

Penerapan Teori Graf dalam Pengembangan Rute MRT Jakarta

Albert Sahala Theodore 13516022
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13516022@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—MRT (*Mass Rapid Transit*) Jakarta merupakan moda transportasi massal berbasis rel yang sedang dalam tahap pembangunan di Jakarta. MRT Jakarta dapat menghubungkan Jakarta dengan daerah-daerah tetangga seperti Bekasi, Tangerang, dan Bogor. Lintasan MRT Jakarta direncanakan akan dibuat sepanjang 110 kilometer. MRT Jakarta terdiri dari dua koridor yaitu Utara-Selatan sepanjang 23,8 kilometer dan Timur-Barat sepanjang 87 kilometer. Dalam penerapannya, pembuatan rute dan koridor dari MRT Jakarta memanfaatkan teori graf. Pada makalah ini, penulis akan mengkaji penggunaan teori-teori graf tersebut dalam pengembangan rute MRT Jakarta.

Kata kunci—algoritma Dijkstra, algoritma Welch Powell, graf, MRT Jakarta.

I. PENDAHULUAN

Transportasi merupakan kebutuhan setiap orang untuk dapat berpindah dari suatu tempat ke tempat lain. Moda transportasi juga turut berkembang seiring dengan perkembangan zaman, terutama untuk kota-kota besar seperti Jakarta, Bandung, dan Surabaya. Jakarta sebagai ibukota Indonesia memiliki populasi sekitar 9,6 juta. Menurut data, populasi penduduk Jakarta saat siang hari meningkat menjadi sekitar 14,6 juta. Hal tersebut menunjukkan bahwa ada sekitar 5 juta pendatang ke Jakarta setiap harinya dan mayoritas dari mereka bertempat tinggal di daerah penyokong ibukota seperti Bogor, Bekasi, dan Tangerang. Permintaan akan moda transportasi yang layak dan memadai pun terus meningkat setiap tahunnya sehingga pemerintah pusat dan provinsi mulai membangun moda transportasi massal yaitu MRT Jakarta.

A. Sejarah MRT

MRT pertama dibangun pertama di London pada tahun 1863 dengan nama *Metropolitan Railway* yang sekarang menjadi *London Underground*. Untuk wilayah Asia Tenggara, Singapura menjadi negara pertama yang membangun MRT dan mulai beroperasi pada tahun 1987. Indonesia, khususnya Jakarta, mulai merencanakan pembangunan pada tahun 2008 dan bekerja sama dengan Jepang. Melalui pembangun MRT ini, diharapkan kemacetan kota Jakarta dapat berkurang dan dapat menjadi transportasi yang digunakan 200 ribu orang setiap harinya.

B. Keunggulan MRT

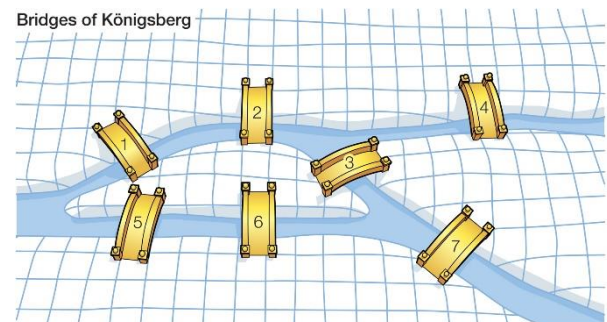
MRT sebagai moda transportasi massal memiliki beberapa keunggulan, diantaranya :

1. Tidak memiliki perlintasan sebidang sehingga tidak menimbulkan kemacetan
2. Kapasitas angkut penumpang yang besar sekitar 200 ribu penumpang setiap hari
3. Sistem persinyalan berupa *Communication Base Control* untuk mengurangi keterlambatan
4. Dapat menjangkau lebih banyak daerah dibanding KRL dengan jarak lebih jauh
5. Minim risiko kecelakaan dibanding moda transportasi darat lainnya

II. LANDASAN TEORI

A. Graf

Teori tentang graf pertama kali diperkenalkan oleh L. Euler pada tahun 1736 melalui tulisan yang dibuat tentang pemecahan masalah jembatan *Königsberg* yaitu apakah mungkin melewati tujuh jembatan di kota *Königsberg* tepat satu kali dan dapat kembali ke tempat semula. Dalam pemecahan masalah ini, L. Euler memisahkan daratan yang dihubungkan dengan titik (*vertex*) dan jembatan dinyatakan



© 2010 Encyclopaedia Britannica, Inc.

