

# Penerapan Graf dan Pohon dalam Pemodelan Topologi Jaringan Komputer

Louis Leslie 13516087  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
13516087@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**—Graf dan pohon adalah cabang ilmu Matematika Diskrit yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungannya. Banyak sekali persoalan di kehidupan sehari-hari yang dapat dimodelkan dengan graf atau pohon, misalnya hubungan mahasiswa dengan mata kuliah yang diambil, silsilah keluarga, peta, dan sebagainya. Dalam makalah ini, akan diulas penerapan graf dan pohon dalam memodelkan topologi jaringan komputer.

Semua topologi jaringan komputer selalu dapat dimodelkan dengan graf, maupun pohon. Komputer dalam jaringan akan direpresentasikan sebagai simpul dan hubungan antarkomputer dalam jaringan akan direpresentasikan sebagai sisi-sisinya.

**Kata Kunci**—graf dan pohon, topologi, jaringan, komputer.

## I. PENDAHULUAN

Di era abad 21 ini, jaringan komputer sudah sangat awam digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Setiap perangkat yang berada di sekitar kita sekarang ini sebagian besar sudah terhubung dalam jaringan, baik jaringan lokal maupun internet. Jaringan komputer yang kita gunakan ini tentunya juga sangat membantu pekerjaan-pekerjaan kita.

Jaringan komputer yang dimaksud ini dapat diartikan sebagai keterhubungan antarkomputer maupun perangkat atau gawai berbasis komputer. Dengan menghubungkan komputer atau perangkat lain ke dalam jaringan komputer, maka komputer atau perangkat tersebut dapat diakses oleh para pengguna yang mendapat akses ke dalam jaringan tersebut.

Jaringan atau keterhubungan antarkomputer ini harus dibangun atau dirancang terlebih dahulu sesuai dengan keperluan. Untuk memenuhi keperluan jaringan yang berbeda-beda, terdapat beberapa jenis topologi jaringan yang sering digunakan juga. Setiap topologi jaringan mempunyai tata susunan yang berbeda.

Untuk mempermudah perancangan topologi logika jaringan ini, sering digunakan graf maupun pohon untuk merepresentasikan keterhubungan antarkomputer dan perangkat lain yang terlibat dalam jaringan. Representasi jaringan dengan graf atau pohon ini selanjutnya dijadikan sebagai acuan dalam pembangunan jaringan fisik itu sendiri. Topologi fisik jaringan ini sendiri juga dapat direpresentasikan dengan graf atau pohon.

## II. LANDASAN TEORI

### A. Graf

#### 1. Definisi Graf

Graf adalah suatu struktur matematika yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Sebuah graf  $G$  dapat dinyatakan sebagai  $G = (V, E)$ , yang dalam hal ini  $V$  adalah himpunan berhingga tak-kosong dari simpul-simpul (*vertices*) =  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  dan  $E$  adalah himpunan berhingga dari sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang simpul =  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ .

#### 2. Jenis-jenis Graf

Gelang adalah sisi yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Sisi ganda adalah dua buah sisi yang menghubungkan dua simpul yang sama.

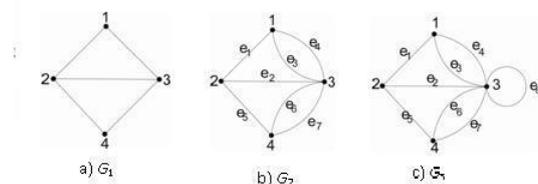
Berdasarkan ada atau tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

##### 1) Graf sederhana

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisiganda dinamakan graf sederhana. Pada graf sederhana, sisi adalah pasangan tak terurut (*unordered pairs*), sehingga menuliskan sisi  $(u, v)$  sama saja dengan menuliskan sisi  $(v, u)$ .

##### 2) Graf tak-sederhana

Graf tak-sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Graf semu adalah graf yang mengandung gelang (*loop*).



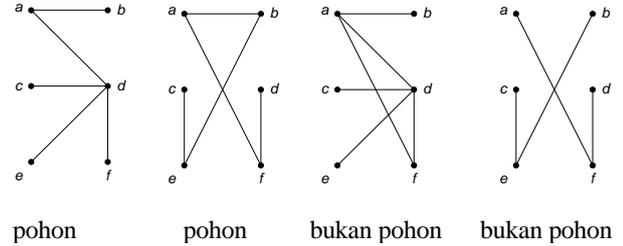
Gambar a) Graf sederhana, b) Graf ganda, dan c) Graf semu

Gambar 1 : Contoh graf sederhana, ganda, dan semu.

