Analisis Kombinatorial dan Peluang Diskrit dalam Manajemen Kebijakan *E-Toll Card* di Jakarta

Haifa Fadhila Ilma 13516076
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
haifadhila.ilma@gmail.com

***Abstrak*—Peluang diskrit merupakan suatu kemungkinan terjadinya sebuah *sample point* didalam suatu ruang sampel. Peluang diskrit termasuk dalam teori Kombinatorial dan dapat diaplikasikan untuk menganalisis dan menghitung peluang kegagalan suatu transaksi non-tunai yang dilakukan pada pembayaran di gerbang tol menggunakan *e-toll card*. Dengan menemukan peluang tersebut, dapat ditentukan manajemen seperti apa yang sebaiknya dilakukan untuk menanggapi kebijakan pihak penyedia jasa jalan tol yang mewajibkan gerbang tol otomatis untuk tiap-tiap pintu tol di Jakarta dan sekitarnya.**

***Kata kunci* — *e-toll*, peluang, diskrit, poisson, kegagalan, transaksi**

I. Pendahuluan

Terhitung sejak 31 Oktober 2017, Jasa Marga megoptimalisasikan gerbang tol otomatis pada semua ruas tol yang dikelolanya. Total ada 1002 gardu induk dan 217 gerbang Anak Perusahaan Jalan Tol (APJT) yang akan dibuat seratus persen menggunakan sistem *e-toll*. Hal tersebut berarti, gerbang tol tidak lagi melayani pembayaran tunai. Peraturan ini disebut-sebut sebagai langkah awal mendorong budaya nontunai (*cashless society*). Selain itu, kebijakan ini diharapkan dapat mengurangi kemacetan akibat antrean di gerbang tol.

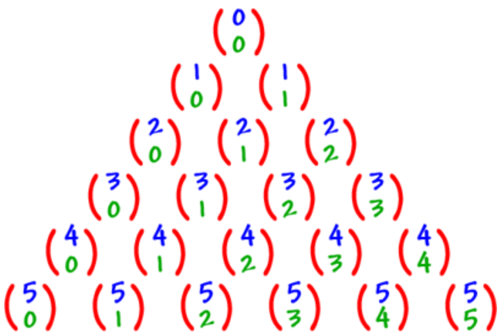
Bagi pengguna jalan tol di Jakarta yang telah terbiasa menggunakan *e-toll card*, tentu hal ini tidak akan menjadi masalah. Namun, tidak semua pengguna jalan tol telah memiliki atau terbiasa dengan sistem pembayaran non-tunai ini, dan dapat menyebabkan kegagalan transaksi dikemudian hari yang pada akhirnya menyebabkan tujuan awal dari penerapan sistem pembayaran *non-tunai* itu sendiri tidak tercapai.

Untuk mengetahui keefektifan penerapan sistem ini, kita perlu mengetahui kemungkinan jumlah kegagalan transaksi tiap waktu tertentu. Teori kombinatorial dan peluang diskrit dapat diaplikasikan untuk menentukan peluang kegagalan serta keberhasilan transaksi tiap pintu tol. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah menggunakan percobaan Distribusi Poisson.

Pada makalah ini, penulis menjelaskan mengenai teori-teori dasar kombinatorial dan distribusi peluang diskrit yang akan digunakan untuk menganalisis, penjelasan mengenai penerapan sistem *e-toll* atau gerbang tol otomatis, beserta analisis dan pembahasan mengenai penerapan sistem pembayaran tol non-tunai beserta indikator keberhasilan transaksi, peluang kegagalan transaksi, juga penyebab kegagalan tersebut. Lalu, berdasarkan hasil analisis dan pembahasan akan didapat kesimpulan dan saran yang dapat diaplikasikan mengenai manajemen kebijakan tersebut.

II. Landasan Teori

A. Kombinatorial



***Gambar 1**: Kombinatorial*
Sumber: Slide Kuliah IF2110 Matematika Diskrit Rinaldi Munir

Kombinatorial merupakan salah satu cabang ilmu Matematika Diskrit yang mempelajari tentang pengaturan atau penyusunan objek-objek dengan cara menghitung jumlah seluruh unsur penyusun objek-objek itu sendiri, tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan penyusunnya. Objek yang ditentukan jumlah cara pengaturannya oleh kombinatorial ini merupakan objek diskrit yang memiliki tipe berbeda, atau dapat dikatakan objek tersebut tak memiliki keterkaitan satu sama lain dengan objek lainnya.