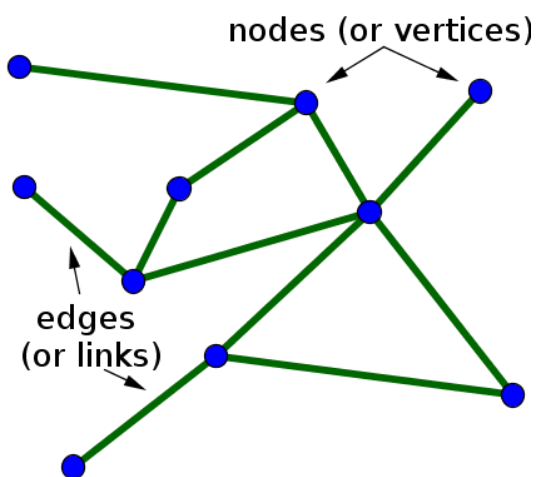
dalam sisi (*edges*).

Gambar 2.1. Jembatan Königsberg

Sumber : britannica.com

Graf G terdiri dari dua komponen yaitu simpul (*vertex*) dan sisi (*edge*). Pada Gambar 2.1, simpul (*vertex*) direpresentasikan daratan yang dihubungkan oleh jembatan, sedangkan sisi (*edge*) merupakan penghubung antara

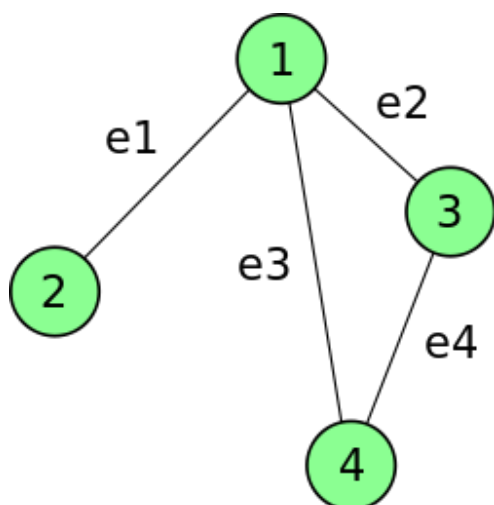
simpul-simpul dan direpresentasikan sebagai jembatan.



Gambar 2.2 Graf
Sumber : mathinsight.org

3. Lintasan (*Path*)
Lintasan merupakan gabungan sisi yang menghubungkan simpul-simpul sehingga terhubung satu sama lain. Pada Gambar 2.3, lintasan 2,1,3,4 adalah lintasan dengan barisan sisi e_1, e_2, e_4 .
4. Sirkuit (*Circuit*)
Sirkuit merupakan lintasan dalam graf yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Pada Gambar 2.3, 1,3,4,1 merupakan sebuah sirkuit yang berawal dan berakhir di simpul 1 dengan panjang 3.
5. Derajat (*Degree*)
Derajat dari suatu simpul merupakan banyaknya sisi yang bersisian dengan simpul tersebut, khusus untuk gelang dihitung dua derajat. Pada Gambar 2.3, derajat dari simpul 1 adalah tiga karena bersisian dengan sisi $e_1, e_2,$ dan e_3 .
6. Terhubung (*Connected*)
Dua buah simpul dikatakan terhubung apabila ada sebuah sisi yang menghubungkan kedua simpul tersebut. Pada Gambar 2.3, simpul 1 dan 3 terhubung oleh sisi e_3 .
7. Upagraf (*Subgraph*)
Upagraf merupakan sebuah graf yang menjadi bagian dari graf lainnya. Pada Gambar 2.3, $G_4 = (V_4, e_4)$ merupakan upagraf dari Graf G.