(sumber : <http://yunikhoirunnisa.blogspot.co.id/2011/12/asal-usul-teori-graf.html>)

Sisi pada graf dapat mempunyai orientasi arah. Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis:

- 1) Graf tak-berarah  
Graf berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak-berarah, urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Jadi,  $(u, v) = (v, u)$  adalah sisi yang sama.
- 2) Graf berarah  
Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah. Sisi berarah disebut busur (*arc*). Pada graf berarah,  $(u, v)$  dan  $(v, u)$  adalah dua busur yang berbeda.



Gambar 2 : Contoh pohon dan graf bukan pohon

(sumber : [http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2013-2014/Pohon%20\(2013\).ppt/](http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2013-2014/Pohon%20(2013).ppt/))

**Teorema.** Misalkan  $G = (V, E)$  adalah graf tak-berarah sederhana dan jumlah simpulnya  $n$ . Maka, semua pernyataan di bawah ini adalah ekuivalen :

- 1)  $G$  adalah pohon
- 2) Setiap pasang simpul di dalam  $G$  terhubung dengan lintasan tunggal.
- 3)  $G$  terhubung dan memiliki  $m = n - 1$  buah sisi.
- 4)  $G$  tidak mengandung sirkuit.
- 5) Penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
- 6)  $G$  terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.

### 3. Terminologi Dasar Graf

Terdapat beberapa terminologi atau istilah terkait dengan graf, antara lain:

- 1) Bertetangga  
Dua buah simpul pada graf tak-berarah  $G$  dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi.
- 2) Bersisian  
Untuk sembarang sisi  $e = (u, v)$ , sisi  $e$  dikatakan bersisian dengan simpul  $u$  dan simpul  $v$ .
- 3) Derajat  
Derajat suatu simpul pada graf tak-berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.
- 4) Lintasan  
Lintasan yang panjangnya  $n$  dari simpul awal  $v_0$  ke simpul tujuan  $v_n$  di dalam graf  $G$  ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang terbentuk  $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, e_3, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$  sedemikian sehingga  $e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_{n-1}, v_n)$  adalah sisi-sisi dari graf  $G$ .
- 5) Sirkuit  
Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit.
- 6) Terhubung  
Graf tak-berarah  $G$  disebut graf terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasang simpul  $u$  dan  $v$  di dalam himpunan  $V$  terdapat lintasan dari  $u$  ke  $v$ .
- 7) Upagraf  
Misalkan  $G = (V, E)$  adalah sebuah graf.  $G_1 = (V_1, E_1)$  adalah upagraf dari  $G$  jika  $V_1 \subseteq V$  dan  $E_1 \subseteq E$ .
- 8) Upagraf merentang  
Upagraf  $G_1 = (V_1, E_1)$  dari  $G = (V, E)$  dikatakan upagraf merentang jika  $V_1 = V$  (yaitu  $G_1$  mengandung semua simpul dari  $G$ ).
- 9) Graf berbobot  
Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

### 2. Pohon Merentang

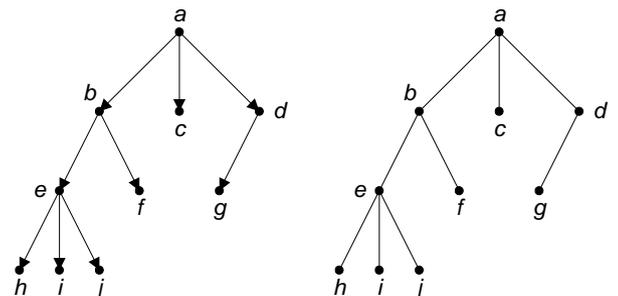
Pohon merentang dari graf terhubung adalah upagraf merentang yang berupa pohon. Pohon merentang dapat diperoleh dengan memotong sirkuit di dalam graf.

### 3. Pohon Merentang Minimum

Sebuah graf terhubung dapat memiliki beberapa pohon merentang. Pohon merentang dari graf terhubung yang memiliki jumlah bobot dari setiap sisi bernilai minimum disebut sebagai pohon merentang minimum.

### 4. Pohon Berakar

Pohon yang satu buah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisi-sisinya diberi arah sehingga menjadi graf berarah dinamakan pohon berakar (*rooted tree*).



