

Aplikasi Graf dan Pohon Merentang dalam Merancang Jaringan Jalan Tol di Provinsi Jawa Tengah

Untung Tanujaya 13516135
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13516135@std.stei.itb.ac.id

Abstrak— Jalan tol adalah jalan umum yang merupakan bagian sistem jaringan jalan dan sebagai jalan nasional yang penggunaannya diwajibkan membayar tol. Pembangunan jalan tol di Indonesia telah dilakukan sejak pemerintahan Suharto. Jalan tol berguna untuk kebutuhan distribusi di suatu negara atau pulau. Jaringan jalan tol, sebagaimana jaringan jalan pada umumnya, memanfaatkan teori graf dan pohon untuk menciptakan jaringan jalan dengan kriteria tertentu. Dalam makalah ini, akan digunakan algoritma Kruskal untuk membuat pohon merintang minimum sehingga dapat menjadi rancangan jaringan jalan tol yang mencakup semua kota di provinsi Jawa Tengah.

Kata kunci—graf, jalan tol, kruskal, pohon merentang minimum.

I. PENDAHULUAN

Sejarah jalan sudah ada sejak 3000 SM, yaitu jalan Mesopotamia-Mesir. Seiring perkembangan peradaban di Timur Tengah pada masa 3000 SM, dibangunlah jalan raya yang menghubungkan Mesopotamia-Mesir. Selain untuk perdagangan, jalan tersebut berguna untuk kebudayaan. Jalan utama pertama di kawasan itu, disebut-sebut adalah Jalan Bangsa Persia yang terbentang dari Teluk Persia hingga Laut Aegea sepanjang 2857 km. Jalan ini terbahan dari tahun 3500-300 SM. Di Eropa, jalan tertua disebut-sebut adalah Jalur Kuning yang berawal dari Yunani dan Tuscany hingga Laut Baltik. Di Asia Timur, bangsa Tiongkok membangun jalan yang menghubungkan kota-kota utamanya, apabila jalan-jalan tersebut digabung mencapai 3200 km. Bangsa Romawi sendiri banyak membangun jalan. Di puncak kejayaannya, bangsa Romawi membangun jalan sepanjang 85.000 km yang terbentang dari Inggris hingga Afrika Utara, dari pantai Samudera Atlantik di Semenanjung Iberia hingga Teluk Persia. Keberadaan jalan tersebut diabadikan dalam peta yang dikenal sebagai Peta Peutinger.

Sejarah Indonesia juga mencatat pembangunan jalan yang penting, yaitu Jalan Daendels atau yang lebih dikenal dengan nama Jalan Raya Pos. Jalan Raya Pos adalah jalan yang panjangnya kurang lebih 1000 km yang terbentang sepanjang utara Pulau Jawa, dari Anyer sampai Panarukan. Jalan ini dibangun pada masa pemerintahan Gubernur-Jenderal Herman Willem Daendels. Sebagian dari jalan ini sekarang menjadi Jalur

Pantura (Pantai Utara) yang membentang sepanjang pantai utara Pulau Jawa. Pembangunan jalan ini adalah proyek monumental namun terjadi banyak pelanggaran hak-hak asasi manusia dalam prosesnya karena dikerjakan secara paksa tanpa imbalan pantas.



Gambar 1.1. Jalan Raya Pos di Bandung pada tahun 1938 (sekarang Jalan Asia-Afrika)
Sumber : wikipedia.org

Manfaat yang diperoleh dari jalan ini adalah sebagai jalan pertahanan militer. Selain itu dari segi ekonomi, jalan ini menunjang tanam paksa (*cultuur stelsel*) hasil produk kopi dari pedalaman Priangan semakin banyak yang diangkut ke pelabuhan Cirebon dan Indramayu padahal sebelumnya tidak terjadi dan produk itu membusuk di gudang-gudang kopi Sumedang, Limbangan, Cisarua, dan Sukabumi. Selain itu, dengan adanya jalan ini perjalanan darat Surabaya-Batavia yang sebelumnya ditempuh 40 hari bisa dipersingkat menjadi tujuh hari. Ini sangat bermanfaat bagi pengiriman surat yang oleh Daendels kemudian dikelola dalam dinas pos.