B. Terminologi dalam Teori Graf

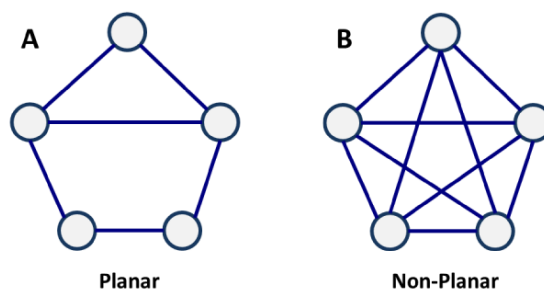


Gambar 2.3 Graf
Sumber : Wikipedia.org

C. Jenis – Jenis Graf

Graf memiliki banyak jenis dan sebagian dari jenis-jenis graf akan dibahas pada makalah ini yaitu Graf Planar, Graf Berarah, dan Graf Sederhana.

1. Ketetanggaan (*Adjacent*)
Dua buah simpul dikatakan bertetangga jika keduanya terhubung langsung oleh sebuah sisi. Pada Gambar 2.3, simpul 1 dan 2 dikatakan bertetangga karena terhubung langsung oleh e_1 , sedangkan simpul 2 dan 3 tidak dikatakan bertetangga karena tidak ada sisi yang menghubungkan langsung kedua simpul tersebut.
2. Bersisian (*Incidency*)
Sebuah simpul bersisian dengan sebuah sisi jika simpul tersebut dihubungkan oleh sisi yang dimaksud dengan simpul lainnya. Pada Gambar 2.3, simpul 4 bersisian dengan sisi e_4 karena sisi e_4 menghubungkan simpul 3 dan 4.

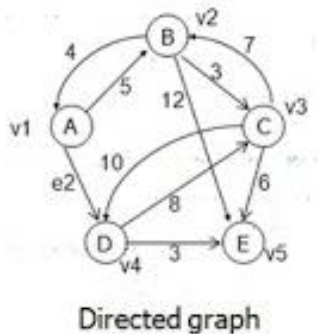


Gambar 2.4 Graf Planar dan Non-Planar
Sumber : hofstra.edu

1. Graf Planar
Graf planar merupakan graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi yang tidak saling berpotongan. Pada Gambar 2.4, Graf A merupakan graf planar karena tidak ada sisi yang saling berpotongan.

2. Graf Berarah

Graf berarah merupakan graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Pada Gambar 2.5, graf tersebut merupakan graf berarah karena setiap sisinya mempunyai arah seperti sisi 7 dengan arah dari v_3 ke v_2 .



Gambar 2.5 Graf Berarah
Sumber : bp.blogspot.com

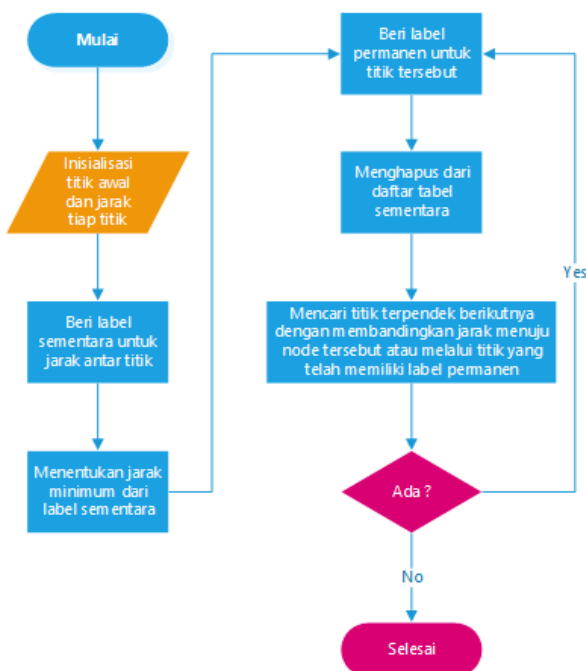
3. Graf Sederhana

Graf sederhana merupakan graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda. Pada Gambar 2.4, graf A merupakan graf sederhana karena tidak memiliki sisi ganda maupun gelang.

