Hubungan Baris Fibonacci dengan Frekuensi Nada, dan Komposisi Musik

Ferdiant Joshua Muis - 13516047
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13516047@itb.ac.id

***Abstrak*—Musik sudah digunakan manusia dari sejak zaman purbakala hingga sekarang. Pada zaman sekarang, sebagian besar masyarakat mengakui membutuhkan musik dalam hidupnya. Namun belum banyak yang mengetahui bahwa sebenarnya musik yang masyarakat selama ini nikmati memiliki keterhubungan dengan teori ilmu-ilmu eksak yang berkembang seperti matematika. Untuk itu, makalah ini akan membahas keterhubungan matematika dengan komposisi musik yang merupakan komponen-komponen penyusun utamanya.**

***Kata Kunci*—rasio emas, fibonacci, frekuensi, tangga nada, komposisi.**

I. PENDAHULUAN

Musik sudah menjadi bagian dari hidup manusia sejak berabad-abad lalu. Dari sejak zaman purbakala, musik sudah digunakan manusia mulai dari saat berburu, merayakan suatu hal, perang, atau bahkan ritual walaupun belum dalam bentuk yang terstruktur. Musik yang terus berkembang dan menempel dengan peradaban manusia ini menjadi kebutuhan bagi sebagian besar manusia. Namun pada praktiknya, masyarakat secara umum masih terlihat memisahkan musik dari ilmu sains dan ilmu eksakta lain yang sudah berkembang hingga saat ini.

Musik dipandang oleh masyarakat umum sebagai suatu bidang seni yang sangat terpisah dari bidang keilmuan sains. Terdapat sudut pandang umum bahwa menjadi seorang musisi dan seorang ilmuwan adalah dua bidang yang berbeda sekali. Dan memang dalam praktiknya, setiap orang yang menjadi musisi sangat jarang adalah seorang yang menerapkan ilmu sainsnya (jika ia menguasainya) dalam menjalankan keprofesiannya sebagai musisi. Hal ini dapat terlihat dari sejarah musik yang berkembang dari sejak abad ke-17. Namun sesungguhnya ketika musik tersebut telah selesai, terdapat hubungan erat yang mungkin terjadi secara hukum alamdengan musik itu sendiri.

Keterkaitan yang akan dibahas pada makalah ini adalah sebagian dari ilmu matematika, yaitu rasio emas dan barisan bilangan fibonacci. Pada proses penemuan dan pembentukan musik yang terstruktur, sudah terbukti bahwa musisi dan penggubah-penggubah yang sudah menciptakan ratusan lagu tidak secara eksplisit menggunakan ilmu matematika ketika mereka menggubah lagu-lagu mereka. Tetapi setelah semua hal itu selesai, jika kita menganalisisnya dengan ilmu matematika yang sudah diketahui masyarakat umum pada masa ini (dalam hal ini rasio emas dan bilangan fibonacci), setiap frekuensi yang digunakan dalam musik, dan struktur suatu gubahan musik rupanya mengikuti pola rasio emas dan bilangan fibonacci. Diharapkan melalui makalah ini, pembaca dapat memiliki pikiran yang lebih terbuka mengenai ilmu musik dan secara bersamaan mempercepat perkembangan musik.

II. TEORI DASAR

A. *Barisan Bilangan Fibonacci*

Barisan bilangan fibonacci adalah barisan bilangan unik yang ditemukan oleh Leonardo Pisano pada abad ke-13.

Barisan bilangan fibonacci secara rekursif memenuhi rumus sebagai berikut :

$$F(n) = \begin{cases} 0, & n = 0, \\ 1, & n = 1, \\ F(n-1) + F(n-2) & \textit{sisanya}. \end{cases}$$

Sehingga melalui rumsu tersebut, didapatkan beberapa suku pertama barisan bilangan fibonacci yaitu :

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55..$$

Barisan bilangan fibonacci ini memiliki sifat yang sangat unik hingga dapat diaplikasikan kepada berbagai macam bidang kehidupan, termasuk musik.