(a) Pohon berakar (b) sebagai perjanjian, tanda panah dibuang

Gambar 3 : Pohon berakar

(sumber : [http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2013-2014/Pohon%20\(2013\).ppt/](http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2013-2014/Pohon%20(2013).ppt/))

## B. Pohon

### 1. Definisi Pohon

Pohon adalah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit.

Ada beberapa terminologi dasar untuk pohon berakar sesuai pada Gambar 3 (b), antara lain :

- 1) Anak dan Orang Tua/ Akar  
Simpul *a* adalah orang tua/akar dari simpul *b*, *c*, *d* dan sebaliknya simpul *b*, *c*, *d* adalah anak dari simpul *a*.
- 2) Lintasan  
Lintasan dari simpul *a* ke *j* adalah *a*, *b*, *e*, *j*. Panjang lintasannya adalah 3.
- 3) Saudara Kandung  
Saudara kandung adalah terminology untuk dua simpul dengan orang tua yang sama. Simpul *f* adalah saudara kandung dari *e* tetapi bukan saudara kandung dari *g*.
- 4) Upapohon  
Setiap simpul dalam pohon berakar dapat dipandang sebagai akar dari pohon yang berisi anak-anaknya. Pada Gambar 3(b), simpul *b* dengan simpul-simpul di bawahnya merupakan upapohon atau pohon bagian dari pohon dengan simpul *a*.
- 5) Derajat  
Derajat suatu simpul pada pohon berakar dinyatakan dengan banyaknya anak dari simpul tersebut.
- 6) Daun  
Daun adalah simpul dengan derajat 0 atau simpul tanpa anak. Simpul *h*, *i*, *j*, *f*, *c*, *g* adalah simpul daun.
- 7) Simpul Dalam  
Simpul dalam adalah semua simpul pada pohon berakar yang mempunyai akar atau bukan daun.
- 8) Aras (*level*) atau Tingkat  
Aras atau tingkat menyatakan kedalaman suatu simpul ditinjau dari akar. Simpul *a* berada pada aras 0, simpul *b*, *c*, *d* berada pada aras 1, dan seterusnya.
- 9) Tinggi (*height*) atau Kedalaman (*depth*)  
Aras maksimum dari suatu pohon berakar disebut tinggi atau kedalaman pohon tersebut. Pohon pada Gambar 3(b) mempunyai tinggi 3.

### C. Topologi Jaringan

#### 1. Definisi Jaringan Komputer

Menurut Techopedia<sup>[1]</sup>, jaringan komputer adalah suatu kumpulan sistem komputer dan perangkat komputer lainnya yang terhubung dalam suatu saluran komunikasi untuk memfasilitasi komunikasi dan *resource-sharing* di antara banyak pengguna.

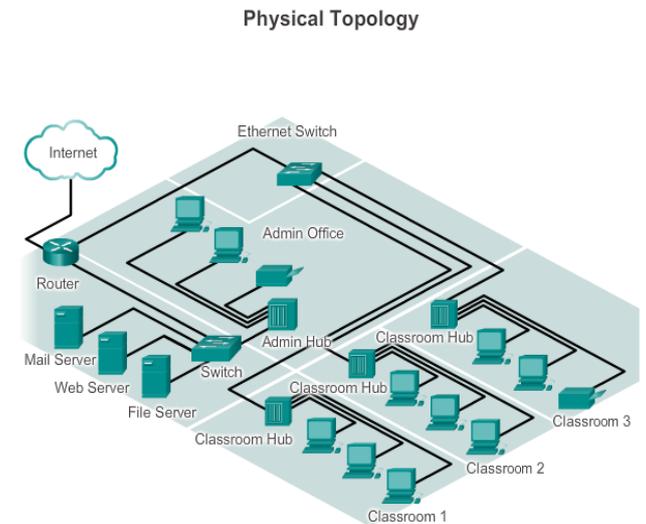
#### 2. Definisi Topologi Jaringan

Topologi jaringan merujuk pada tatanan fisik ataupun logika dari jaringan komputer. Topologi jaringan merepresentasikan bagaimana simpul-simpul berbeda diletakkan dan hubungannya satu sama lain. Topologi jaringan juga dapat mendeskripsikan bagaimana data ditransfer di antara simpul-simpul tersebut.