Jalan – jalan yang berhubungan dinamai jaringan jalan. Jaringan Jalan adalah satu kesatuan jaringan jalan yang terdiri atas sistem jaringan primer dan sistem jaringan jalan sekunder yang terjalin dalam hubungan hierarkis.

Sedang sistem jaringan jalan adalah satu kesatuan ruas jalan yang saling menghubungkan dan mengikat pusat-pusat pertumbuhan dengan wilayah yang berada dalam pengaruh pelayanannya dalam satu hubungan hierarkis. Jaringan jalan tol, jika dilihat dari definisinya, merupakan jaringan jalan primer.

Jaringan jalan tol adalah jaringan yang khusus digunakan untuk kendaraan yang berkecepatan tinggi dan dalam penggunaannya dikenai biaya. Jalan tol sendiri mempunyai beberapa tujuan dan manfaat. Tujuan dari dibangunnya jalan tol adalah untuk memperlancar lalu lintas di daerah yang telah berkembang, meningkatkan pelayanan distribusi barang dan jasa guna menunjang pertumbuhan ekonomi, meningkatkan pemerataan hasil pembangunan dan keadilan, dan meringankan beban dana pemerintah melalui partisipasi pengguna jalan. Adapun manfaat dari jalan tol yaitu pembangunan jalan tol akan berpengaruh pada perkembangan wilayah & peningkatan ekonomi, meningkatkan mobilitas dan aksesibilitas orang dan barang, pengguna jalan tol akan mendapatkan keuntungan berupa penghematan biaya operasi kendaraan dan waktu dibanding apabila melewati jalan non tol, dan badan usaha mendapatkan pengembalian investasi melalui pendapatan tol yang tergantung pada kepastian tarif tol.

Akhir-akhir ini, pembangunan jalan tol telah dilaksanakan secara masif di pulau Jawa. Besarnya arus distribusi di pulau Jawa, kurangnya kapasitas jalan nasional, dan hambatan-hambatan lainnya menyebabkan berbagai masalah dalam penyebaran barang-barang di pulau Jawa, sehingga pembangunan jalan tol menjadi salah satu solusi untuk memperbesar kapasitas jalan di pulau Jawa.



Gambar 1.2. Interchange/ Simping Susun
Sumber : greshamsmith.com

Jalan tol menjadi solusi yang diminati pemerintah. Hal ini disebabkan, jalan tol memiliki 3 kelebihan dibanding jalan nasional maupun jalur kereta api. Keuntungan pertama jalan tol adalah tidak adanya persimpangan. Jika jalan tol memotong jalan atau jalur lainnya, akan dibuat jembatan di atas jalur tersebut atau terowongan di bawah jalur tersebut sebagai jalur untuk jalan tol, jika diinginkan ada jalur antara jalan tol dan jalan nasional atau jalan pada umumnya, akan dibuat simpang susun antara jalan tol dan jalan tersebut. Keuntungan kedua jalan tol adalah, pemerintah bisa mengajak swasta dalam berinvestasi, sehingga anggaran pemerintah menjadi relatif lebih kecil daripada membuat jalan nasional. Keuntungan ketiga jalan tol adalah, pengemudi diberi kebebasan dalam menentukan arah

perjalanan mereka. Hal ini sangat penting mengingat pendistribusian tidak selalu di kota-kota tertentu, melainkan di seluruh kota di pulau Jawa. Kelebihan ini tidak dimiliki oleh kereta api.

Pembangunan jalan tol dimulai pada masa pemerintahan Suharto, yaitu pada tahun 1987. Saat itu, telah dibangun *highway*/jalan bebas hambatan yang menyambungkan Jakarta dengan Bogor. Jalan tersebut dijadikan jalan tol dan diserahkan ke Jasa Marga[1].

