

Aplikasi Kombinatorial dan Peluang Diskrit dalam Mobile Game

Bella Destiana Junaidi - 13516070
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
belladestianajunaidi@gmail.com

Abstract— Mobile game adalah nama lain untuk game berbasis handphone, dan merupakan salah satu jenis game yang berkembang sangat pesat pada akhir-akhir ini, karena gameplay yang relatif sederhana dibandingkan dengan game console ataupun game PC, serta portabilitas game tersebut, di mana game tersebut dapat dimainkan dimanapun dan kapanpun. Pengembangan suatu mobile game menggunakan berbagai macam teori-teori matematika diskrit, dan salah satunya adalah kombinatorial dan peluang diskrit.

Keywords— kombinatorial, peluang, game, mobile game

I. PENDAHULUAN

Game yang dimainkan dalam handphone, tablet, atau berbagai macam gawai portable lainnya, disebut dengan *mobile game*. Terdapat banyak jenis *mobile game*, baik dalam segi tema, cara bermain, keperluan koneksi Internet, dan sebagainya. *Mobile game* merupakan suatu bentuk game yang sedang naik daun dikarenakan game tersebut mudah untuk diakses(hanya membuka handphone dan menekan icon permainan) sehingga dapat dibuka dimanapun dan kapanpun asalkan baterai handphone tidak mati, tidak seperti game PC atau console yang memerlukan membuka PC atau console tertentu agar dapat dimainkan. Selain itu, mengembangkan *mobile game* tidaklah sesulit mengembangkan PC game atau *console game*, dan *mobile game* relatif mudah dicapai oleh masyarakat(tidak semua masyarakat memiliki PC ataupun game console, namun mayoritas masyarakat memiliki handphone). Bahkan ada beberapa game yang awalnya hanya untuk PC yang sekarang memiliki versi *mobile phone* karena sifat *mobile game* yang portabel.

Dalam mengembangkan suatu *mobile game*, diperlukan penerapan berbagai macam bidang ilmu pengetahuan, salah satunya adalah Matematika Diskrit. Makalah ini mengulas mengenai implementasi Matematika Diskrit, terutama pada bidang kombinatorial dan peluang diskrit, pada mobile game yang ada pada masa kini.

II. DASAR TEORI

A. Kombinatorial

Kombinatorial adalah suatu cabang yang membahas cara

pengurutan benda-benda, dan menyelesaikan masalah mengenai jumlah kemungkinan pengurutan benda-benda tanpa harus melakukan enumerasi(menghitung dan menuliskan semua kemungkinan). Kombinatorial juga digunakan dalam teori peluang diskrit untuk menghitung peluang suatu kejadian.

A.1. Kaidah Dasar Menghitung dan Perluasannya

Di dalam kombinatorial, terdapat 2 kaidah dasar dalam menghitung sesuatu, yakni kaidah penjumlahan(*rule of sum*) dan kaidah perkalian(*rule of product*).

Dalam 2 percobaan berbeda, yakni P_1 dan P_2 , yang masing-masing memiliki p dan q hasil kemungkinan:

i. *Rule of sum* berlaku jika salah satu percobaan dilakukan(P_1 atau P_2), di mana hasil percobaan tersebut ada sebanyak $(p+q)$ percobaan.

Berlakunya peraturan ini ditandai dengan adanya kata “atau” dalam persoalan.

ii. *Rule of product* berlaku jika kedua percobaan dilakukan bersamaan(P_1 dan P_2), di mana hasil percobaan tersebut ada sebanyak $p \times q$ percobaan.

Berlakunya peraturan ini ditandai dengan adanya kata “dan” dalam persoalan.

Kaidah dasar ini juga dapat diperluas untuk lebih dari 2 percobaan, di mana bila suatu percobaan sebanyak n kali dengan hasil percobaan sebanyak P_1, P_2, \dots, P_n , maka akan berlaku:

- kaidah penjumlahan sebanyak $P_1 + P_2 + \dots + P_n$ kali, dan
- kaidah perkalian sebanyak $P_1 \times P_2 \times \dots \times P_n$ kali.