III. ALGORITMA DIJKSTRA

A. Algoritma Dijkstra

Algoritma Dijkstra merupakan algoritma yang ditemukan oleh Edsger W. Dijkstra dan dipublikasikan pada jurnal *Numerische Mathematik* yang berjudul "A Note



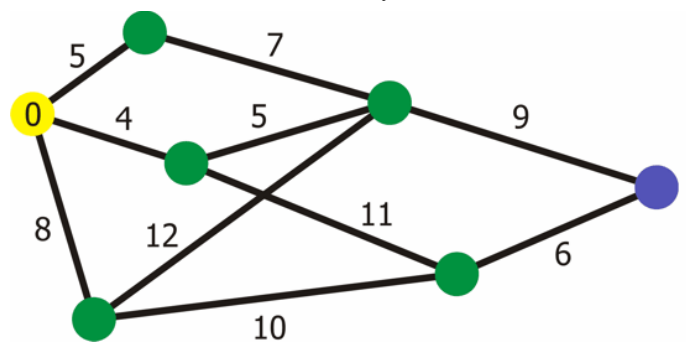
on Two Problems in Connexion with Graphs" pada tahun 1959. Algoritma ini merupakan algoritma yang terkenal dan biasa digunakan untuk pemecahan persoalan terkait masalah optimasi pencarian lintasan terpendek sebuah

lintasan yang mempunyai panjang minimum dari verteks a ke verteks z dalam graf berbobot. Graf berbobot yang dimaksud adalah graf dengan bobot yang merupakan bilangan positif sehingga tidak dapat dilalui node negatif.

Gambar 3.1 Flowchart Dijkstra
Sumber : wordpress.com

B. Implementasi Dijkstra

Algoritma Dijkstra bertujuan untuk menemukan jalur terpendek berdasarkan bobot terkecil dari satu titik ke titik lainnya. Untuk rute MRT, bobot direpresentasikan oleh jarak dari satu stasiun ke stasiun lainnya. Pada Gambar 3.2, titik



menggambarkan stasiun dan sisi menggambarkan jalur rel kereta. Maka, algoritma Dijkstra mengkalkulasi semua kemungkinan jarak terpendek dari rel kereta yang direpresentasikan oleh graf dalam gambar tersebut.

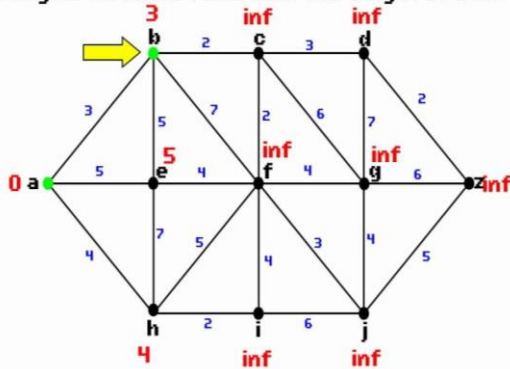
Gambar 3.2 Graf Implementasi Dijkstra
Sumber : wordpress.com

Untuk mengimplementasikan algoritma ini, tahap pertama yang harus dilakukan adalah menentukan titik yang menjadi node awal dan memberikan bobot jarak ke node lain yang terdekat satu persatu. Algoritma ini melakukan pencarian dari satu titik ke titik lainnya tahap demi tahap, berikut adalah tahapan dari algoritma Dijkstra :

1. Berikan besaran bobot (jarak) pada setiap titik ke titik lainnya, lalu tetapkan nilai nol pada node awal dan nilai tak hingga terhadap node lain yang belum terisi.
2. Tetapkan semua node yang belum ditetapkan sebelumnya dan node awal sebagai node keberangkatan.
3. Dari node keberangkatan, pertimbangkan node tetangga yang belum pernah ditetapkan sebelumnya dan hitung jaraknya dari titik keberangkatan.
4. Saat selesai mempertimbangkan setiap jarak terhadap node tetangga, tandai node yang sudah pernah dikunjungi sebelumnya. Node yang sudah pernah dikunjungi sebelumnya tidak akan dicek kembali dan jarak yang disimpan akan adalah jarak terakhir yang paling minimal bobotnya.

5. Tetapkan node yang belum pernah dikunjungi sebelumnya dengan jarak terkecil sebagai node keberangkatan, lalu kembali ke tahap ketiga.