#### 3. Tipe-tipe dan Model Topologi Jaringan

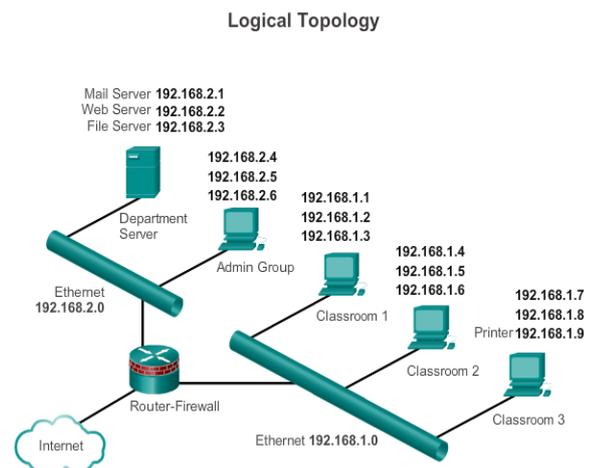
Ada dua tipe topologi jaringan yaitu fisik dan logika. Topologi fisik menekankan pada tatanan fisik dari perangkat-perangkat yang terhubung dalam jaringan maupun simpul-simpul lain, sedangkan topologi logika

menekankan pada pola transfer data di antara simpul-simpul dalam jaringan komputer.



Gambar 4 : Topologi Fisik

(sumber : <http://www.blogtkj.com/2016/01/2.Jenis.Diagram.topologi.dalam.Jaringan.Komputer.html>)



Gambar 5 : Topologi Logika

(sumber : <http://www.blogtkj.com/2016/01/2.Jenis.Diagram.topologi.dalam.Jaringan.Komputer.html>)

Topologi fisik maupun logika ini dapat dikategorikan ke dalam enam model dasar :

- Bus
- Star/ Bintang
- Ring/ Cincin
- Tree/ Pohon
- Mesh
- Hybrid

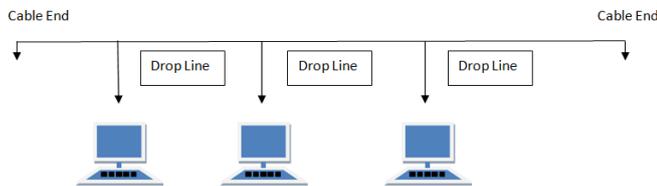
### III. PEMODELAN TOPOLOGI JARINGAN DENGAN GRAF DAN POHON

Topologi jaringan dapat dimodelkan dalam graf maupun pohon yang sebenarnya juga merupakan graf. Komputer dan perangkat berbasis komputer lain dalam jaringan akan direpresentasikan sebagai simpul, sedangkan hubungan

antarkomputer atau perangkat lain tersebut akan direpresentasikan dengan sisi. Model topologi demikian lebih condong memodelkan topologi logika, yang dalam hal ini model topologi fisiknya tidak harus persis sama dengan model topologi logikanya.

### A. Topologi Bus

Topologi bus adalah suatu topologi yang setiap komputer dan perangkat jaringan lainnya terhubung dengan satu kabel tunggal. Jika topologi ini mempunyai dua buah titik akhir, maka namanya topologi bus lanjar (linier).



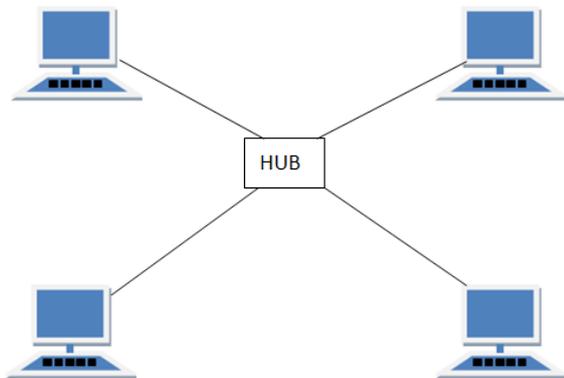
Gambar 6 : Topologi Bus dalam graf

(sumber : <http://www.studytonight.com/computer-networks/network-topology-types>)

Dapat dilihat pada Gambar 6 bahwa topologi bus dimodelkan dalam bentuk graf dan dapat diklasifikasikan juga sebagai pohon merentang. Selain komputer dan perangkat jaringan lain, terdapat simpul tambahan yaitu simpul pada cable end pada ujung kabel utama dan simpul pada drop line yang terhubung dengan masing-masing perangkat.