Mengenumerasi adalah menghitung satu per satu setiap kemungkinan jawaban yang ada (untuk enumerasi diatas, berarti menghitung semua kemungkinan susunan objek diskrit). Untuk persoalan dengan jumlah objek yang kecil, enumerasi setiap kemungkinan jawaban masih dapat dilakukan, tetapi untuk objek yang banyak, enumerasi sulit dan hampir tidak mungkin untuk dilakukan, untuk itu lah kombinatorial digunakan.

a. Percobaan

Percobaan merupakan suatu tindakan yang dibarengi dengan pengamatan, yang dilakukan dengan tujuan mencari kebenaran atas suatu hipotesis atau mengetahui hubungan sebab-akibat dari suatu kejadian atau gejala. Kombinatorial didasarkan pada hasil yang diperoleh dari suatu percobaan.

b. Kaidah Dasar Menghitung

Pada kombinatorial, kita harus mengenumerasi semua kemungkinan pengaturan objek diskrit. Kaidah dasar menghitung yang digunakan pada proses ini adalah kaidah perkalian (*rule of product*) dan kaidah penjumlahan (*rule of sum*).

1. Kaidah Penjumlahan (*Rule of Sum*)

Jika suatu himpunan P dibagi kedalam beberapa himpunan bagian P_1, P_2 …, P_n, maka, jumlah komponen atau anggota pada himpunan P akan sama dengan jumlah total komponen yang ada pada setiap himpunan bagian P_1, P_2 …, P_n. Selain itu, pada kaidah penjumlahan, setiap himpunan bagian P_1, P_2 …, P_n tidak saling tumpang tindih (saling lepas).

Untuk himpunan yang saling tumpang tindih tidak berlaku lagi prinsip penjumlahan, dan ini harus diselesaikan dengan prinsip inklusi-eksklusi.

Misalkan,

Percobaan 1 : p hasil
Percobaan 2 : q hasil
maka, Percobaan 1 atau percobaan 2: p + q hasil

Contoh: Jika Ketua kelas hanya 1 orang (pria atau wanita). Jumlah pria di kelas adalah 25 orang dan jumlah wanita adalah 15 orang.Berapa banyak cara memilih ketua kelas?
Penyelesaian: 25 + 15 = 40 cara.

2. Kaidah Perkalian (*Rule of Product*)

Misalkan suatu prosedur dapat dibagi-bagi kedalam dua prosedur kecil lagi. Prosedur yang pertama dapat dilakukan dalam N_1 cara, dan prosedur kedua dapat dilakukan dalam N_2 cara setelah prosedur pertama telah dilakukan.

Oleh karena itu, dalam mengerjakan prosedur tersebut ada (N_1 x N_2) cara. Maka dari itu, pada kaidah perkalian, bisa terjadi saling tumpang tindih (tidak saling lepas).

Misalkan,

Percobaan 1: p hasil
Percobaan 2: q hasil
maka, Percobaan 1 dan percobaan 2: p x q hasil

Contoh: Jumlah mahasiswa laki-laki kelas 2.F adalah 31 orang sedangkan jumlah wanitanya hanya 4 orang. Untuk memilih wakil 1 orang pria dan 1 orang wanita. Berapa banyak cara memilih 2 orang wakil tersebut?
Penyelesaian: 31 x 4 = 124 cara.

c. Prinsip Inklusi dan Eksklusi

Prinsip Inklusi dan Eksklusi merupakan pengembangan dari konsep himpunan, diagram venn dan juga operasi irisan dan gabungan yang diaplikasikan pada himpunan. Banyaknya anggota himpunan gabungan antara himpunan A dan himpunan B merupakan jumlah banyaknya anggota dalam himpunan tersebut dikurangi banyaknya anggota di dalam irisannya. Dengan demikian,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

d. Permutasi

Permutasi merupakan susunan yang mungkin dibuat dengan memperhatikan urutan. Dengan kata lain, permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi prinsip perkalian. Misalkan diberikan suatu himpunan A dengan jumlah anggota adalah n. Susunan terurut yang terdiri dari r buah anggota dinamakan permutasi-r dari A, ditulis P(n, r). Menurut kaidah perkalian permutasi dari n objek adalah:

$$n(n - 1)\,(n - 2)\ldots\ldots(2)(1) = n!$$

Selain itu, rumus permutasi P(n,r) dapat dilambangkan sebagai berikut:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

e. Kombinasi

Bentuk khusus dari permutasi adalah kombinasi.Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi, urutan kemunculan diabaikan. Urutan abc, bca dan acb dianggap sama dan dihitung sekali. Rumus kombinasi ini disebut rumus kombinasi-r, dan dilambangkan dengan C(n, r).

