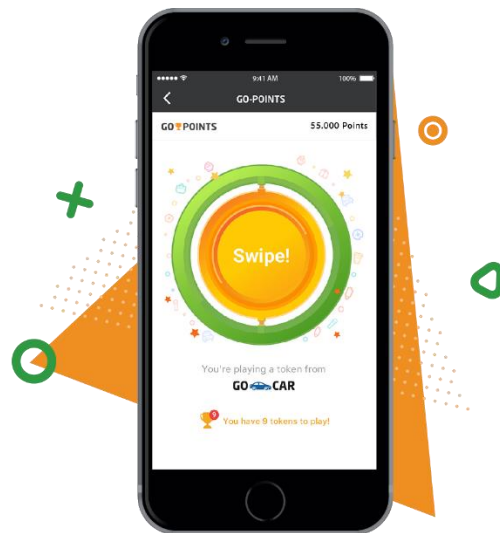
otomatis berkurang sesuai tarif yang ada dan GO-PAY para ojek online akan bertambah sesuai tarif. Tentunya ini sangat lah memudahkan para tukang ojek online tersebut dan kita sebagai penumpang karena kita tidak perlu lagi repot-repot mencari uang pas untuk membayar para ojek online. Selain itu, ternyata pelanggan juga diuntungkan dalam hal lain. Jika kita membayar dengan GO-PAY, maka kita akan mendapatkan potongan harga dari tarif kita yang seharusnya. Selain itu, jika kita membayar dengan menggunakan GO-PAY, kita akan mendapatkan token. Setiap satu transaksi dengan GO-PAY, maka kita akan mendapatkan satu token. Kita bisa bermain dengan token tersebut dan mendapatkan GO-POINT, dimana GO-POINT bisa ditukarkan dengan hadiah tertentu yang sudah disediakan oleh pihak GO-JEK.



Cara bermain token GO-POINT  
 Sumber : [www.google.co.id](http://www.google.co.id)

Token tersebut dimainkan dengan cara memutar sebuah koin yang di mana di tengahnya terdapat nilai GO-POINT yang akan kita raih. Tentu saja ini lah yang membuat token itu menarik karena setiap orang mendapatkan kemungkinan nilai poin yang berbeda-beda. Jadi GO-POINT yang kita dapatkan nilainya selalu acak sesuai dengan kapan koin itu berhenti berputar. Semakin besar nilai transaksi yang kita lakukan, maka semakin besar pula nilai GO-POINT yang tertera di koin tersebut dan semakin besar pula rentang nilainya. Biasanya nilai terkecil nya adalah 5 poin dan nilai terbesarnya bergantung pada seberapa besar nilai transaksi kita.

Di sini lah kita menggunakan teori peluang, dimana kita akan mencari seberapa besar peluang kita mendapatkan nilai terbesar. Karena nilai yang muncul pada token tersebut acak, maka setiap orang pun mempunyai peluangnya masing-masing dan peluang tiap orang berbeda-beda.



Tampilan fitur permainan token  
<https://www.go-jek.com/go-points/>

### V. PENERAPAN PELUANG DALAM PERMAINAN TOKEN

Pada setiap permainan token, biasanya akan muncul 5 nilai yang berbeda dan nilai tersebut. Maka kita akan misalkan jika setiap bermain token tersebut maka akan :

1. Muncul n nilai berbeda
2. Salah satu nilai akan muncul lebih dari 1 kali yaitu sebanyak x kali, dimana  $x < n < y$ .
3. Koin akan berputar sebanyak y kali, dimana  $y \geq n$ .

Dari premisalan nilai-nilai diatas maka kita dapat menghitung berapa banyaknya peluang. Jika nilai yang muncul sebanyak x kali adalah nilai yang terbesar maka peluang kita mendapatkan nilai terbesar ialah :

Banyaknya kemungkinan kemunculan nilai terbesar = 
$$\frac{x}{(n - x + 1)}$$

Hal tersebut disebabkan karena x angka yang sama tidak akan dihitung sebanyak x melainkan sebanyak 1.