### B. Topologi Star

Seperti namanya, topologi star mempunyai bentuk menyerupai bintang. Setiap komputer dan perangkat jaringan dalam topologi ini terhubung pada satu hub atau switch tunggal. Hub atau switch ini menjadi simpul tengah dari topologi.



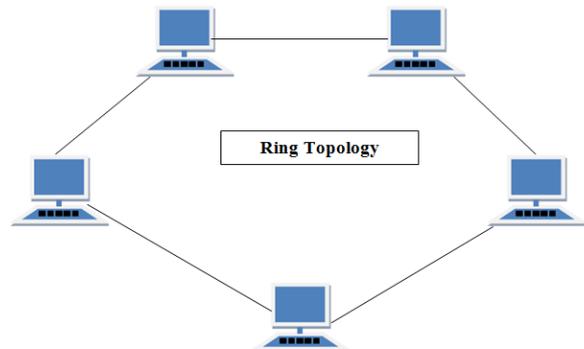
Gambar 7 : Topologi star dengan hub

(sumber : <http://www.studytonight.com/computer-networks/network-topology-types>)

Dapat dilihat dari Gambar 7 bahwa topologi star dimodelkan dalam bentuk pohon yang dalam hal ini sebuah perangkat jaringan hub atau switch selalu berada sebagai pusat topologi ini sebagai suatu simpul berderajat n yang menyatakan banyak komputer atau perangkat lain yang berada dalam jaringan. Setiap komputer atau perangkat lain di dalam jaringan berkomunikasi satu sama lain melalui hub atau switch tersebut.

### C. Topologi Ring

Sesuai dengan namanya, bentuk topologi ini seperti ring/ cincin. Setiap komputer atau perangkat dalam jaringan terhubung dengan komputer atau perangkat selanjutnya dan komputer atau perangkat terakhir terhubung dengan komputer atau perangkat pertama dalam jaringan.

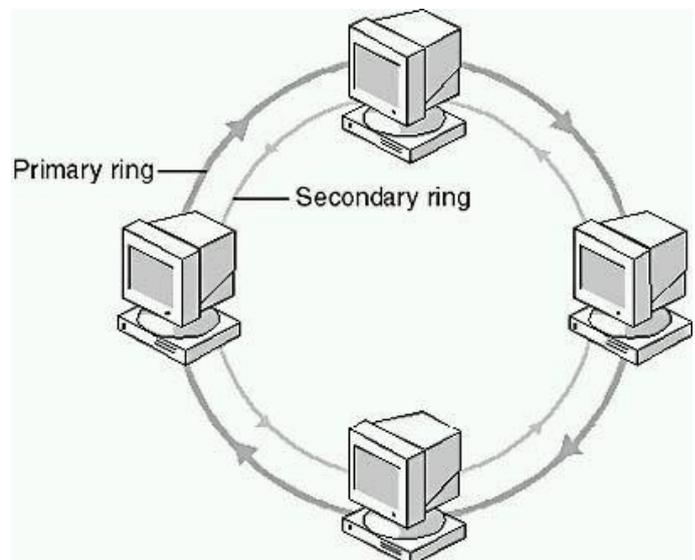


Gambar 8 : Topologi ring tanpa ilustrasi arah

(sumber : <http://www.studytonight.com/computer-networks/network-topology-types>)

Dari Gambar 8 dapat dilihat bahwa topologi ini dimodelkan sebagai suatu graf lingkaran (graf yang setiap simpulnya berderajat dua). Topologi ring ini mempunyai arah (searah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam). Jadi setiap komputer atau perangkat jaringan lain harus berkomunikasi sesuai arah topologi yang disusun.

Jika disusun dua topologi ring dengan perangkat yang sama dan arahnya saling berlawanan, maka akan terbentuk suatu topologi baru yang disebut topologi dual-ring. Topologi dual-ring ini dapat berkomunikasi dua arah sehingga dapat dimodelkan dengan graf tak-sederhana berarah.