Selain itu, rumus kombinasi C(n,r) dapat dilambangkan sebagai berikut:

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

f. Koefisien Binomial

Koefisien binomial adalah bilangan-bilangan yang didapat dari hasil pengembangan eksponen atau penjabaran penjumlahan dua peubah yang dipangkatkan. Misal $(x+y)^n$ menjadi penjumlahan dari suku-suku dengan bentul ax^by^c dimana b dan c adalah bilangan bulat tidak negatif dengan b+c=n. Lalu, a itu adalah koefisien binomial itu sendiri yang tergantung pada n dan b.

Rumus penjabaran eksponen datas bisa didapat dan diturunkan dengan menggunakan rumus banyaknya kombinasi-r dari n unsur. Teori untuk menurunkan rumus ang diperoleh dari penjabaran $(x+y)^n$ dengan menggunakan kombinasi dikenal dengan teorema binomial.

Jika x dan y adalah bilangan real dan n adalah bilangan bulat positif, maka:

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} C(n,k)x^{n-k}y^k$$

Untuk penyelesaian koefisien binomial secara kombinasi, dapat dilihat dengan contoh sebagai berikut. Misal, kita ingin menentukan koefisien dari $x^2y^3z^5$ dalam penjabaran $(x+y+x)^{10}$, masalah ini dapat dibuat sebagai sebuah prosedur yang terbagi menjadi 2. Pertama, memilih x dari 2 faktor diantara 10 faktor yang bisa dilakukan dalam C(10,2) cara. Kedua, memilih y dari 3 faktor dantara 8 faktor yang dapat dilakukan dalam C(8,3), lalu yang ketiga, memilih z dari 5 faktor diantara 5 faktor sisanya, yang dapat dilakukan dalam C(5,5). Sehingga, banyak cara untuk keseluruhan prosedur adalah :

$$C(10,2) \times C(8,3) \times C(5,5)$$

Hasil diatas merupakan koefisien dari $x^2y^3z^5$ dalam penjabaran $(x+y+x)^{10}$.

g. Prinsip Sarang Merpati

Prinsip sarang merpati dikemukakan oleh G. Lejeune Dirichlet yang berasal dari Jerman, yang biasa disebut juga *Dirichlet Drawer Principle*.

Prinsip ini menyatakan bahwa, jika ada (n+1) atau lebih objek yang ditempatkan ke dalam n kotak, maka terdapat paling sedikit satu kotak yang memuat dua atau lebih objek tersebut. Misal, jika n merpati ditempatkan pada sejumlah m sarang merpati, dimana jumlah n > jumlah m, maka akan terdapat sarang merpati yang memuat paling sedikit dua merpati.

Untuk membuktikan pernyataan prinsip sayang merpati ini, dapat digunakan metode kontradiksi. Misalkan pertanyaan diatas salah, sehingga setiap sarang merpati akan hanya memuat paling banyak satu merpati. Karena ada m sarang, maka, paling banyak adalah sejumlah m merpati yang bisa dimuat. Padahal, ada n merpati dimana n > m, sehingga didapatkan sebuah kontradiksi dari negasi pernyataan tersebut dan terbukti bahwa pernyataan tersebut diatas adalah benar.

B. Peluang Diskrit

Peluang diskrit merupakan suatu peluang atau kemungkinan terjadinya sebuah titik contoh (*sample point*). Peluang diskrit disimbolkan oleh $p(x_i)$.

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, kombinatorial didasarkan pada percobaan, lalu, hasil percobaan tersebut akan diamati dan dihitung semua kemungkinan terjadinya. Percobaan-percobaan yang dapat menggambarkan adalah misalnya percobaan melempar dadu, berarti kemungkinan hasil kemunculan ada 6 mengingat jumlah sisi dadu tersebut ada 6.

Himpunan dari semua kemungkinan hasil percobaan dinamakan ruang contoh (*sample space*) dari percobaan yang dilakukan. Lalu, setiap hasil percobaan tersebut disebut titik contoh (*sample point*). Titik-titik contoh ini bersifat saling terpisah satu sama lain karena tiap satu kali percobaan, hanya akan dihasilkan satu titik contoh, begitupun untuk percobaan-percobaan berikutnya. Titik sampel yang memiliki peluang lebih besar berarti kemungkinan terjadinya lebih besar, begitupun sebaliknya.