Jika diaplikasikan ke dalam bahasa C, maka akan diperoleh kode sebagai berikut :

```c
int fibonacci(int x){
    int result;

    if(x==0 || x==1){
        result = 1;
    }else{
        result = fibonacci(x-1)+fibonacci(x-2);
    }

    return result;
}
```

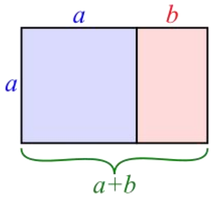
Gambar 1. Kode fibonacci dalam C

B. *Rasio Emas*

Rasio emas adalah rasio khusus yang mendeskripsikan kedua nilai jika rasio kedua niali tersebut sama dengan rasio penjumlahan kedua nilai tersebut dengan salah satu nilai yang lebih besar. Atau dapat dituliskan juga sebagai berikut :

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \equiv \varphi$$

Berikut adalah gambar ilustrasi rasio emas :



Gambar 1. Ilustrasi rasio emas.
Sumber : https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/8e/SimilarGoldenRectangles.svg/220px-SimilarGoldenRectangles.svg.png

Nilai ϕ dapat diperoleh melalui penyederhanaan pembilang dan penyebutnya, sehingga rumus menjadi :

$$\frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} = 1 + \frac{1}{\varphi} = \varphi$$

Dengan kedua ruas paling kanan dengan φ maka diperoleh :

$$\varphi + 1 = \varphi^2$$

Persamaan ini dapat diatur ulang menjadi :

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

Dengan menggunakan rumus persamaan kuadrat :

$$\frac{-b^2 \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

maka diperoleh nilai φ sebesar :

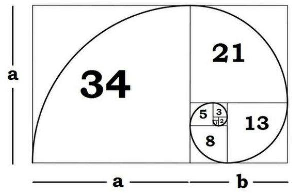
$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033..$$

Nilai φ juga dapat diperoleh dengan membagi dua bilangan fibonacci yang bersebelahan pada deret fibonacci :

$$\frac{8}{5} = 1.6, \frac{13}{8} = 1.625, \frac{21}{13} = 1.6514, ...$$

Semakin besar kedua suku yang diambil, semakin akurat nilai φ yang diperoleh.

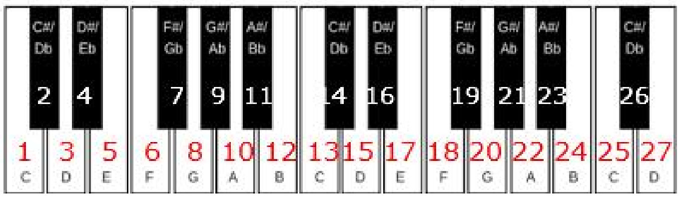
Berikut adalah gambar ilustrasi hubungan rasio emas dengan bilangan fibonacci :



Gambar 2. Ilustrasi hubungan rasio emas dengna bilangan fibonacci
Sumber : https://www.livescience.com/37704-phi-golden-ratio.html

C. *Pitch dan Frekuensi Nada*

Untuk menjelaskan tangga nada pada musik, penulis akan menggunakan representasi piano seperti berikut :



Gambar 3. Piano
Sumber : milik pribadi

Pitch adalah sensasi auditori yang dirasakan manusia ketika mendengar suatu nada musikal yang berdasar pada suatu tangga nada musik yang bergantung pada persepsi frekuensi dari vibrasi bunyi tersebut.

Gelombang suara sebenarnya tidak memiliki *pitch*, tetapi karena gelombang berosilasi, kita dapat menghitung frekuensi dari setiap bunyi yang ada.

Oleh karena itu, setiap not yang digunakan dalam musik memiliki nilai frekuensinya tersendiri yang khusus dan unik. Misalnya Not A4 (yang ditunjuk dengan angka 10) memiliki frekuensi 440Hz. Frekuensi yang tidak tepat (terlalu tinggi atau terlalu rendah) dan memberikan kesan suara yang sumbang pada bunyi dan musik yang akan dihasilkan.

Terdapat *pitch* yang menjadi standar dari seluruh not yang dipakai dalam musik. *Pitch* yang dimaksud adalah not A4. Nilai frekuensi 440Hz tersebut digunakan sebagai basis dan akar untuk segala *pitch* dan frekuensi yang lain.

Berikut adalah daftar frekuensi dari sebagian not-not yang umum dimainkan :

Note	Hz	Note	Hz	Note	Hz
C3	130.8	C4	261.6	C5	523.3
C#3	138.6	C#4	277.2	C#5	554.4
D3	146.8	D4	293.7	D5	587.3
D#3	155.6	D#4	311.1	D#5	622.3
E3	164.8	E4	329.6	E5	659.3
F3	174.6	F4	349.2	F5	698.5
F#3	185.0	F#4	370.0	F#5	740.0
G3	196.0	G4	392.0	G5	784.0
G#3	207.7	G#4	415.3	G#5	830.6
A3	220.0	A4	440.0	A5	880.0
A#3	233.1	A#4	466.2	A#5	932.3
B3	246.9	B4	493.9	B5	987.8

Gambar 4. Daftar Frekuensi dari not yang terdapat pada musik
Sumber : http://www.guitarpitchshifter.com/fig_2_1.png

Nilai-nilai frekuensi tersebut diperoleh melalui teorema pythagoras yang tidak akan dibahas pada makalah ini.