The distance of the adjacent vertices is calculated by adding its distance value with the weight of each path.

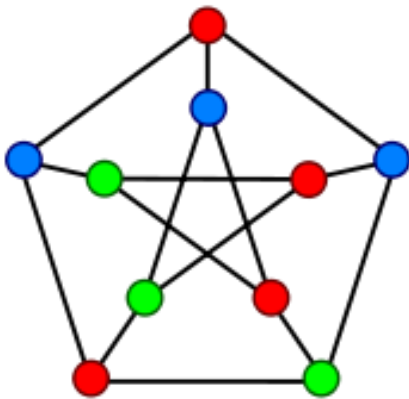


Gambar 3.3 Visualisasi Algoritma Dijkstra
Sumber : yting.com

IV. ALGORITMA PEWARNAAN GRAF

A. Algoritma Pewarnaan Simpul

Algoritma pewarnaan simpul merupakan algoritma yang digunakan untuk mencari banyaknya warna yang digunakan untuk mewarnai setiap simpul yang ada pada sebuah graf sehingga tidak ada simpul bertetangga yang mempunyai warna yang sama.



Gambar 4.1 Pewarnaan Simpul
Sumber : wordpress.com

Pada Gambar 4.1, kita dapat melihat bahwa simpul yang bertetangga yaitu yang terhubung langsung satu sama lain oleh sebuah sisi tidak ada yang memiliki warna yang sama.

Jumlah bilangan minimum yang dibutuhkan oleh sebuah graf disebut bilangan kromatis dari G dan ditulis $K(G)$. Dalam pemecahan persoalan dengan algoritma pewarnaan, selalu dicari jumlah warna minimal.

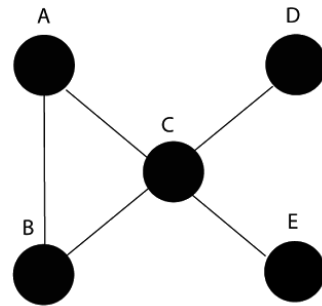
B. Algoritma Welch Powell

Algoritma Welch Powell merupakan salah satu algoritma yang dapat digunakan untuk melakukan pewarnaan graf. Algoritma Welch Powell melakukan

pewarnaan titik (*vertex coloring*) dengan warna minimal dengan berpedoman pada simpul dengan derajat yang tinggi. Berikut adalah tahapan dari penggunaan algoritma pewarnaan simpul :

1. Mengurutkan semua simpul berdasarkan derajatnya mulai dari derajat yang terbesar sampai yang terkecil
2. Mengambil warna pertama yang akan digunakan dalam pewarnaan dan warnai simpul dengan derajat yang paling tinggi dengan warna tersebut
3. Mencari simpul lain yang tidak terhubung langsung dan derajatnya maksimal lalu warnai dengan warna yang sama seperti yang sebelumnya
4. Lakukan pewarnaan untuk simpul dengan derajat maksimal lainnya dan diulangi sampai semua simpul telah diberi warna

Berikut merupakan contoh dalam penerapan Algoritma Welch Powell :

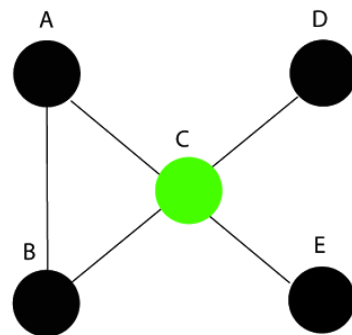


Gambar 4.2 Tahap Pertama Algoritma Welch Powell
Sumber : metode-algoritma.com

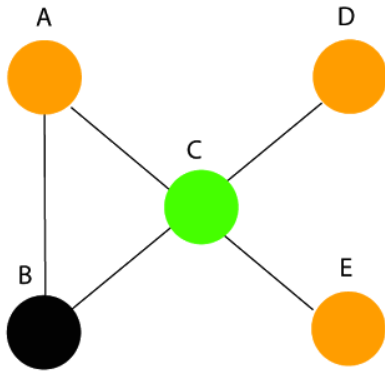
1. Mengurutkan derajat simpul mulai dari yang terbesar hingga yang terkecil, dapat dilihat pada Gambar 4.2 :

$$C - A - B - D - E$$

2. Pada Gambar 4.3, pewarnaan dilakukan pada simpul C dengan warna hijau dikarenakan simpul C memiliki derajat terbesar yaitu derajat empat.