Ruang contoh (S) dan titik titik contoh (x_i) dilambangkan sebagai berikut:

$$S = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots\}$$

Jika peluang diskrit adalah $p(x_i)$, maka jumlah peluang semua titik contoh dalam ruang contoh S adalah 1 dimana:

$$0 \leq p(x_i) \leq 1$$

C. Distribusi Peluang Diskrit

Jika suatu ruang sampel (ruang contoh) mengandung titik (*sample point*) yang jumlahnya berhingga, atau berupa sederetan angka yang jumlahnya sebanyak bilangan bulat, maka ruang sampel tersebut dapat disebut sebagai sampel diskrit. Selain itu, peubah acak yang didefinisikan pada ruang sampel tersebut disebut variabel acak diskrit. Variabel acak diskrit X inilah yang akan menentukan distribusi peluang apabila untuk nilai $X = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ terdapat peluang $p(x_i)$, sehingga:

$$\sum_{i-1}^{n} \mathrm{p}(\mathrm{x}i) = 1$$

Berikut adalah beberapa jenis distribusi peluang diskrit:

a. Distribusi Binomial

Distribusi binomial menggambarkan distribusi probabilitas variabel acak diskrit yang hanya mempunyai dua nilai yang mengkin, misalnya berhasil atau gagal. (Sutanta: 2005, 76).

Budiyono (2009 : 98) juga mengatakan bahwa Distribusi peluang binomial adalah distribusi peluang yang dihasilkan dari sebuah eksperimen yang sering dilakukan berulang-ulang, yang setiap kali hasil ulangan mempunyai dua kemungkinan hasil yang dapat disebut sukses dan gagal.

Sudjana (2005 : 130) juga berpendapat sama yaitu "Distribusi binom adalah distribusi yang dihasilkan dari eksperimen yang hanya menghasilkan peristiwa A dan bukan A. Ciri-ciri atau karakteristik distribusi binomial :

1. Percobaan diulang sebanyak n kali
2. Hasil setiap ulangan dapat dikategorikan dalam 2 kelas. Misal : "berhasil" atau "gagal", "ya" atau "tidak", "success" atau "failed"
3. Peluang berhasil atau sukses disimbolkan dengan p dan dalam setiap ulangan nilai p tetap, dimana p = 1 – q sedangkan peluang gagal dinyatakan dengan q dimana q = 1 – p
4. Banyaknya keberhasilan dalam peubah acak disimbolkan dengan X
5. Setiap ulangan bersifat bebas (independent) satu dengan lainnya.
6. Semakin banyak N maka peluang terjadinya suatu kejadian tertentu semakin kecil. Perlu diingat bahwa kejadian yang menjadi pertanyaan ataupun ditanyakan dari suatu permasalahan bisa dikategorikan sebagai kejadian "sukses atau berhasil".

Banyaknya sukses X dalam n usaha suatu percobaan binomial disebut suatu peubah acak binomial. Untuk mencari peluang dengan distribusi binomial, dapat digunakan rumus:

$$P(X) = C(N,X)\, p^X q^{N-X}$$

Sedangkan, koefisien binomial dicari dengan rumus:

$$C(N,n) = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}$$

Sehingga akan didapat rumus:

$$P(X) = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}\, p^X q^{N-X}$$

Dimana X adalah bilangan bulat 0 sampai dengan N.

b. Distribusi Poisson

Percobaan Poisson apabila menghasilkan peubah acak X yang menyatakan banyaknya hasil selama selang waktu, periode atau daerah tertentu.

Beberapa karakteristik distribusi Poisson adalah sebagai berikut:

1. Banyaknya hasil yang terjadi dalam suatu interval tertentu tidak terpengaruh oleh apa yang terjadi pada interval lain yang terpisah (tidak berpotongan dan independent) dalam kaitan ini, proses Poisson dikatakan tidak punya ingatan).
2. Peluang terjadi suatu hasil (tunggal) dalam selang tertentu yang amat pendek sebanding dengan

panjang selang dan tidak tergantung pada banyaknya hasil yang terjadi dluar selang

3. Peluang terjadinya lebih dari satu hasil dalam selang waktu yang pendek (sempit) dapat diabaikan. Distribusi ini merupakan distribusi probabilitas untuk variabel diskrit acak yang mempunyai nilai 0, 1, 2, 3 dan seterusnya. Suatu bentuk dari distribusi ini adalah rumus pendekatan peluang poisson untuk peluang binomial yang dapat digunakan untuk pendekatan probabilitas binomial dalam situasi tertentu.