A.2. Permutasi

Permutasi adalah suatu bentuk khusus aturan perkalian, di mana urutan benda-benda yang diatur diperhitungkan di dalam persoalan. Permutasi pada umumnya sering digambarkan sebagai persoalan bola dan kotak, di mana benda-benda yang akan diurutkan dimisalkan sebagai bola dengan warna yang berbeda-beda.

Pada permutasi, jumlah pilihan yang dapat diambil semakin berkurang, diawali dari n pilihan, kemudian $n-1$, hingga hanya tersisa 1, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

Untuk persoalan di mana r buah benda dipilih dari n buah benda secara acak, dengan jumlah r lebih sedikit dari n , maka akan berlaku rumus permutasi- r , yang seperti berikut:

$$P(n, r) = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (1)$$

Salah satu bentuk khusus dari permutasi adalah permutasi lingkaran, di mana n buah benda dapat disusun membentuk sebuah lingkaran sebanyak $(n-1)!$ cara.

A.3. Kombinasi

Kombinasi merupakan salah satu bentuk khusus dari permutasi, di mana urutan benda tidak diperhitungkan. Kombinasi r dari n elemen dapat digambarkan sebagai persoalan n buah bola berwarna sama yang akan dimasukkan ke dalam r buah kotak. Rumus untuk persoalan ini disebut dengan kombinasi- r , yang dinyatakan sebagai berikut:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!} \quad (2)$$

Persoalan kombinasi juga dapat diinterpretasikan sebagai menghitung banyaknya himpunan bagian dengan anggota sebanyak r buah dari himpunan dengan n anggota, ataupun cara memilih r buah elemen dari n buah elemen tanpa memedulikan urutan.

A.4. Permutasi dan Kombinasi Bentuk Umum

Salah satu contoh persoalan permutasi bentuk umum adalah cara untuk mengurutkan n buah bola dengan n_1 buah bola berwarna biru, n_2 buah bola berwarna hijau, dan n_3 buah bola berwarna merah, hingga n_k buah bola berwarna k , dengan masing-masing bola dibedakan warnanya. Dari persoalan tersebut kita dapat menghitung hasilnya sebagai berikut:

$$P(n; n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{P(n, n)}{n_1! n_2! \dots n_k!} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad (3)$$

Sedangkan untuk kombinasi bentuk umum, persoalannya dapat dimisalkan dengan memasukkan n_1 buah bola berwarna 1 dari n buah bola, kemudian memasukkan n_2 buah bola berwarna 2 dari $n-n_1$ buah bola, hingga terdapat $C(n-n_1-n_2-n_3-\dots-n_{k-1}, n_k)$ cara pengurutan, yang dihitung seperti berikut:

$$\begin{aligned} & C(n, n_1)C(n-n_1, n_2)\cdots C(n-n_1-\dots-n_{k-1}, n_k) \\ &= \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!} \frac{(n-n_1)!}{n_2!(n-n_1-n_2)!} \cdots \frac{(n-n_1-\dots-n_{k-1})!}{n_k!0!} \\ &= \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!} \end{aligned} \quad (4)$$

Kombinasi dan permutasi bentuk umum digunakan untuk menghitung cara penyusunan dari himpunan ganda S yang terdiri atas n buah obyek dengan k jenis obyek berbeda, dan tidak ada perbedaan pada perhitungan kombinasi dan permutasi.

A.5. Kombinasi dengan Pengulangan

Salah satu bentuk dari kombinasi adalah kombinasi dengan pengulangan. Untuk cara menyusun n buah bola dalam r buah kotak dengan tiap kotak dapat dimasukkan lebih dari 1 bola, maka perhitungannya adalah $C(n+r-1, r)$.

B. Peluang Diskrit

Teori peluang memiliki keterkaitan yang erat dengan teori kombinatorial, dan banyak konsep-konsep kombinatorial digunakan dalam peluang. Walaupun awalnya dikembangkan untuk perjudian, keduanya telah diaplikasikan terhadap banyak hal pada masa kini.