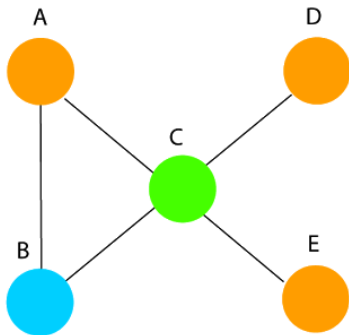


Gambar 4.3 Tahap Kedua Algoritma Welch Powell
Sumber : metode-algoritma.com



Gambar 4.4 Tahap Ketiga Algoritma Welch Powell
 Sumber : metode-algoritma.com

3. Dapat kita lihat bahwa simpul lain yang belum diberi warna bertetangga dengan simpul C. Maka dilanjutkan dengan pewarnaan pada simpul berderajat terbesar lainnya seperti pada Gambar 4.4.
4. Setelah dilakukan pewarnaan pada simpul C, A, D, E maka tersisa sebuah simpul yang belum diberikan warna dan terhubung dengan simpul A dan C sehingga diberikan warna berbeda seperti yang dapat dilihat pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Tahap Keempat Algoritma Welch Powell
 Sumber : metode-algoritma.com

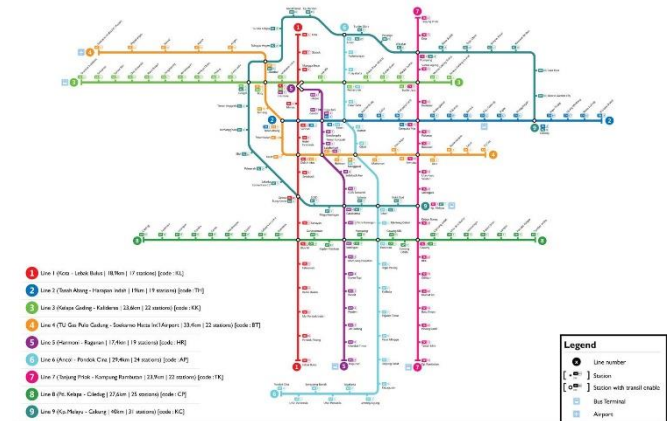
V. PENERAPAN PADA PENGEMBANGAN RUTE MRT JAKARTA

Rute MRT Jakarta yang dibahas pada makalah ini merupakan rute yang masih dalam tahap pengembangan dan masih mungkin untuk dikembangkan dalam tahun-tahun kedepan. Peta rute MRT Jakarta dapat dilihat pada Gambar 5.1.

Sebagian besar konstruksi jalur MRT merupakan struktur layang dan terbentang sepanjang kurang lebih 10 kilometer. Untuk konstruksi bawah tanah pada MRT Jakarta membentang sepanjang kurang lebih 6 kilometer. Pada rute tersebut terdapat tujuh stasiun layang yang menghubungkan Jakarta Pusat dan Jakarta Selatan.

Hingga tahap akhir, diproyeksikan akan dibuat dua koridor besar yaitu Utara-Selatan dan Barat-Timur dengan sembilan

koridor di dalamnya seperti yang terlihat pada Gambar 5.1 dimana setiap koridor memiliki warna yang berbeda-beda.

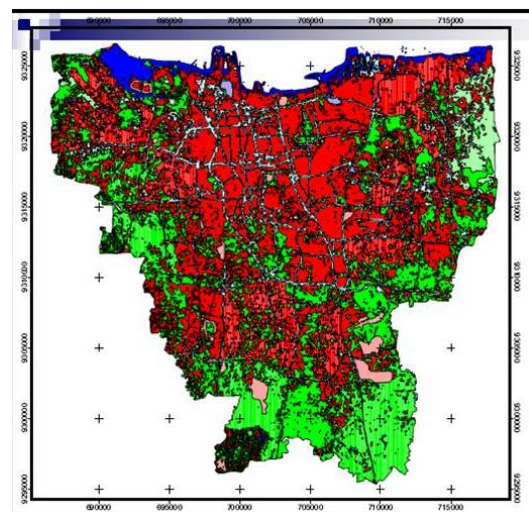


Gambar 5.1 Peta Rute MRT Jakarta
 Sumber : wp.com

Rute MRT tersebut yang dapat dilihat pada Gambar 5.1 jika direpresentasikan dalam graf, stasiun dapat digambarkan sebagai simpul dan lintasan setiap koridor dalam digambarkan sebagai sisi yang menghubungkan simpul satu sama lain.