Budiyono, (2009 : 103) menyatakan jika pada distribusi binomial b(x; n; θ), parameter n cukup besar (secara teoritis $n \rightarrow \sim$) maka akan diperoleh distribusi poisson dangan parameter $\lambda = n\theta$.

Sutanta (2005:80) menyatakan jika suatu variabel random x menyatakan ratarata kedatangan pada suatu rentang waktu yang kecil, maka x dikatakan mengikuti distribusi poisson, dengan formula :

$$p(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^{x}}{x!}$$

Dimana x adalah bilangan bulat lebih nari nol, dan p(x) adalah probabilitas kelas sukses.

D. Penggunaan *E-Toll Card* pada Jalan Tol di Jakarta

a. Jalan Tol

Jalan tol atau disebut juga jalan bebas hambatan adalah suatu jalan yang dikhususkan untuk digunakan oleh kendaraan beroda lebih dari dua, seperti mobil, bus, truk, dan sebagainya yang bertujuan untuk mempersingkat jarak dan waktu tempuh dari satu tempat ke tempat lain. Para pengguna jalan ini harus membayar sesuai tarif yang berlaku. Biasanya, penetapan tarif dilakukan berdasarkan pada jenis kendaraan yang ingin memasuki jalan tol itu sendiri.

Kata “Tol” sendiri berasal dari bahasa inggris yaitu *tollway* atau *tollroad*, kata *toll* berarti biaya. Di Indonesia, bangunan atau fasilitas dimana biaya tersebut dikumpulkan disebut juga pintu tol atau gerbang tol.

Pada wilayah Jabodetabek, ada banyak jalan tol yang menyambungkan berbagai daerah, baik dari Jabodetabek ke luar, maupun antar wilayah di Jabodetabek itu sendiri. Berdasarkan data yang didapat dari website resmi BPJT (Badan Pengatur Jalan Tol), di Jabodetabek sendiri, terdapat sekitar 30 jalan tol, dengan rata-rata panjangnya sekitar 19 Km. Selain itu, dalam sehari, terdapat sekitar 2,3 juta transaksi untuk wilayah Jabodetabek.

b. E-Toll Card

Gambar 2*: E-Toll Card*
Sumber: http://www.bankmandiri.co.id/images/

E-Toll Card adalah kartu elektronik yang digunakan untuk membayar biaya masuk jalan tol di sebagian daerah di Indonesia. Pengguna kartu ini menggunakannya dengan cara menempelkan kartu untuk membayar uang tol dalam waktu sekitar 4 detik, jika dibandingkan dengan pembayaran tunai, akan lebih cepat 3 detik karena pembayaran tunai sedikitnya membutuhkan waktu sekitar 7 detik.

Penggunaan *E-Toll Card* di jalan tol di Indonesia merupakan salah satu upaya modernisasi pengumpulan uang (agar lebih mudah dan cepat), pengurangan biaya operasional, dan untuk mengurangi pelanggaran (*moral hazard*) karena petugas tol tak menerima pembayaran secara langsung.

c. Kebijakan Penggunaan *E-Toll Card* di Jakarta

Berdasarkan informasi yang disadur dari Tribunnews 22 Agustus 2017, Jasa Marga akan megoptimalisasikan gerbang tol otomatis pada semua ruas tol yang dikelolanya. Total ada 1002 gardu induk dan 217 gerbang Anak Perusahaan Jalan Tol (APJT) yang akan dibuat seratus persen menggunakan *e-toll* pada 31 Oktober 2017.

Artinya, sampai saat ini, kebijakan tersebut telah diberlakukan dan sudah hampir 90% gerbang tol di Jabodetabek, khususnya di Jakarta, yang menggunakan Gardu Tol Otomatis dan *e-toll* sebagai metode pembayarannya.

Hal tersebut berarti, gerbang tol tidak lagi melayani pembayaran tunai. Peraturan ini disebut-sebut sebagai langkah awal mendorong budaya nontunai (*cashless society*). Selain itu, kebijakan ini diharapkan dapat mengurangi kemacetan akibat antrean di gerbang tol.

Karenanya, pihak Jasa Marga selaku penyelenggara jasa jalan tol juga telah bekerja sama dengan empat bank; yaitu Bank Mandiri, BRI, BNI, dan BTN. Penjalinan kerja sama dengan BCA juga tengah dilakukan sehingga ke depannya penggunaan uang elektronik yang disediakan bank tersebut juga dapat digunakan pada seluruh gardu tol.