Kombinatorial didasarkan pada percobaan, di mana hasilnya diamati dan jumlah semua kemungkinannya dihitung. Himpunan semua kemungkinan disebut dengan ruang contoh, dan setiap hasil kemungkinannya disebut titik contoh, di mana setiap hasil tersebut bersifat saling terpisah (mutually exclusive), karena hanya 1 titik contoh yang muncul. Ruang contoh yang dimisalkan dengan S dan titik-titik contoh berupa x_1, x_2, \dots dapat dituliskan sebagai berikut:

Ruang contoh diskrit adalah ruang contoh yang jumlah anggotanya (titik contoh) terbatas, dan peluang diskrit adalah peluang terjadinya titik contoh, yang disimbolkan dengan $p(x_i)$.

Peluang diskrit memiliki sifat-sifat berikut:

1. Peluang diskrit memiliki nilai tidak negatif dan selalu lebih kecil atau sama dengan 1.
 $0 \leq p(x_i) \leq 1$
2. Jumlah semua peluang titik contoh dalam ruang contoh S adalah 1.

$$\sum_{i=1}^n p(x_i) = 1. \quad (5)$$

B.1. Kejadian

Kejadian (disimbolkan E) adalah himpunan bagian dari ruang contoh. Kejadian dapat dikelompokkan menjadi kejadian sederhana (hanya mengandung 1 titik contoh) dan kejadian majemuk (mengandung lebih dari 1 titik contoh). Suatu kejadian terjadi ketika salah satu titik contoh dalam kejadian terjadi, dan peluangnya dapat dihitung dengan rumus berikut:

Kejadian dapat juga diartikan jumlah semua peluang titik contoh yang merupakan anggota himpunan dari kejadian.

B.2. Teori Himpunan dalam Peluang Diskrit

Teori himpunan dapat diaplikasikan dalam peluang diskrit. Misalkan A dan B kejadian dalam ruang contoh S :

1. Peluang munculnya A dan B sekaligus

$$p(A \cap B) = \sum_{x_i \in A \cap B} p(x_i) \quad (6)$$

2. Peluang munculnya A atau B atau keduanya (muncul salah satu titik contoh)

$$p(A \cup B) = \sum_{x_i \in A \cup B} p(x_i) \quad (7)$$

3. Peluang munculnya A tetapi B tidak muncul

$$p(A - B) = \sum_{x_i \in A - B} p(x_i) \quad (8)$$

4. Peluang salah satu dari A atau B muncul tetapi tidak keduanya

$$p(A \oplus B) = \sum_{x_i \in A \oplus B} p(x_i) \quad (9)$$

5. Komplemen dari suatu kejadian:

$$p(\bar{E}) = \frac{|S| - |E|}{|S|} = 1 - \frac{|E|}{|S|} = 1 - p(E). \quad (10)$$

III. IMPLEMENTASI KOMBINATORIAL DAN PELUANG DISKRIT DALAM MOBILE GAME

Kombinatorial dan peluang diskrit banyak digunakan pada berbagai macam aspek kehidupan, salah satunya adalah dalam *mobile game*. Berikut ini adalah beberapa contoh implementasi kombinatorial dan peluang diskrit dalam *mobile game* pada masa kini.

A. Gacha



Gambar 1: contoh tampilan *gacha* pada game *Final Fantasy Brave Exvius*

Salah satu implementasi kombinatorial dan peluang diskrit dalam *mobile game* adalah suatu sistem yang disebut dengan *gacha*. Nama *gacha* berasal dari *gashapon*, yakni suatu mesin jaja yang akan memberikan suatu mainan secara acak. Cara kerja *gacha* dalam *mobile game* tidak jauh berbeda dengan mesin aslinya, yakni pemain dapat menggunakan sebagian dari mata uang khusus game tersebut (*ingame currency*), yang diperoleh dari memainkan game tersebut ataupun dibeli dengan uang asli, untuk mendapatkan sesuatu secara acak. Sistem ini biasanya merupakan cara utama untuk seseorang mendapatkan sesuatu yang baru, sehingga mereka dapat bermain ke tingkat yang lebih lanjut.

Contohnya, jika ada 50 karakter dalam game tersebut, dan pemain ingin mendapatkan suatu karakter tertentu, maka peluang untuk mendapatkan suatu karakter tersebut bila pemain mengambil 1 karakter adalah 1/50. Hal ini merupakan salah satu dari penerapan peluang diskrit.