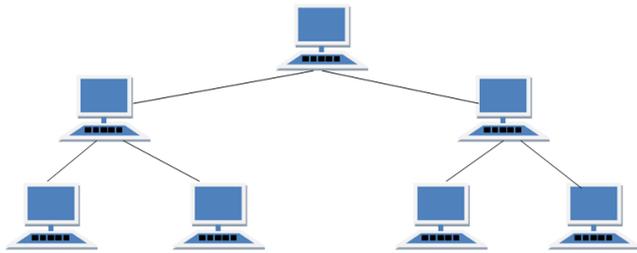
Gambar 9 : Topologi dual-ring

(sumber : <https://phoenixinfosec.files.wordpress.com/2014/06/dual.jpg>)

### D. Topologi Tree

Topologi tree dapat dimodelkan dengan pohon berakar yang mempunyai suatu simpul akar dan simpul lainnya membentuk

hirarki, sehingga topologi ini juga disebut topologi hirarki.



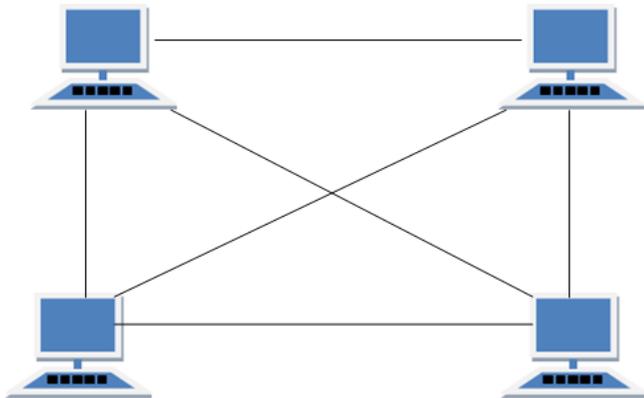
Gambar 10 : Topologi tree dengan tinggi 2

(sumber : <http://www.studytonight.com/computer-networks/network-topology-types>)

Topologi *tree* pada Gambar 10 direpresentasikan dengan pohon berakar. Setiap komputer atau perangkat lain dapat terhubung dengan komputer atau perangkat lain sebagai anaknya. Tinggi minimum yang dibutuhkan topologi ini yaitu 2. Topologi ini sering dijumpai pada *Wireless Area Network* (WAN).

### E. Topologi Mesh

Dalam topologi *mesh* setiap komputer atau perangkat lain dalam jaringan terhubung satu sama lain secara langsung, sehingga merupakan koneksi *point-to-point* antarperangkat.

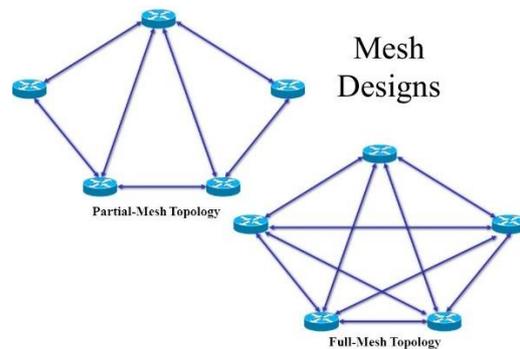


Gambar 11 : Topologi mesh penuh

(sumber : <http://www.studytonight.com/computer-networks/network-topology-types>)

Dari Gambar 11, dapat dilihat bahwa topologi mesh ini dimodelkan dengan graf lengkap (graf yang setiap simpulnya terhubung satu sama lain) dengan jumlah sisi 6. Jumlah sisi pada topologi ini dengan simpul  $n$  dapat dinyatakan dengan  $e = \frac{n(n+1)}{2}$ .

Karena biaya pemasangan topologi *mesh* yang mahal, maka dibentuk suatu topologi *mesh* yang baru yaitu topologi *mesh* parsial yang tidak semua simpulnya terhubung satu sama lain.

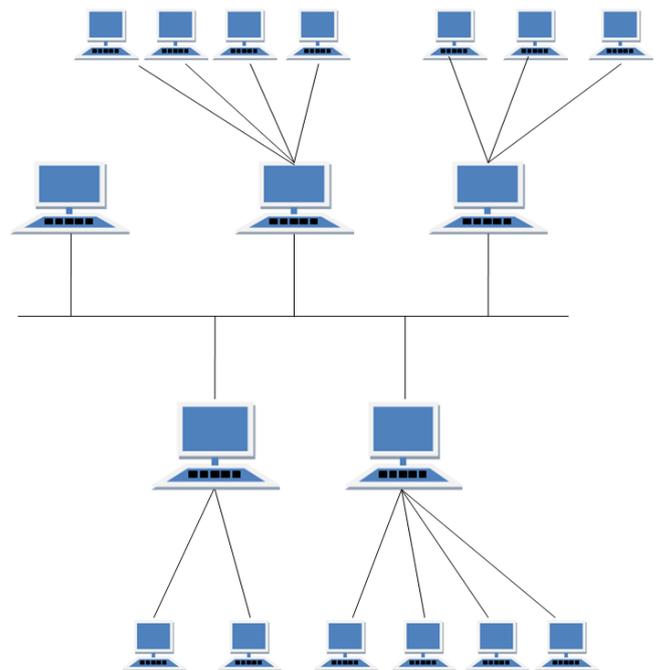


Gambar 12 : Topologi mesh parsial dan topologi mesh penuh

(sumber : <http://slideplayer.com/slide/1734185/>)