III. PELUANG KEGAGALAN TRANSAKSI GERBANG TOL OTOMATIS

Seperti yang telah kita ketahui dari penjelasan sebelumnya, kebijakan untuk menerapkan sistem pembayaran elektronik pada hampir semua gerbang tol oleh PT Jasamarga untuk wilayah Jakarta dan sekitarnya (pembayaran *e-toll* pada GTO atau gardu tol otomatis) telah diberlakukan sejak bulan November 2017.

Otomatisasi dan modernisasi sistem pembayaran ini secara umum bertujuan untuk mempercepat dan mempermudah proses pembayaran tol, sehingga dapat mengurangi hambatan di jalan tol itu sendiri. Namun, tidak semua transaksi berjalan dengan lancar dan cepat, hal ini dapat menyebabkan gugurnya tujuan modernisasi sistem pembayaran itu sendiri.

A. Indikator Keberhasilan Transaksi

Keberhasilan suatu transaksi non-tunai di gardu tol otomatis pada pintu tol yang tersebar di berbagai wilayah di Jakarta dan sekitarnya dapat ditentukan oleh waktu transaksi di tiap gardu.

Jika diambil sampel jalan tol di Jakarta, yaitu Jalan Tol Prof. Dr. Sedyatmo dam Jakarta Inner Ring Road, berdasarkan data yang didapat dari Tribunnews.com, rata-rata kendaraan yang melintasi jalan Tol Dalam Kota dan jalan Tol Prof. Dr. Sedyatmo adalah sebanyak 802,371 kendaraan per harinya. Ini berarti, tiap jam, akan didapatkan rata-rata sekitar 33,432 kendaraan yang melewati jalan tol tersebut.

Sebelum itu, berdasarkan data yang didapat dari website resmi Jasamarga, terdapat kurang lebih 18 gerbang tol yang ada pada Jalan Tol Dalam Kota Jakarta dan Jalan Tol Prof. Dr. Sedyatmo. Dengan mengasumsikan ada sekitar 3 s.d. 5 pintu tol pada tiap gerbangnya, maka secara umum terdapat sekitar total 75 pintu di sepanjang tol dalam kota dan tol Prof. Dr. Sedyatmo.

Dari data tersebut diatas, dapat di perkecil kembali *range* waktu dari rata-rata kendaraan yang melewati jalan tol tersebut. Berarti, setiap satu jam akan terdapat rata-rata 445 kendaraan yang melakukan transaksi di tiap-tiap pintu tol yang ada, dan jika diperkecil lagi, akan didapat rata-rata waktu transaksi kendaraan di tiap pintu tol adalah 8 detik. Ini adalah batas waktu maksimal agar sebuah transaksi di Gerbang Tol Otomatis dapat dikatakan berhasil dengan baik, menimbang faktor volume kendaraan yang tidak selalu konstan tiap jamnya.

B. Peluang Kegagalan Transaksi

Dari sampel tiap 200 kendaraan yang melakukan transaksi non-tunai di Gerbang Tol Otomatis terdapat 30 pengemudi yang gagal atau terhambat (melakukan transaksi diatas 8 detik). Sampel ini didasarkan pada pengalaman pribadi beberapa orang pengguna rutin jalan tol di Jakarta.

Ini berarti terdapat sekitar 15% yang mengalami kegagalan atau hambatan transaksi, dan 85% sisanya berhasil, yaitu memerlukan waktu kurang dari 8 detik. Peluang atau probabilitas jumlah kendaraan yang mengalami kegagalan transaksi dapat ditentukan dengan menggunakan metode Distribusi Poisson.

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, jika suatu variabel random x menyatakan rata-rata kedatangan pada suatu rentang waktu yang kecil, maka x dikatakan mengikuti distribusi poisson, dengan formula :

$$p(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

Pada kasus ini, misalkan N adalah jumlah total kendaraan (200 kendaraan), lalu R adalah probabilitas kegagalan tiap 200 kendaraan (yaitu 15%), maka λ adalah N x R, yaitu 30. Lalu, e adalah bilangan euler (sekitar 2.718) dan x merupakan kemungkinan jumlah kendaraan (pada kasus ini, x adalah bilangan bulat dari 0 s.d. 200).

Maka, untuk melakukan perhitungan peluang diskrit dari kegagalan transaksi tiap 200 kendaraan di gerbang tol otomatis, dapat digunakan rumus distribusi poisson, dan dibentuk tabel yang memuat semua x (dari *range* 0 s.d. 200) dan probabilitas masing-masing x. Tabel dibawah merupakan hasil akumulasi perhitungan peluang tiap 10 kendaraan.