Contoh lainnya adalah kombinasi ketika pemain memperoleh 10 karakter, dengan karakter yang didapatkan

dapat berulang, yakni 50^{10} kemungkinan hasil 10 karakter yang didapatkan.

Terkadang sistem *gacha* menjamin adanya minimal 1 benda/karakter tertentu bila pemain mengambil jumlah tertentu, contohnya jika ada *gacha* dengan 50 karakter dan salah satu dari 10 karakter pasti akan didapat oleh pemain, maka banyak kemungkinan hasil *gacha* tersebut menjadi $C(1,10)C(9,50)$.

Salah satu derivasi dari sistem *gacha* ini adalah sistem *box gacha*, yakni di mana benda-benda tertentu dalam jumlah terbatas dapat diperoleh dari mengambil *gacha* tersebut. Ketika pemain memperoleh sebuah benda tersebut, jumlah benda dalam *gacha* tersebut akan berkurang. Hal ini sama dengan model persoalan kombinatorial di mana suatu benda diambil dan tidak dikembalikan lagi. Semakin banyak pemain mengambil benda dalam *gacha* tersebut, maka semakin besar pula peluang pemain untuk mendapatkan suatu benda langka di dalamnya.

Contohnya, sebuah *box gacha* memiliki 40 barang di dalamnya. Ketika pemain mengambil s untuk pertama kalinya, maka peluang pemain untuk mendapatkan sesuatu yang diinginkan adalah 1/40, dan untuk pengambilan selanjutnya kesempatannya adalah 1/39. Ruang contoh dalam *box gacha* akan terus berkurang semakin banyak pemain mengambil barang di sana.

Biasanya benda dalam *box gacha* tidak dapat dikembalikan lagi, namun ada beberapa yang memperbolehkan pemain untuk mengembalikan barang yang didapat ketika tidak diinginkan.



Gambar 2: *Rage of Bahamut*, game dengan *box gacha*

Contoh-contoh yang ditunjukkan pada hal ini adalah ketika setiap karakter/benda memiliki kesempatan yang sama untuk didapatkan. Namun, pada kenyataannya, sistem *gacha* tidak menerapkan peluang yang sama untuk setiap karakternya. Beberapa karakter sengaja dibuat lebih langka daripada karakter-karakter lain, dengan biasanya karakter yang makin langka merupakan karakter yang lebih kuat dibandingkan

dengan karakter yang kurang langka, di mana perhitungannya akan menjadi sedikit berbeda dari biasanya, dan mulai menyangkut statistika.

Misalkan ada 50 karakter, dengan pemain memiliki peluang sebesar 3/100 untuk mendapatkan salah satu dari 10 karakter langka, maka ada 2 kejadian yang harus diperhitungkan, yakni peluang untuk mendapatkan karakter langka acak, dan peluang untuk mendapatkan 1 karakter langka tertentu.

現在の提供割合		変更後の提供割合	
アイテム区分	提供割合	アイテム区分	提供割合
SSR	0.3%	SSR	1.3%
SR	9%	SR	15%
R	90.7%	R	84%

Gambar 3: contoh tampilan peluang mendapatkan sesuatu dalam *gacha*

Sistem ini menjadi salah satu model utama monetisasi pada *mobile game* pada akhir-akhir ini karena sifatnya yang tergantung oleh peluang. Terkadang orang akan menghabiskan banyak *ingame currency* untuk mencoba mendapatkan sesuatu yang mereka inginkan, dan tidak jarang mereka akan membeli *ingame currency* tersebut untuk mendapatkan benda/karakter yang mereka inginkan.

B. Party system

Selain sistem *gacha*, beberapa *mobile game* juga menggunakan kombinatorial untuk sebagai sistem untuk bertarung. Salah satu penggunaan kombinatorial yang paling umum adalah saat pembentukan anggota-anggota kelompok yang akan bertarung (*party*), di mana pemain dapat memilih sebagian karakter yang telah dimiliki untuk bertarung.

Cara penyusunan dapat merupakan permutasi (jika urutan depan dan belakang penting) atau kombinasi (jika urutan tidak penting). Contoh cara menghitung kemungkinan penyusunan di mana 1 karakter ditempatkan sebagai posisi terdepan adalah sebagai berikut:

$$P(N,1)C(N-1,S)$$

dengan N adalah jumlah karakter yang dimiliki pemain dan S adalah jumlah posisi yang tersedia setelah posisi terdepan ditempati seseorang.