### F. Topologi Hybrid

Topologi *hybrid* adalah topologi yang menggabungkan dua atau lebih topologi dasar. Topologi ini yang paling sering digunakan dalam praktik nyatanya.



Gambar 13 : Topologi hybrid yang menggabungkan topologi bus dan tree

(sumber : <http://www.studytonight.com/computer-networks/network-topology-types>)

## IV. MANFAAT PEMODELAN TOPOLOGI JARINGAN DENGAN GRAF DAN POHON

Setelah mengetahui beberapa pemodelan topologi jaringan dengan graf dan pohon, tentu ada manfaat lebih yang diperoleh dari pemodelan demikian. Ada beberapa manfaat pemodelan tersebut dari penulis.

### A. Pemasangan dan Perawatan Jaringan

Pemodelan topologi jaringan dengan graf dan pohon dapat digunakan sebagai acuan untuk merancang dan memasang jaringan komputer secara fisik. Dalam bentuk fisiknya

hubungan antarperangkat jaringan dalam model berupa kabel *ethernet*. Karena model-model yang digambarkan dengan graf dan pohon tersebut mewakili topologi logika dan fisik jaringan komputer, pemasangan dapat dilakukan dengan mengganti sisi-sisi pada model graf dan pohon menjadi kabel fisik atau kabel *ethernet*.

Dengan menggunakan acuan model topologi tersebut, dapat diketahui bagaimana keterhubungan antarperangkat dalam sebuah jaringan. Dengan demikian, dapat diketahui dari lintasan mana saja suatu perangkat terhubung dalam jaringan. Jika terjadi kerusakan jaringan pada suatu perangkat, maka dapat ditelusuri lintasan keterhubungannya dalam jaringan sehingga perawatan dan perbaikan jaringan dapat dipermudah.

### B. Graf Berbobot sebagai Model Topologi Jaringan

Semua model yang dijelaskan pada bab sebelumnya berupa graf dan pohon yang tidak berbobot. Dalam praktik perancangannya, model-model tersebut dapat dimodifikasi dengan cara menambahkan bobot atau harga pada setiap sisinya. Misalnya pada model topologi fisik dapat ditambahkan bobot berupa panjang kabel yang dipakai antarperangkat sehingga melalui model dapat diketahui berapa panjang seluruh lintasan atau panjang seluruh kabel yang diperlukan, atau dapat juga berupa kecepatan koneksi yang dipakai atau yang dimungkinkan antarperangkat.

## V. KESIMPULAN

Dari kajian, penulis mengambil beberapa kesimpulan :

1. Teori graf dan pohon merupakan dasar untuk perancangan topologi jaringan.
2. Sifat-sifat topologi jaringan dapat diketahui dari pemodelan graf maupun pohon.
3. Pemodelan topologi jaringan dengan graf dan pohon memiliki beberapa manfaat.

## VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang terlibat dan yang membantu kelancaran pembuatan makalah ini, terlebih kepada Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. selaku pemberi tugas pembuatan makalah ini dan kepada Dr. Judhi Santoso M.Sc. selaku dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] <https://www.techopedia.com/definition/25597/computer-network> diakses pada Jumat, 1 Desember 2017 7.48.
- [2] <https://www.techopedia.com/definition/5538/network-topology> diakses pada Jumat, 1 Desember 2017 7.50.
- [3] <http://scanftree.com/Graph-Theory/> diakses pada Jumat, 1 Desember 2017 15.47
- [4] <http://www.studytonight.com/computer-networks/network-topology-types> diakses pada Sabtu, 2 Desember 2017 9.55.
- [5] Munir, Rinaldi. 2006. Diktat Kuliah IF2120: Matematika Diskrit. Bandung: Program Studi Teknik Informatika Sekolah Teknik Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 2 Desember 2017



Louis Leslie / 13516087