Banyaknya kejadian adalah y.

Maka peluang kita mendapatkan nilai terbesar adalah

$$P(A) = \frac{\frac{x}{n - x + 1}}{y} = \frac{x}{(n - x + 1) * y}$$

Pemisalan di atas merupakan pemisalan jika nilai terbesar lah yang muncul lebih dari sekali, tetapi jika nilai terbesar hanya muncul satu kali, maka peluang kita mendapatkan nilai terbesar ialah

$$P(A) = \frac{1}{n * y}$$

Jika kemunculan nilai terbesar hanya satu kali, maka banyaknya kemungkinan dari kita mendapatkan nilai terbesar nya ialah  $\frac{1}{n * y}$ .

Jika kita analisa kemungkinan tersebut dengan tabel, maka hasilnya yang dimana nilai y dan n nya selalu tepat 5:

NO	Nilai X	P(A)
----	---------	------

1	1	$\frac{1}{25}$
2	2	$\frac{2}{20}$
3	3	$\frac{3}{15}$
4	4	$\frac{4}{10}$

Terlihat bahwa peluang mendapat nilai terbesar akan terus bertambah seiring bertambahnya kemunculan nilai terbesar tersebut. Jika koin berputar 5 kali dan terdapat 4 kali kemunculan nilai terbesar, maka peluang kita mendapatkan nilai terbesar tersebut adalah 0,4. Yang dimana jika kita hitung frekuensi harapan dari 5 kali kejadian tersebut adalah

$$fh(A) = \frac{4}{10} \times 5 = 2$$

Jadi jika kita memutar koin tersebut dengan y (putaran koin) dan n (kemunculan angka yang berbeda) yang sama sebanyak 5 kali berturut-turut, maka kita akan mendapatkan nilai terbesar sebanyak 2 kali. Dimana kita tahu bahwa setiap kita bermain token tersebut, tidak mungkin nilai y (putaran koin) dan n (banyaknya angka berbeda yang muncul di koin) nya selalu sama.

Kita bisa menyimpulkan beberapa hal dari persamaan yang telah kita rumuskan di atas, dimana bahwa jumlah putaran koin, banyaknya angka berbeda yang muncul, dan banyaknya nilai terbesar sangat mempengaruhi kita dalam mendapatkan poin dalam permainan token tersebut. Bisa disimpulkan bahwa semakin besar nilai y (putaran koin) maka semakin sedikit pula peluang kita mendapatkan poin terbesar. Dan semakin sedikit n (banyaknya nilai yang berbeda), maka semakin besar peluang kita dalam mendapatkan nilai terbesar. Dan jika nilai terbesar dimisalkan muncul sebanyak x, dan dimana jika x semakin kecil nilainya maka semakin kecil pula peluang kita mendapatkan nilai terbesar. Dari rumus tersebut juga bisa kita dapatkan jika suatu angka muncul dengan frekuensi yang cukup sering, maka kemungkinan kita mendapat angka tersebut angka menjadi lebih tinggi.

Selain itu, kemunculan angka pada koin token GO-JEK tersebut tidaklah acak. Aplikasi GO-JEK sendiri menggunakan teori kombinatorial untuk memunculkan angka-angka tersebut, karena jika dalam suatu rentang besar transaksi tertentu, angka yang muncul akan sama dan besar nilai kemunculannya akan mirip, tetapi nilai terkecil akan selalu muncul yaitu nilai 5 poin. Selain itu juga ada beberapa pengecualian, ketika besar transaksi sangatlah kecil (contoh : Rp3.000,00) maka angka yang muncul pada koin hanyalah 4 poin, 3 poin, dan 2 poin.

Jika kita hitung kemungkinan kita mendapatkan angka 4 poin jika jumlah putaran koin adalah 5 :

NO	Kemunculan Angka 4	P(A)
1	1	$\frac{1}{15}$
2	2	$\frac{2}{10}$

Maka, peluang terbesar untuk mendapatkan angka 4 poin pada

koin ialah 0,2. Yang dimana jika dimisalkan bahwa kemunculan angka 4 tidak akan melebihi banyaknya angka yang ada dan jumlah putaran koin adalah 5.