Kini, di seluruh Indonesia, jalan tol telah dibuat sepanjang 998,88 km. Akhir 2019, panjang jalan tol diperkirakan akan mencapai 1.851 km. Hingga makalah ini dibuat, Pulau Jawa, Sumatera, dan Sulawesi telah memiliki jalan tol.

Pembangunan jalan tol dinilai penting dalam mempercepat pertumbuhan ekonomi bangsa. Keterjangkauan daerah suatu wilayah menyebabkan semakin mudahnya investasi di daerah tersebut. Imbasnya, selain pemerataan pembangunan menjadi makin cepat, pertumbuhan ekonomi secara keseluruhan akan meningkat. Pembangunan jalan tol juga membuka lapangan pekerjaan sehingga memperkecil tingkat pengangguran di suatu wilayah. Pembangunan jalan tol juga mempersingkat waktu tempuh kendaraan, sehingga makin banyak yang bisa didistribusi per waktu. Dalam perkembangannya, pembangunan jalan tol juga memiliki manfaat tambahan yang tidak diduga, yaitu mempersingkat dan memperlancar arus mudik di pulau Jawa.

Dalam makalah ini, akan dirancang suatu jaringan jalan tol di provinsi Jawa Tengah sehingga bobotnya minimum dan mencakup seluruh kota di provinsi Jawa Tengah. Makalah ini mungkin menggunakan data-data *dummy* akibat data yang dimiliki kurang memadai. Selain itu, makalah ini mengabaikan parameter lain yang ada, misalnya biaya pembangunan jalan tol, topologi wilayah provinsi Jawa Tengah, perekonomian dan kebutuhan jalur distribusi kota, dan lain-lain.

Ada 2 algoritma yang dapat digunakan dalam merancang jaringan jalan tol, yaitu algoritma Prim dan Kruskal. Dalam makalah ini, penulis akan menggunakan algoritma Kruskal.