Penempatan stasiun pada peta rute MRT Jakarta dapat ditentukan berdasarkan jarak terpendek yang mencakup wilayah-wilayah dengan kepadatan tinggi atau pusat keramaian. Stasiun yang berdekatan tidak harus berada pada koridor yang sama, penentuan suatu stasiun pada sebuah koridor juga ditentukan oleh lintasan dan jalur yang akan dilalui.

Pada Gambar 5.1 dapat kita lihat bahwa simpul-simpul dengan derajat yang tinggi ditempatkan pada bagian tengah, dalam hal ini Jakarta Pusat karena menjadi pusat perekonomian dan kepadatan penduduk yang tinggi sehingga simpul berderajat tinggi yaitu stasiun pada rute MRT tersebut bias menjadi penghubung satu stasiun dengan stasiun lainnya.



Gambar 5.2 Peta Penutupan Lahan DKI Jakarta
 Sumber : rovicky.com

Pada Gambar 5.2 dapat kita lihat bahwa daerah Jakarta Pusat dan Jakarta Utara sebagian besarnya merupakan bangunan yang diberi warna merah pada peta tersebut. Banyaknya bangunan menandakan daerah tersebut menjadi pusat pemukiman penduduk dan pusat perekonomian sehingga pada peta rute MRT dapat dilihat stasiun yang berada pada daerah tersebut merupakan simpul berderajat tinggi.

VI. KESIMPULAN

Teori graf memiliki banyak manfaat yang dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan sehari-hari yang kita temukan juga dapat diselesaikan dengan teori graf. Pada kota-kota besar yang padat penduduk, teori graf dapat diterapkan untuk memecahkan masalah transportasi terutama untuk transportasi massal berbasis rel. Pada makalah ini, penulis membahas tentang penerapan teori graf dalam rute MRT Jakarta yang sedang dalam pembangunan. Peta rute MRT Jakarta yang terdiri dari sembilan koridor memanfaatkan algoritma pewarnaan graf. Penggunaan simpul berderajat tinggi sesuai teori graf juga menjadi acuan dalam menentukan perpotongan koridor untuk dijadikan penghubung dalam hal ini stasiun yang terletak di Jakarta Pusat dan Jakarta Utara.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama saya mengucapkan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan baik. Kemudian penulis juga berterima kasih kepada orang tua penulis yang telah memberikan dukungan selama proses penulisan makalah ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. selaku dosen mata kuliah IF 2120 Matematika Diskrit yang telah membimbing dan memberikan materi kepada penulis selama proses pengajaran mata kuliah Matematika Diskrit.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. *Matematika Diskrit*, Bandung: Informatika, 2012, edisi kelima.
- [2] <https://jakartabytrain.com/2013/05/03/what-is-mrt/>. Diakses tanggal 1 Desember 2017 pukul 13.00.
- [3] <http://www.beritasatu.com/megapolitan/439572-pendatang-membanjir-jakarta-mendekati-titik-kritis>. Diakses tanggal 1 Desember 2017 pukul 15.00.
- [4] <http://infonitas.com/komuter/mrt/ini-keunggulan-mrt-dibanding-moda-transportasi-darat-lainnya/45086>. Diakses tanggal 2 Desember 2017 pukul 08.00.
- [5] <https://www.britannica.com/topic/graph-theory>. Diakses tanggal 2 Desember 2017 pukul 11.00.
- [6] <http://www.metode-algoritma.com/2013/06/pewarnaan-graf-algoritma-welch-dan.html>. Diakses tanggal 3 Desember 2017 pukul 18.00.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017



Albert Sahala Theodore (13516022)