Pada praktiknya, hampir tidak mungkin diciptakan suatu instrumen musik yang dapat menghasilkan nada dengan frekuensi yang tepat dengan teori yang terdapat di atas. Sehingga terdapat batas toleransi perbedaan frekuensi maksimal sebesar +/- 5 Hz.

D. Interval

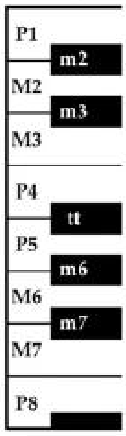
Interval adalah jarak atau perbedaan yang dihasilkan dari 2 *pitch* yang berbeda. Interval dikelompokkan menjadi 3 jenis, yaitu :

1. Interval horizontal,
2. Interval linear,
3. Interval melodik.

Ketiga interval ini tidak akan dibahas secara mendetil pada makalah ini.

Jika ditinjau dari ilmu fisika, interval adalah rasio perbandingan dua frekuensi. Berikut adalah daftar rasio, jarak kedua not, dan nama interval yang bersesuaian :

Interval Name	Abbr.	Cents	Approx. Ratio
Perfect Unison	P1	0	1 : 1
Minor Second	m2	100	16 : 15
Major Second	M2	200	9 : 8
Minor Third	m3	300	6 : 5
Major Third	M3	400	5 : 4
Perfect Fourth	P4	500	4 : 3
Tritone	tt	600	7 : 5
Perfect Fifth	P5	700	3 : 2
Minor Sixth	m6	800	8 : 5
Major Sixth	M6	900	5 : 3
Minor Seventh	m7	1000	9 : 5
Major Seventh	M7	1100	15 : 8
Perfect Octave	P8	1200	2 : 1

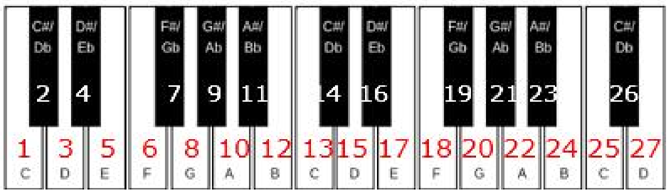


Gambar 5. Daftar interval, rasio, dan penamaannya
Sumber :
https://www.researchgate.net/profile/Daniel_Bowling/publication/280386787/figure/fig1/AS:284568327344141@1444857784597/Fig-1-The-relative-consonance-of-musical-intervals-A-The-equal-tempered-chromatic.png

Sebagai contoh, jika rasio frekuensi dari dua not bernilai 2:1, maka not tersebut adalah not oktaf sempurna, yaitu not kedua dari dua not itu adalah not yang memiliki karakter *pitch* yang sama satu sama lain, namun berada pada posisi satu oktaf lebih tinggi.

Jika dibandingkan pada representasi piano dari gambar 6 di bawah ini, maka misalkan not pertama adalah not yang ditunjuk dengan angka 13, maka not kedua adalah not yang ditunjuk dengan angka 1. Kedua not tersebut memiliki nama yang sama, karakter yang sama, namun memiliki kesan yang lebih tinggi menurut persepsi telinga manusia.

Dalam bahasa sehari-hari, dua not dengan rasio 9:8 (dengan nama M2 atau *major second*) disebut sebagai dua not yang berjarak 1, dan dua not dengan rasio 16:15 disebut sebagai dua not yang berjarak 1/2. Definisi 1 dan 1/2 juga dapat terlihat dari gambar 6, yaitu jika antara kedua not tidak ada not lain (termasuk not hitam), maka kedua not tersebut disebut memiliki jarak 1/2. Dan jika ada not di antara kedua not tersebut, disebut memiliki jarak 1.