II. LANDASAN TEORI

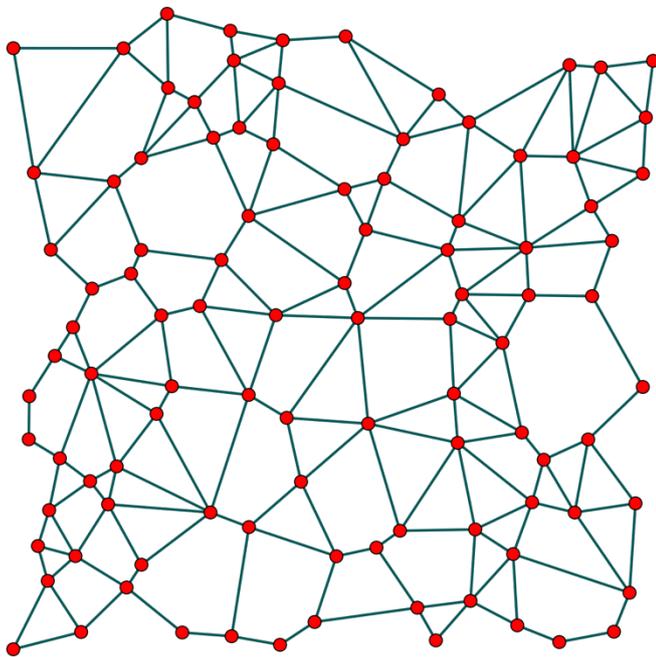
2.1 Jalan



Gambar 2.1. Jalan
Sumber : batasnegeri.com

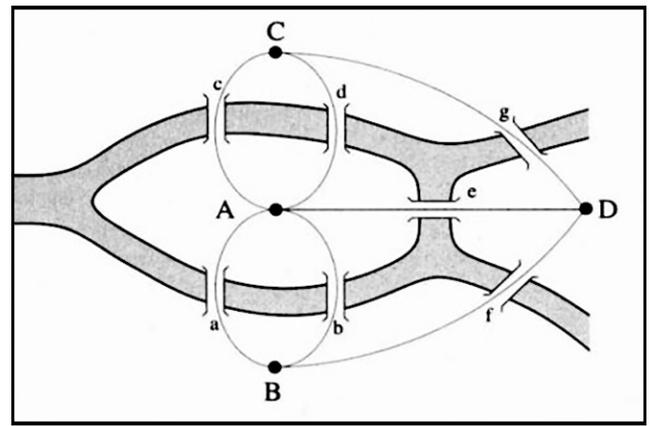
Jalan adalah prasarana transportasi darat yang meliputi segala bagian jalan, termasuk bangunan pelengkap dan perlengkapannya yang diperuntukkan bagi lalu lintas, yang berada pada permukaan tanah, di atas permukaan tanah, di bawah permukaan tanah dan/atau air, serta di atas permukaan air, kecuali jalan kereta api, jalan lori, dan jalan kabel. Jalan sendiri dikelompokkan menurut klasifikasinya, yaitu secara sistem, fungsi, status, dan kelas. Secara sistem, jalan dikelompokkan menjadi 2, yaitu jaringan jalan primer dan jaringan jalan sekunder. Secara fungsi, jalan dikelompokkan menjadi 4, yaitu jalan arteri, jalan kolektor, jalan local, dan jalan lingkungan. Secara status jalan dikelompokkan menjadi 5, yaitu jalan nasional, jalan provinsi, jalan kabupaten, jalan kota, dan jalan desa. Secara kelas jalan dikelompokkan menjadi 3, yaitu kelas 1, kelas 2, dan kelas 3. Jalan dibagi menjadi 3 bagian, yaitu ruang manfaat jalan, ruang milik jalan, dan ruang pengawasan jalan.

2.2 Graf



Gambar 2.2.1. Graf
Sumber : wikipedia.org

Teori graf adalah teori yang sudah tua usiannya namun memiliki banyak terapan hingga saat ini. Sejarah graf dimulai dari masalah jembatan Königsberg (sekarang bernama kota Kaliningrad). Di kota tersebut terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi 2 buah anak sungai.



Gambar 2.2.2. Pemodelan Masalah Jembatan Königsberg
Sumber : i.stack.imgur.com

Masalah dari kota tersebut ialah, terdapat 7 buah jembatan yang menghubungkan daratan yang dibelah oleh sungai tersebut, dan tidak mungkin dilewati masing-masing 1 kali dari tempat yang sama dan berhenti di tempat yang sama. Leonhard Euler, seorang matematikawan Swiss adalah orang yang bisa menjawab alasan dibalik masalah tersebut. Caranya ialah dengan memodelkan daratan sebagai simpul, dan jembatan sebagai sisi. Euler menyatakan, orang tidak bisa melewati ketujuh jembatan masing-masing satu kali dari dan berakhir di tempat yang sama jika derajat tiap simpul tidak seluruhnya genap [2]. Graf yang derajatnya seluruhnya genap dinamai sirkuit Euler.

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) yang ditulis sebagai $G = (V, E)$. Dalam hal ini, V melambangkan himpunan simpul / *vertices*, dan E melambangkan himpunan sisi / *edges*. Untuk dapat disebut sebagai graf, V haruslah tidak kosong, tetapi E boleh kosong [2].