X (Jumlah Kendaraan)	***p(x) (Peluang Kegagalan)***
0	0.000000000000094
1-10	0.000022348733334
11-20	0.035262202920319
21-30	0.513065922790639
31-40	0.419338119368034
41-50	0.032011500580084
51-60	0.000297563954459
61-70	0.000000448322467
71-80	0.000000000140702
81-200	0.000000000000011
TOTAL	1.00

Tabel 1: Tabel Perhitungan Distribusi Poisson

Dari tabel diatas, sesuai teori dari Peluang Diskrit, nilai peluang tiap X ada pada *range* 0 s.d 1 dan total dari semua hasil peluang tersebut adalah 1. Selain itu, peluang terbesar jumlah kendaraan mengalami kegagalan transaksi ada pada *range* 21 s.d. 30 dan 31 s.d. 40 kendaraan, dengan total peluang sebesar 0.93.

Lalu dapat dilihat bahwa peluang tidak ada kendaraan yang mengalami kegagalan transaksi adalah 0.000000000000094, sangat mendekati nol, ini artinya untuk X = 0 hampir tidak mungkin tidak terjadi kegagalan transaksi di gerbang tol otomatis untuk sekarang itu.

Hampir sama seperti saat X=0, ketika X sudah mencapai angka 80 dan seterusnya, hasil peluang p(x) pun juga menurun hingga mendekati nol, dari *range* 81 hingga 200, total peluangnya hanyalah 0.000000000000011, sangat mendekati nol. Hal ini berarti, hampir tidak mungkin pula kegagalan transaksi tiap 200 kendaraan yang melewati gerbang tol otomatis ini menapai angka diatas 80 kendaraan.

C. Penyebab Kegagalan Transaksi

Penerapan sistem pembayaran non-tunai atau menggunakan *e-toll card* di semua ruas tol di Jakarta pastinya tak lepas dari berbagai masalah yang timbul saat melakukan transaksi di pintu tol. Berikut adalah penyebab-penyebab yang memungkinkan terjadinya kegagalan:

a. Faktor Pengguna Jalan

Pengguna jalan tol di Jakarta tentunya tidak hanya berasal dari daerah Jakarta saja, mereka datang dari berbagai daerah, kebanyakan dari pengemudi datang dari wilayah Jabodetabek. Namun, ini tidak menutup kemungkinan pengemudi yang datang dari luar Jabodetabek. Dari berbagai jenis pengguna jalan tol tersebut, pasti terdapat pengemudi yang belum memiliki *e-toll card* untuk melakukan transaksi, atau pengemudi yang sudah memilikinya, tetapi saat transaksi kehabisan saldo dan lupa untuk mengisinya kembali.

Hal ini dapat menyebabkan terhambatnya transaksi pada salah satu pintu. Proses ini bisa terhambat dalam waktu yang lama, mengingat perlunya campur tangan petugas untuk menangani hal ini, atau terjadinya proses pinjam-meminjam kartu pembayaran kepada pengemudi dibelakangnya, agar dapat melakukan transaksi.

Selain itu, ada pula pengemudi yang belum terbiasa melakukan transaksi non-tunai di pintu-pintu tol, sehingga kebingungan saat akan menempelkan kartu pada tempat yang disediakan. Jenis pengemudi seperti ini biasanya mengabiskan lebih dari 10 detik sampai akhirnya menyadari "*spot*" yang tepat untuk menempelkan kartu tersebut. Untuk kasus terburuk, terdapat pengemudi yang masih kebingungan untuk waktu yang lama sehingga pengemudi dibelakangnya turun tangan untuk memberitahu cara transaksi yang benar kepadanya. Hal tersebut diatas juga salah satu faktor yang menyebabkan proses transaksi gagal atau terhambat.