Gambar 6. Piano
Sumber : milik pribadi

E. Tangga Nada

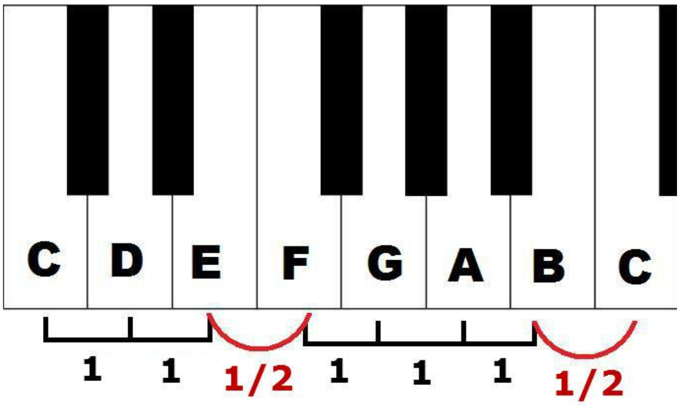
Tangga nada adalah serangkaian not musikal yang disusun menurut suatu keteraturan frekuensi atau *pitch* tertentu.

Secara sederhana, menurut interval setiap not yang terdapat pada tangga nada, tangga nada dibagi menjadi :

1. Tangga nada mayor
2. Tangga nada minor
3. Tangga nada kromatis
4. Tangga nada diatonis

Hanya tangga nada mayor yang akan dibahas dalam makalah ini.

Tangga nada mayor adalah serangkaian 8 not yang mengikuti aturan interval 1, 1, 1/2, 1, 1, 1, 1/2. Misalnya, jika kita mengambil not pertama adalah C, maka tangga nada mayor dari C adalah C D E F G A B C.



Gambar 7. Tangga nada mayor dari C
Sumber : milik pribadi

III. HUBUNGAN BARIS FIBONACCI DENGAN FREKUENSI NADA DAN KOMPOSISI MUSIK

A. Barisan Fibonacci

Setiap not yang terdefinisi pada musik, rupanya memenuhi perbandingan barisan bilangan fibonacci.

Rasio Fibonacci	Hasil Perhitungan (Hz)	Frekuensi Ideal	Nama Not	Interval	Ketika frekuensi A = 432 Hz
1/1	440	440	A	-	432
2/1	880	880	A	Oktaf	864
2/3	293.33	293.66	D	Fourth	288
2/5	176	174.62	F	Aug Fifth	172.8
3/2	660	659.26	E	Fifth	648
3/5	264	261.63	C	Minor Third	259.2
3/8	165	164.82	E	Fifth	162
5/2	1100	1108.72	C#	Third	1080
5/3	733.33	740	F#	Sixth	720
5/8	275	277.18	C#	Third	270
8/3	1173.33	1174.64	D	Fourth	1152
8/5	704	698.46	F	Aug Fifth	691.2

Tabel 1. Daftar rasio fibonacci dengan hasil frekuensi dan interval
Sumber : milik pribadi

Setiap frekuensi di atas dikalikan dengan nilai frekuensi/*pitch* standar, yaitu frekuensi dari A3 (440Hz).

Dapat dilihat bahwa dari deret fibonacci, sampai suku ke-6, setiap perkalian nilai frekuensi standar dengan rasio dari bilangan fibonacci akan mendapatkan suatu frekuensi baru, yang juga terdefinisi intervalnya.

Dan melalui hasil perkalian frekuensi standar 440Hz dengan rasio fibonacci ini, dapat kita peroleh suatu pola, yaitu :

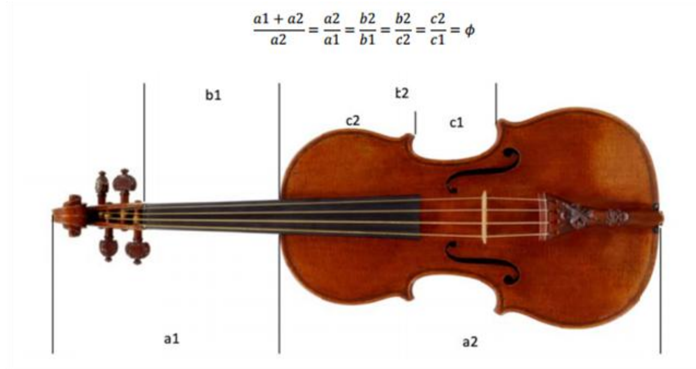
1. Kita dapat membentuk pola suatu chord mayor, yaitu dengan rasio fibonacci : 1/1, 2/1, 3/2, 5/2
2. Dan dapat membentuk suatu pola chord minor dengan rasio fibonacci : 1/1, 2/1, 3/5, 3/2.