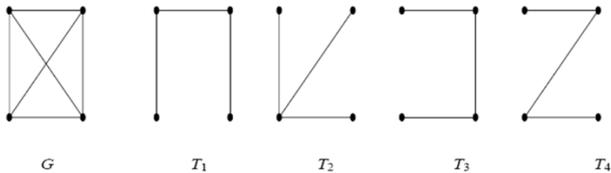
Ada beberapa istilah yang berkaitan dalam graf, yaitu

- Bertetangga
Dua buah simpul dalam graf tak berarah dikatakan bertetangga apabila ada sisi yang menghubungkan keduanya secara langsung.
- Bersisian
Untuk sembarang sisi $e = (u, v)$, sisi e dinyatakan bersisian dengan simpul u dan v .
- Derajat
Derajat adalah jumlah sisi yang bersisian dengan suatu simpul, bisa diartikan sebagai banyak simpul yang bertetangga dengan suatu simpul.
- Lintasan
Jika dalam lintasan, setiap sisi dilalui hanya sekali, maka dinamai lintasan sederhana. Jika lintasan diawali dan berakhir di simpul yang sama maka disebut lintasan tertutup
- Sirkuit
Sirkuit adalah lintasan tertutup.
- Graf tidak berarah
Graf yang digunakan dalam makalah ini adalah graf tidak berarah. Graf tidak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai arah.
- Upagraf merentang
Upagraf merentang adalah bagian dari graf dimana sisi-sisinya adalah bagian dari sisi-sisi graf, namun

simpulnya tetap sama.

2.3 Pohon

Pohon adalah graf tidak berarah yang tidak mengandung sirkuit [2]. Pohon memiliki sifat, yaitu untuk pohon berjumlah n simpul, ada $n-1$ sisi. Jumlah warna minimal (bilangan kromatik) untuk pohon adalah 2, untuk pohon apapun. Semua sisi pohon adalah jembatan (sisi yang jika diputus menyebabkan graf terpecah menjadi 2 komponen).



Gambar 2.3. Pohon Merentang
Sumber : blogspot.com

Pohon merentang adalah pohon yang dibuat dari graf yang sisi-sisinya dieliminasi sedemikian hingga menghasilkan pohon, namun dengan simpul yang sama, dengan kata lain tidak ada simpul dieliminasi. Pohon merentang dari suatu graf bisa memiliki berbagai macam bentuk. Jika sisi dalam graf memiliki bobot, maka bisa dibentuk pohon merentang minimum.

Pohon merentang minimum adalah pohon merentang yang berbobot pohon minimum. Bobot pohon T didefinisikan sebagai jumlah bobot semua sisi pada T [2]. Aplikasi pohon merentang, misal pada pembangunan jalur kereta api. Pemerintah tidak perlu membuat semua jalur kereta api, cukup membangun jalur kereta seperti pohon merentang. Dengan demikian, biaya relatif lebih murah namun seluruh kota tetap terjangkau. Dalam membangun pohon merentang minimum, terdapat 2 algoritma, yaitu algoritma Prim dan algoritma Kruskal.

2.4 Algoritma Kruskal

Algoritma Kruskal adalah salah satu algoritma untuk mencari pohon merentang berbobot minimum dari suatu graf. Algoritma lainnya yang bisa digunakan untuk membuat pohon merentang berbobot minimum adalah algoritma Prim. Perbedaan prinsip antara algoritma Prim dan algoritma Kruskal adalah pada keharusan graf yang terbentuk tiap langkah untuk berupa pohon. Algoritma Prim mengharuskan graf tiap langkahnya selalu berupa pohon, diakibatkan oleh prosesnya yang melalui simpul-simpul yang telah dimasukkan ke suatu himpunan, sebut saja T . Algoritma Kruskal tidak mengharuskan graf tiap langkahnya selalu berupa pohon, karena langkah pembentukannya selalu diurutkan dari sisi terkecil dan membesar.

Pada algoritma Kruskal, sisi-sisi pada graf akan diurutkan terlebih dahulu dari kecil ke besar. Lalu sisi-sisi tersebut akan dimasukkan ke suatu himpunan bernama T . Pada awalnya, sangat dimungkinkan T berupa hutan (sekumpulan pohon yang saling lepas). Dalam prosesnya, jika sisi yang akan dimasukkan menyebabkan himpunan T memiliki sirkuit, maka sisi tersebut ditolak dan dilanjutkan dengan sisi berikutnya. Proses berjalan hingga himpunan T telah menjadi pohon merentang minimum.

