

Aplikasi Algoritma Prim dalam Penentuan Pohon Merentang Minimum untuk Jaringan Pipa PDAM Kota Tangerang

Adam Fadhel Ramadhan/13516054¹
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
¹13516054@std.stei.itb.ac.id

Abstrak — Air merupakan suatu hal yang sudah menjadi kebutuhan mendasar bagi seluruh makhluk hidup di muka Bumi ini, terkhususnya manusia. Air dapat digunakan untuk berbagai macam seperti untuk mencuci pakaian, mencuci kendaraan, serta yang paling utama yaitu untuk minum. Air yang digunakan manusia untuk minum haruslah air bersih yang terbebas dari bakteri-bakteri serta virus yang dapat membuat sakit. Kebutuhan akan air bersih setiap harinya meningkat selaras dengan peningkatan jumlah populasi manusia. Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) merupakan perusahaan yang memberikan fasilitas air bersih tersebut. PDAM menggunakan jaringan pipa agar dapat mendistribusikan air minum ke segala daerah yang dicakupnya. Dikarenakan banyaknya daerah serta pilihan jalur untuk pemasangan pipa, maka diperlukanlah suatu solusi untuk meminimumkan jalur pipa tersebut namun tetap mencakup seluruh daerah yang dikehendaki. Algoritma Prim merupakan salah satu solusi dari permasalahan tersebut.

Kata Kunci—Algoritma Prim, Graf, Pohon Merentang Minimum, Bobot.

I. PENDAHULUAN

Di zaman kapan pun serta daerah manapun, air sudah menjadi suatu kebutuhan mutlak bagi banyak makhluk hidup, tidak hanya manusia namun hewan serta tumbuhan pun juga memerlukan air untuk kelangsungan hidup mereka. Air memberikan banyak sekali manfaat yang diantaranya digunakan untuk mencuci pakaian, kendaran dan yang terpenting untuk dikonsumsi. Sayangnya tidak semua air tidak dapat dikonsumsi terutama oleh manusia. Manusia hanya boleh meminum air yang sudah bersih dari bakteri-bakteri serta kuman, jika tidak maka mereka bisa terkena berbagai macam penyakit.

Air bersih pada era modern saat ini bisa dibilang sudah mulai langka. Tidak semua daerah mendapatkan air bersih yang layak konsumsi. Kurangnya pemerataan dalam infrastruktur menjadi salah satu penyebab mengapa hal tersebut bisa terjadi. Untuk menangani kurangnya pemerataan dalam distribusi air bersih, maka Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) berusaha untuk membuat jaringan pipa air bawah tanah agar bisa mencakup semua wilayah yang dikehendaki. PDAM saat ini sudah menyebar ke berbagai penjuru negeri, termasuk di Kota Tangerang.

Kota Tangerang merupakan kota yang terletak di provinsi Banten. Kota Tangerang sendiri memiliki sekitar 13 Kecamatan dengan 104 Kelurahan total di dalamnya. Kota Tangerang memiliki sumber daya air yang cukup banyak dikarenakan terdapat sungai Cisadane yang mengalir melaluinya. Sungai Cisadane tersebut dapat dimanfaatkan airnya untuk berbagai keperluan seperti mencuci pakaian. Meskipun kota ini dilalui oleh sungai, namun masih ada saja wilayah yang belum terjangkau oleh air bersih layak konsumsi. Oleh karena itu PDAM berupaya untuk menjangkau daerah-daerah tersebut dengan membangun jaringan pipa air. Namun karena wilayah Tangerang cukup luas, tentu akan memakan banyak sekali biaya untuk membangun jaringan pipa agar dapat menjangkau seluruh wilayah. Oleh karena itu diperlukan suatu rute pembangunan pipa yang seminimal mungkin biayanya namun tetap menjangkau semuanya. Dengan menggunakan Algoritma Prim, hal tersebut bisa diatasi.

II. LANDASAN TEORI

A. Teori Graf

1. Definisi Graf

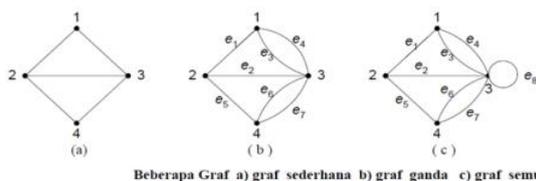
Graf G merupakan pasangan himpunan (V, E) , dituliskan dengan notasi $G = (V, E)$, yang mana dalam hal ini V bukanlah himpunan kosong simpuk-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan simpul-simpul tersebut sepasang-sepasang.

2. Jenis-jenis Graf

Graf sendiri dapat dikelompokkan menjadi beberapa jenis bergantung sudut pandang dalam pengelompokannya, diantaranya ialah pengelompokan graf berdasarkan ada tidaknya sisi ganda maupun sisi kalang, berdasarkan jumlah simpul, serta berdasarkan orientasi arah pada sisi-sisi graf. Sisi ganda merupakan dua buah sisi yang menghubungkan dua buah simpul yang sama. Sedangkan sisi kalang ialah sisi yang menghubungkan simpul dengan dirinya sendiri sehingga membentuk suatu kalang (*loop*).