Walaupun jika kita mengambil rasio perbandingan fibonacci yang sukunya lebih dari 6, tidak kita peroleh hasil yang bersesuaian. Namun untuk rasio fibonacci sampai suku ke-6, terbukti bahwa setiap frekuensi dan interval mengikuti pola barisan fibonacci.

Pola fibonacci ini juga dapat dikembangkan untuk menstrukturkan suatu konsep lain dalam musik.

B. Rasio Golden dengan Penggubahan suatu Komposisi Musik dan Instrumentasi

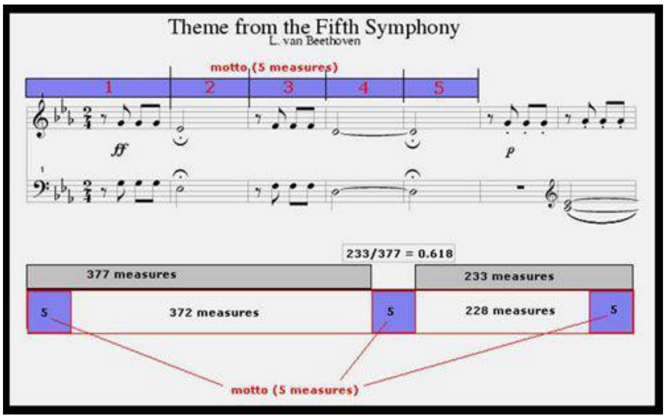
Selain dari barisan fibonacci tersebut, rasio emas juga memiliki banyak pengaruh pada komposisi suatu musik. Sebagai contoh, desain dari violin yang mengikuti rasio emas.



Gambar 8. Rasio emas pada violin
Sumber : http://blog.dubspot.com/files/2016/05/Stradivarius-Violin.png

Terlihat dari desain violin yang terbentuk, panjang antara setiap bagian-bagian violin mengikuti aturan rasio emas. Desain ini memang tidak dibuat dengan secara sengaja untuk mengikuti rasio emas, namun hasilnya mengikut aturan tersebut, dan rasio ini memiliki dampak pada pemain violin.

Selain desain dari instrumen, karya dari komposer Beethoven, yaitu Beethoven 5-th Symphony, *movement* pertama, dapat dianalisis sebagai berikut :



Gambar 9. Beethoven 5-th Symphony, *movement* pertama

Pertama kita menghitung rasio emas dari 100%, yaitu 61,38, dan 38, 62. Kemudian dengan melihat Jumlah bar yang terdapat pada komposisi tersebut, yaitu 601 bar musik. Ditemukan bahwa pada komposisi lagu tersebut, komposer Beethoven menaikan intensitas dan tensi dari lagu ketika bar 372. Dengan perhitungan 372/601, kita peroleh nilai invers rasio emas, yaitu 0.618.

IV. KESIMPULAN

Memang tidak banyak orang menyadari hubungan antara musik dengan matematika, namun rupaya dapat ditemukan pola barisan fibonacci pada pola pembentukan *pitch* dan frekuensi dari sekumpulan not pada musik. Dan karya-karya gubahan penggubah terkenal rupanya mengikuti pola rasio emas ketika mereka ingin menaikan tensi dari lagu yang mereka ciptakan.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Untuk pembuatan makalah ini, penulis mengucapakan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa karena penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan baik dan tepat waktu. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Dra. Harlili M.Sc. selaku dosen pembimbing dalam proses pembuatan makalah ini.

REFERENSI

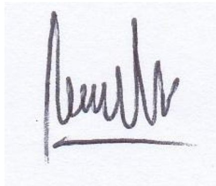
[1] http://eprints.maths.manchester.ac.uk/1548/1/Saloni2010.pdf diakses tanggal 3 Desember 2017 pukul 16:00
[2] Munir, Rinaldi, 2010, Matematika Diskrit edisi III. Bandung: Informatika, Bandung
[3] http://blog.dubspot.com/fibonacci-sequence-in-music/ diakses tanggal 3 Desember 2017 pukul 16:00
[4] https://www.mathsisfun.com/numbers/fibonacci-sequence.html diakses tanggal 3 Desember 2017 pukul 16:00
[5] Cariani, P.A.; Delgutte, B. (September 1996). "Neural Correlates of the Pitch of Complex Tones. I. Pitch and Pitch Salience" (PDF). Journal of Neurophysiology. 76 (3): 1698–1716. PMID 8890286. Retrieved 13 November 2012.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017

Ttd



Ferdiant Joshua M - 3516047