2.5 Kegunaan Pohon Merentang Minimum dalam pembuatan Jalan Tol

Jaringan jalan tol dianjurkan berbentuk pohon merentang minimum. Kota-kota yang berjarak jauh tidak disarankan dibuat jalan tol, melainkan dibuatkan jalan nasional atau menggunakan jalan tol yang melalui beberapa kota. Jaringan berbentuk pohon merentang berbobot minimum akan meminimalkan jumlah jalan tol sehingga meminimalkan biaya pembangunan jalan tol namun jalan tol tetap menjangkau seluruh kota.

III. PROSES MERANCANG JARINGAN JALAN TOL

(Mari kita sepakati bahwa kota akan disebut sebagai simpul dan jalan tol antar kota sebagai sisi)

3.1 Menentukan Jumlah Vertice/Simpul

Simpul yang dibentuk adalah sejumlah banyak kota di provinsi Jawa Tengah, yaitu 6 buah simpul. Nama dari simpul ini adalah Semarang, Surakarta, Magelang, Pekalongan, Tegal, dan Salatiga, nama ini disesuaikan dengan nama kota di Jawa Tengah.

3.2 Menentukan Jumlah Edge/Sisi

Dalam membuat graf, ada baiknya dibuat graf lengkap. Graf lengkap adalah graf yang setiap simpulnya mempunyai sisi ke semua simpul. Dari graf lengkap ini akan kita eliminasi sisi-sisi yang berbobot besar sehingga bisa diciptakan pohon merentang minimum. Adapun jumlah sisi dari graf lengkap bisa dihitung, yaitu

$$M = \frac{N(N-1)}{2}$$

sehingga jumlah sisi yang akan dibuat yaitu

$$\frac{6 \times 7}{2} = 21$$

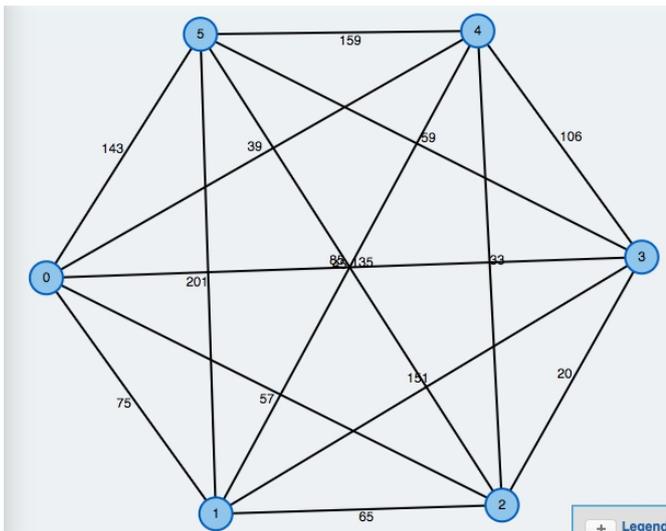
3.3 Membuat Graf

Dengan menggunakan aplikasi Google Maps [3], didapat data bobot sisi sebagai berikut (dalam kilometer).

Jarak /Bobot	Tegal	Sala-tiga	Peka-longan	Magelang	Surakarta
Semarang	143	39	85	57	75
Surakarta	201	45	151	65	-
Magelang	135	33	20	-	-
Peka-longan	59	106	-	-	-
Salatiga	159	-	-	-	-

Tabel 3.1 : Bobot Sisi (Jarak antar Kota)

Dengan menggunakan aplikasi Kruskal's Algorithm [4], dirancang gambar sebagai berikut



Gambar 4.1. Graf Lengkap sebelum dibuat Pohon Merentang Minimum

Sumber : ma.tum.de (Kruskal's Algorithm)

2. Membuat sisi 2 – 3
3. Membuat sisi 2 – 4
4. Membuat sisi 0 – 4
5. Membuat sisi 1 – 4
6. Membuat sisi 0 – 2 (ditolak)
7. Membuat sisi 3 – 5
8. Ada 5 langkah (terbentuk 5 sisi) untuk 6 simpul, sehingga telah terbentuk pohon merentang minimum

Sebagai tambahan, apabila ingin menggunakan algoritma Prim dalam merancang pohon merentang minimum, hasilnya akan sama.