Walaupun dengan bermain token GO-POINT ini tidak akan selalu mendapatkan nilai yang terbesar, tetapi tetaplah menguntungkan, karena kita minimal akan mendapatkan nilai poin terkecil yaitu 5, karena dalam koin tersebut tidak ada yang membuat kita mendapatkan 0 poin.

## VI. PENUTUP

Teori Kombinatorial merupakan teori yang sangat berguna untuk kehidupan manusia. Banyak dari kegiatan manusia yang menggunakan teori ini. Seperti contoh pada kata sandi, menghitung kemungkinan susunan buku di perpustakaan, menyusun tempat duduk pada restoran dan masih banyak lagi penerapan dari teori ini. Teori Kombinatorial ini sendiri dapat diterapkan ke dalam teori peluang, yang dimana teori peluang ini sendiri banyak juga digunakan dalam kehidupan sehari-hari manusia, seperti dalam menghitung peluang berapa kemungkinan banyaknya bola basket yang masuk ke dalam ring, atau bisa juga digunakan dalam menghitung peluang ketika bermain judi. Teori peluang dan kombinatorial juga dapat diterapkan dalam berbagai permainan kartu seperti poker, dan lain-lainnya.

Teori kombinatorial merupakan teori yang banyak digunakan di dalam kehidupan sehari-hari, termasuk pada permainan token GO-JEK ini. Kita dapat menghitung berapa peluang kita mendapatkan poin terbesar. Selain itu, nilai yang muncul pada koin token itu sendiri merupakan hasil dari perhitungan dengan menggunakan teori kombinatorial dari aplikasi GO-JEK tersebut. Tetapi tentu saja jika menggunakan teori peluang, maka kita hanya menghitung peluang kemunculannya saja, bukan lah menghitung berapa banyak kejadian pastinya. Selain itu, frekuensi harapan pun menghitung kemungkinan banyaknya kejadian yang diharapkan itu terjadi seminimal nya.

Saya pribadi mengakui bahwa makalah ini tidaklah sempurna, untuk itu saya mohon maaf apabila ada hal atau kata-kata yang kurang berkenan di dalam makalah ini. Oleh karena itu, saya menerima kritik dan saran jika ada hal yang kurang berkenan dari makalah ini.

## VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Saya pribadi mengucapkan terima kasih kepada Tuhan YME yang telah memberkati saya sehingga makalah ini dapat terselesaikan dan saya juga mengucapkan terima kasih kepada keluarga saya yang telah mendukung saya dalam pembuatan makalah ini. Selain itu saya juga berterimakasih kepada pak Rinaldi Munir dan banyak sumber lainnya untuk pembuatan makalah ini, karena tanpanya makalah ini tidak akan selesai.

## REFERENCES

- [1] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2120, Matematika Diskrit, Edisi Keempat, Program Studi Teknik Informatika, STEI, ITB, 2006.
- [2] [http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2014/2015/Kombinatorial%20\(2014\).pdf](http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2014/2015/Kombinatorial%20(2014).pdf) . Tanggal akses : 2 Desember 2017, jam akses : 20.37
- [3] <https://www.rumusstatistik.com/2012/06/rumus-permutasi.html> . Tanggal akses : 3 Desember 2017, jam akses : 00.12

[4] <http://statistikceria.blogspot.co.id/2012/01/teori-peluang.html> . Tanggal akses : 3 Desember 2017, jam akses 18.55

[5] <http://go-jek.com/go-point/> .Tanggal akses : 3 Desember 2017, jam akses : 18.09

### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017

Ttd

A handwritten signature in black ink on a light gray background. The signature is stylized and appears to be 'Yuly Haruka Berliana Gunawan'.

Nama dan NIM

Yuly Haruka Berliana Gunawan / 13516031