Beberapa game juga dapat memiliki syarat-syarat tertentu mengenai karakter yang dapat diikutsertakan di dalam *party*, yang dapat diperhitungkan melalui kombinatorial.

Untuk game berbasis *gacha*, sistem ini memiliki suatu keterkaitan dengan *gacha*. Semakin banyaknya benda/karakter yang diperoleh melalui *gacha*, maka semakin banyak pula pilihan karakter yang dapat dipilih oleh pemain.

C. Battle system

Terkadang kombinatorial digunakan sebagai sistem bertarung dalam *mobile game*, salah satunya adalah sebuah game bernama *Fate/Grand Order*.

Dalam game tersebut, pemain dapat menempatkan maksimal 6 karakter, dengan 3 karakter sebagai anggota utama yang akan

langsung terlibat dalam pertarungan. Masing-masing karakter anggota utama party memiliki 5 kartu serangan dengan 3 jenis yang berbeda.

Ketika permainan berlangsung, maka 5 kartu serangan akan dipilih secara acak dari jumlah maksimum serangan yang dimiliki berdasarkan karakter yang ditempatkan, dan pemain dapat memilih 3 dari 5 serangan tersebut, dengan efek serangan akan berbeda berdasarkan urutan serangan tersebut dipilih. Hal ini merupakan penerapan dari kombinasi dan permutasi, di mana kombinasi digunakan untuk kemungkinan dari 5 kartu yang didapatkan, dan permutasi untuk memilih 3 dari 5 kartu serangan tersebut.



Gambar 4: contoh tampilan kartu serangan dalam *Fate/Grand Order*, dengan 1 kartu telah dipilih sebagai serangan pertama

Sebagai contoh, jika seseorang memiliki 3 anggota utama, maka terdapat 15 kartu yang dapat dimainkan.

Dari 15 kartu yang ada, game akan memilih 5 kartu secara random, dengan banyak kemungkinan kartu yang dipilih sebanyak $C(15,5)$ cara.

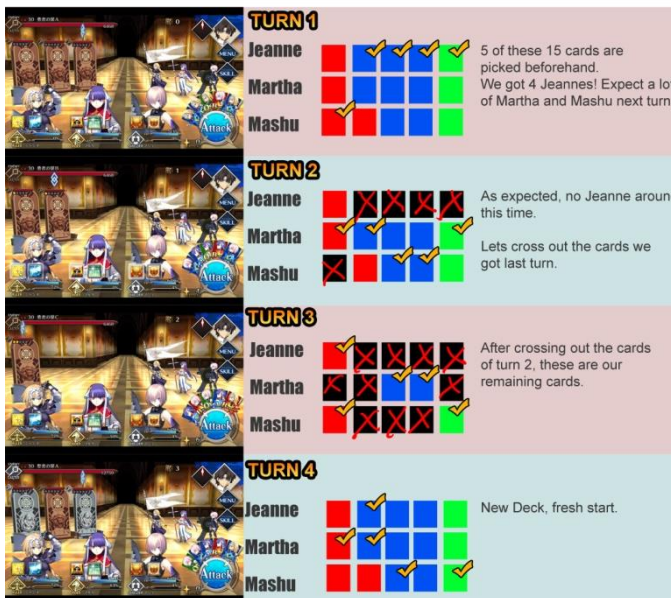
Kemudian, dari 5 kartu tersebut, cara pemain dapat memainkan 3 kartu dapat dihitung dengan rumus $P(5,3)$. Setelah kartu dimainkan, maka jumlah kartu akan berkurang dan 5 kartu dipilih ulang dari yang tersisa, sehingga dirumuskan sebagai $C(10,5)$ cara kartu ditentukan. Perhitungan mengenai kartu yang dipilih pemain tetap sama, yakni $P(5,3)$.

Kartu-kartu hanya dikembalikan ketika kombinasi sudah tidak mungkin terjadi lagi (kartu habis), di maka perhitungan penentuan kartu akan diulang menjadi $C(15,5)$.