Catatan : Nomor simpul mewakili nama simpul, pengurutannya sebagai berikut

- (
0. Semarang
 1. Surakarta
 2. Magelang
 3. Pekalongan
 4. Salatiga
 5. Tegal
-)

3.4 Mengeliminasi Edge dengan Algoritma Kruskal untuk Membuat Pohon Melintang

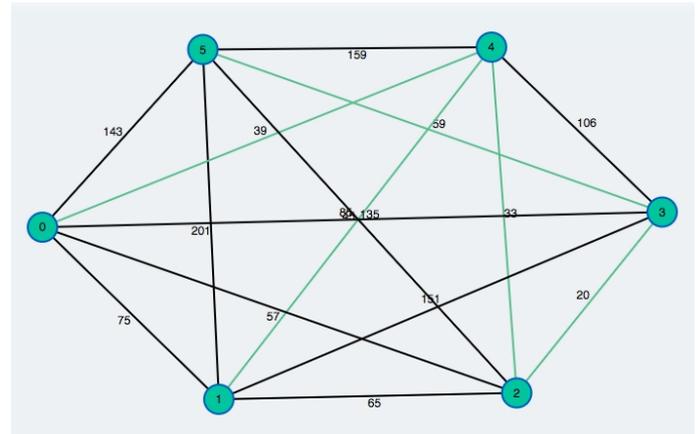
Dengan aplikasi yang sama, akan dibuat pemodelan pohon merentang minimum dengan algoritma Kruskal. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut

1. Mengurutkan jarak dari kecil ke besar

Sisi	Bobot
2 – 3	20
2 – 4	33
0 – 4	39
1 – 4	45
0 – 2	57
3 – 5	59
1 – 2	65
0 – 1	75
0 – 3	85
3 – 4	106
2 – 5	135
0 – 5	143
1 – 3	151
4 – 5	159
1 – 5	201

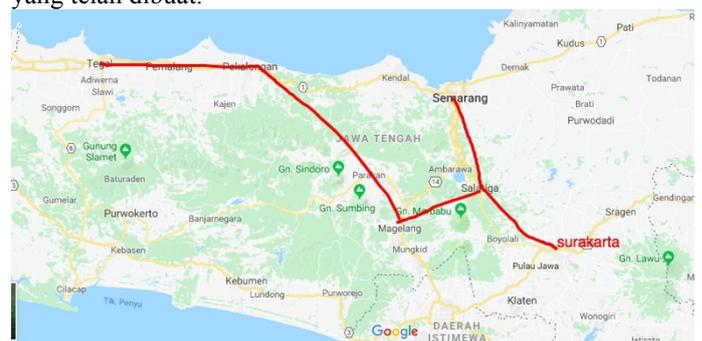
Tabel 3.2. Urutan sisi dari terkecil hingga terbesar

IV. HASIL DAN ANALISIS



Gambar 4.2. Pohon Merentang Minimum
Sumber : ma.tum.de (Kruskal's Algorithm)

Dari gambar, dapat dilihat bahwa simpul dengan derajat tertinggi adalah Salatiga. Hal ini dikarenakan lokasi Salatiga yaitu di tengah provinsi Jawa Tengah. Lokasi di tengah berarti jarak ke kota-kota lain relatif kecil sehingga sisi menjadi lebih mungkin dipilih. Berikut adalah gambar dari jaringan jalan tol yang telah dibuat.