b. Faktor Penyedia Layanan

Selain faktor pengguna, penyedia layanan transaksi tol non-tunai juga dapat menjadi penyebab kegagalan transaksi itu sendiri. Penyebab tersebut dapat berupa faktor teknis, contohnya kesiapan mesin *e-toll* yang belum sempurna yang dapat menyebabkan transaksi gagal dan memerlukan campur tangan petugas, ataupun faktor sumber daya manusia (misal petugas yang berjaga di tempat) yang kurang sigap atau belum bisa menangani dengan baik saat ada unsur-unsur yang bermasalah saat transaksi.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan pemaparan teori, pembahasan, serta analisis data yang telah dijelaskan sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa perhitungan dan analisis keefektifan sistem pembayaran non-tunai dari jalan tol di Jakarta dapat dilakukan dengan pendekatan kombinatorial dan peluang diskrit, khususnya melalui percobaan Distribusi Poisson. Dari analisis yang telah dilakukan, didapat peluang kegagalan transaksi terbesar ada pada jumlah kendaraan diantara 21 s.d. 40, dengan total nilai peluang hingga 93%. Selain itu, peluang kegagalan transaksi tiap 200 kendaraan untuk jumlah kendaraan 0 dan diatas 80 hampir mendekati 0%, artinya sangat jarang terjadi.

Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa manajemen penggunaan *e-toll card* dan Gerbang Tol Otomatis di Jakarta perlu ditingkatkan. Kemungkinan kegagalan transaksi masih tinggi, hal ini disebabkan masih barunya kebijakan diterapkan, dan masih kurangnya pengetahuan dan persiapan pengguna. Hal ini dapat ditanggulangi melalui pihak penyedia layanan untuk masih menyediakan gerbang tol yang melayani pembayaran tunai, selain itu solusi lainnya ialah menggiatkan pengumuman-pengumuman dan edukasi mengenai penggunaan *e-toll card* sebagai metode transaksi agar pengguna makin terbiasa.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama penulis ingin mengucapkan puji syukur kepada Allah SWT karena dengan rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan makalah dengan judul "Analisis Kombinatorial dan Peluang Diskrit dalam Manajemen Kebijakan *E-Toll Card* di Jakarta" ini dengan baik. Penulis juga berterima kasih kepada dosen yang memberikan tugas ini, sekaligus dosen pengajar penulis yaitu Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T., atas bimbingan beliau selama ini dalam mengajar dan memberikan ilmu pada mata kuliah matematika diskrit sehingga penulis mampu membuat makalah ini. Penulis juga berterima kasih kepada Ibu Penulis, Syofriza Syofyan, S.E., M.E. yang telah membantu memberikan inspirasi serta rekan-rekan yang telah memberikan semangat dan dorongan kepada penulis.

REFERENSI

[1] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah Struktur Diskrit, Departemen Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung, 2004.

[2] Detik.com: "Seluruh Gerbang Tol Tak Layani Transaksi Tunai Mulai Oktober 2017" https://news.detik.com/berita/3505640/seluruh-gerbang-tol-tak-layani-transaksi-tunai-mulai-oktober-2017 [diakses 2 Desember 2017 pukul 21:29].

[3] Tribunnews.com: "Duh, 1.5 Juta Pengguna Jalan Tol Gunakan Kartu Transaksi Elektronik."

http://www.tribunnews.com/metropolitan/2017/09/15/duh-15-juta-pengguna-jalan-tol-gunakan-kartu-transaksi-elektronik [diakses 2 Desember 2017 pukul 22:20].

[4] Tribunnews.com: “Mulai 1 November 2016 Bayar Tol Wajib Gunakan *E-Toll*” http://m.tribunnews.com/metropolitan/2016/10/28/mulai-1-november-2016-bayar-tol-wajib-gunakan-e-toll [diakses 2 Desember 2017 pukul 21:29

[5] Situs resmi PT Jasamarga www.jasamarga.com [diakses 3 Desember 2017 pukul 20:30]

[6] Situs resmi BPJT http://bpjt.pu.go.id/ [diakses 3 Desember 2017 pukul 17:04]

[7] Poetra Landep, “Kombinatorial dan Peluang Diskrit” dalam https://sites.google.com/site/poetralandep/kombinatorial-dan-peluang-diskrit [diakses 3 Desember 2017 pukul 13:17]

[8] Antonius Cahya Prihandoko, “Koefisien Binomial” dalam https://antoniuscp.files.wordpress.com/2013/02/4-koefisien_binomial.pdf [diakses 3 Desember 2017 13.51]

[9] Antonius Cahya Prihandoko, “Koefisien Binomial” dalam https://antoniuscp.files.wordpress.com/2013/02/4-koefisien_binomial.pdf [diakses 3 Desember 2017 13.51]

[10] Unknown, “Distribusi Peluang Diskrit” dalam http://www.statistikdasar.com/files/materi/distribusi_peluang_diskrit.pdf [diakses 3 Desember 2017 15.30]

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017

Haifa Fadhila Ilma 13516076