Why did I get these cards?

This is how it works

Remaining cards



Gambar 5: visualisasi penentuan kartu serangan dalam *Fate/Grand Order*

unik.

Selain itu, *bind code* biasanya dilengkapi dengan *password*, untuk meningkatkan keamanan serta menambah keunikan dari *bind code* tersebut. Cara menentukan banyak *password bind code* yang dibentuk relatif sama dengan *bind code* lainnya, namun perbedaannya adalah *password* ditentukan oleh pemain sendiri, bukan oleh *generator* dalam game tersebut.

E. Friend code



Gambar 7: Salah satu implementasi fitur *friend* dalam game *Animal Crossing Pocket Camp*. Menekan 'Share Your ID' akan menghasilkan *friend code*.

Friend code merupakan salah satu fitur lain yang sering dimiliki oleh mobile game. Melalui *friend code*, pemain dapat menambahkan beberapa akun orang lain sebagai "teman" dan mendapatkan keuntungan-keuntungan tertentu melalui mereka. Seperti *bind code*, *friend code* menggunakan suatu *generator* yang berbasis kombinatorial, namun perbedaannya adalah biasanya *friend code* terdiri hanya dari angka saja, sehingga banyak kemungkinan *friend code* yang dapat dibentuk biasanya jauh lebih sedikit daripada *bind code*, namun tetap cukup banyak untuk dapat mengakomodir para pemain. Untuk *friend code* sebanyak 9 karakter, kemungkinan *friend code* yang dapat dihasilkan adalah sebanyak 10^9 kombinasi, yakni 1 milyar, yang masih tergolong relatif banyak dibandingkan kemungkinan jumlah pemain yang memainkan game tersebut.

D. Bind code



Gambar 6: Implementasi *bind code* (tertulis di sini ID) dalam *Touken Ranbu Pocket*, versi mobile dari suatu game web browser

Contoh lain dari penerapan kombinatorial digunakan dalam *mobile game* adalah *bind code*, yakni sebuah kode yang dapat digunakan untuk menyimpan progress pemain dalam game tersebut sehingga jika pemain ingin mengganti handphone, memindahkan game tersebut ke gawai lain, ataupun ketika pemain menghapus game tersebut dalam handphone mereka, baik disengaja ataupun tidak disengaja, pemain tidak akan kehilangan semua data mereka ketika bermain suatu game. Kebanyakan *bind code* tersusun atas gabungan dari huruf dan angka, dengan huruf tersebut bisa berupa huruf besar ataupun kecil.

Banyaknya *bind code* yang dapat dibentuk dapat dihitung dengan kombinatorial, contohnya jika ada *bind code* sepanjang 10 karakter dan dapat tersusun atas huruf besar(A-Z), dan angka(0-9), dengan setiap karakter boleh berulang, maka jumlah *bind code* yang dapat dihasilkan adalah 36^{10} , yakni sebanyak 3.656.158.440.062.976 kode. Karena jumlah kode yang dapat dihasilkan dapat sangat banyak, maka *bind code* setiap akun yang dibuat dalam game dapat hampir dipastikan

IV. KESIMPULAN

Dapat disimpulkan bahwa terdapat cukup banyak *mobile game* yang mengimplementasikan kombinatorial dan peluang diskrit dalam berbagai aspek yang berbeda-beda, dengan salah satu bentuk yang paling berpengaruh adalah sistem *gacha*.

REFERENSI

- [1] H. Rosen, Kenneth. 2012. *Discrete Mathematics and Applications to Computer Science, 7th Edition*. New York: McGraw-Hill.
- [2] Munir, Rinaldi. 2006. *Matematika Diskrit, Ed. 3*. Bandung: Informatika Bandung.
- [3] <https://www.serkantoto.com/2012/11/01/kompu-gacha-package-box-gacha/> diakses 2 Desember 2017
- [4] <http://thebridge.jp/en/2016/04/gotcha-time-for-gacha> diakses 2 Desember 2017
- [5] <http://app-support.en.gaiax.com/blog/10-kinds-of-gacha-for-f2p/> diakses 2 Desember 2017

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017



Bella Destiana Junaidi
13516070