Gambar 4.3. Gambar Jalan Tol dalam Peta (dipotong dari google.com/maps, diedit dengan aplikasi Paint)

Nampaknya pembangunan jalan tol perlu mempertimbangkan banyak hal, yaitu ongkos pembangunan jalan, topografi wilayah, kepentingan pemerintah, dan lain-lain. Pembangunan jalan dari Semarang menuju Surakarta menghabiskan biaya yang relatif

besar akibat letak jalan tol yaitu di perbukitan sehingga bukit-bukit tersebut harus dikeruk untuk membuat jalan tol. Salatiga sendiri juga sulit dijangkau dari Magelang karena terhalang oleh gunung Telomoyo dan gunung Merbabu, sehingga menjadikan Salatiga bertetangga dengan Magelang bukanlah pilihan yang bijak. Tetapi yang terpenting adalah faktor kebutuhan. Jalur Semarang – Surakarta membutuhkan jalan tambahan karena kapasitas jalan Semarang – Surakarta sudah tidak memadai, sehingga dibuatlah jalan tol Semarang – Surakarta. Adapun sisi lainnya belum diperlukan tersambung dengan jalan tol.

V. KESIMPULAN

Pembangunan jalan tol memiliki beberapa tujuan dan manfaat. Tujuan dari dibentuknya jalan tol adalah untuk memperlancar lalu lintas di daerah yang telah berkembang, meningkatkan pelayanan distribusi barang dan jasa guna menunjang pertumbuhan ekonomi, meningkatkan pemerataan hasil pembangunan dan keadilan, dan meringankan beban dana pemerintah melalui partisipasi pengguna jalan. Adapun manfaat dari jalan tol yaitu pembangunan jalan tol akan berpengaruh pada perkembangan wilayah & peningkatan ekonomi, meningkatkan mobilitas dan aksesibilitas orang dan barang, pengguna jalan tol akan mendapatkan keuntungan berupa penghematan biaya operasi kendaraan dan waktu dibanding apabila melewati jalan non tol, dan badan usaha mendapatkan pengembalian investasi melalui pendapatan tol yang tergantung pada kepastian tarif tol.

Setiap kota dapat dipandang sebagai simpul, dan setiap jalan dapat dilihat sebagai sisi. Dalam penggunaan jalan tol, digunakan pohon merentang dengan tujuan meminimalkan banyak tol yang harus dibuat dan untuk menciptakan jalan tol dengan jarak minimum sehingga biaya yang dikeluarkan juga minimum. Meskipun jalan tol diminimalkan secara jarak dan jumlah, namun seluruh kota tetap terjangkau.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Saya berterima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa atas berkat dan kasih karunia-Nya saya diberi kesempatan, kekuatan, dan hikmat untuk membuat makalah ini. Saya juga berterima kasih pada Dr. Judhi Santoso. M.Sc, Dra. Harlili. M.Sc, dan Dr. Ir. Rinaldi Munir, MT selaku dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit yang telah memberi bimbingan dan pengetahuan untuk membuat makalah ini. Dan saya berterima kasih pada orang tua saya atas doa dan dukungan yang selalu diberi.

REFERENSI

- [1] <https://bpjt.pu.go.id/konten/jalan-tol/sejarah> diakses pada tanggal 2 Desember 2017 pukul 12.00 WIB
- [2] Munir, Rinaldi. *Matematika Diskrit*, Bandung: Informatika, 2012, edisi kelima.
- [3] <https://www.google.co.id/maps/> diakses pada tanggal 2 Desember 2017 pukul 21.00 WIB
- [4] https://www-m9.ma.tum.de/graph-algorithms/mst-kruskal/index_en.html diakses pada tanggal 2 Desember 2017 pukul 21.00 WIB
- [5] Rosen, K.H. *Discrete Mathematics and Its Application*. New York: McGraw-Hill, 2012, edisi ketujuh.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017



Untung Tanujaya 13516135