Berdasarkan adanya sisi ganda atau sisi kalang, maka graf dapat dikelompokkan menjadi dua jenis:

- 1) Graf sederhana
Graf sederhana ialah graf yang tidak memiliki sisi kalang maupun sisi ganda di dalamnya. Pada graf sederhana, sisi merupakan pasangan tak-terurut yang artinya jika menuliskan sisi (u,v) akan sama saja dengan sisi (v,u) .
- 2) Graf tak sederhana
Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak sederhana. Ada dua jenis graf tak-sederhana, yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda ialah graf tak sederhana yang mengandung sisi ganda, sedangkan graf semu ialah graf tak sederhana yang mengandung sisi kalang (*loop*).



Gambar 1 : contoh graf sederhana, graf ganda, dan graf semu. (Sumber : adytia18.blogspot.co.id/2012/12/graf.html)

Sisi pada graf juga dapat memiliki suatu orientasi arah. Berdasarkan orientasi arah pada sisinya, maka secara umum graf dapat dikelompokkan atas 2 jenis :

- 1) Graf tak-berarah (*undirected graph*)
Graf tak-berarah ialah graf yang sisi-sisinya tidak memiliki orientasi arah kemanapun. Pada graf ini, urutan simpul-simpul yang dihubungkan oleh sisi tidaklah diperhatikan. Jadi, (u,v) dengan (v,u) adalah sisi yang sama.
 - 2) Graf berarah (*directed graph* atau *digraph*)
Graf yang setiap sisi-sisinya memiliki orientasi arah tertentu disebut sebagai graf berarah. Sisi berarah pada graf ini diberi sebutan busur (*arc*). Pada graf ini, (u,v) dengan (v,u) merupakan dua buah busur yang berbeda. Untuk busur (u,v) , simpul u dinamakan simpul asal sedangkan simpul v dinamakan simpul terminal.
3. Terminologi dasar graf
Terdapat beberapa istilah penting yang berkaitan graf, antara lain :

- 1) Bertetangga
Dua buah simpul pada graf tak-berarah G dikatakan bertetangga apabila keduanya dihubungkan langsung oleh sebuah sisi. Jika terdapat sebuah sisi (u,v) pada G , maka u bertetangga dengan v . Untuk graf berarah, jika (u,v) adalah busur maka u dikatakan bertetangga dengan v dan v merupakan tetangga dari u .
- 2) Bersisian
Suatu sisi e dikatakan bersisian dengan simpul u dan simpul v jika $e = (u,v)$.

- 3) Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*).
Simpul yang tidak ada satupun sisi yang bersisian dengannya dinamakan simpul terpencil. Atau dengan kata lain simpul terpencil adalah simpul yang tidak bertetangga dengan simpul manapun.
- 4) Graf Kosong (*Null Graph*)
Yaitu graf yang tidak memiliki sisi satupun, atau bisa dikatakan memiliki himpunan sisi kosong.
- 5) Derajat
Derajat dari suatu simpul graf tak-berarah ialah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Derajat dinotasikan sebagai $d(v)$, yaitu derajat simpul v .
- 6) Lintasan (*Path*)
Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan selang-seling antara simpul-simpul dengan sisi-sisi yang berbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, \dots , $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G .
- 7) Siklus atau Sirkuit
Yaitu lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
- 8) Terhubung
Graf tak-berarah G disebut graf terhubung apabila setiap pasang simpul u dan v di dalam himpunan V terdapat lintasan dari u ke v . Untuk graf yang terdiri dari satu simpul saja tetap dikatakan terhubung karena simpul tunggalnya terhubung dengan dirinya sendiri.
- 9) Upagraf (*Subgraph*)
 $G_I = (V_I, E_I)$ dikatakan upagraf dari suatu graf G , jika V_I merupakan himpunan bagian dari V dan E_I merupakan himpunan bagian dari E .
- 10) Upagraf Merentang
Upagraf $G_I = (V_I, E_I)$ dari $G = (V, E)$ dikatakan upagraf merentang jika $V_I = V$ (di mana G_I mengandung semua simpul dari G).
- 11) *Cut-Set*
Ialah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak lagi terhubung.
- 12) Graf Berbobot
Graf yang setiap sisinya diberi sebuah nilai (bobot) dinamakan graf berbobot.

4. Lintasan dan Sirkuit Euler
Lintasan Euler ialah lintasan yang melalui sisi-sisi pada graf tepat satu kali untuk tiap sisinya. Bila lintasan tersebut kembali ke simpul asal, maka lintasan tersebut dinamakan sirkuit Euler. Ciri khusus suatu graf membentuk sirkuit Euler ialah semua simpul pada graf tersebut berderajat genap, sedangkan untuk lintasan Euler terdapat tepat 2 simpul berderajat ganjil.
5. Lintasan dan Sirkuit Hamilton
Lintasan Hamilton ialah lintasan yang melalui simpul-simpul-simpul pada graf tepat satu kali untuk tiap simpulnya. Bila lintasan tersebut kembali ke simpul asal,

maka lintasan itu dinamakan sirkuit Hamilton.

A. Teori Pohon Merentang

1) Definisi Pohon Merentang

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tak-berarah terhubung yang memiliki beberapa sirkuit. G dapat diubah menjadi pohon $T = (V, E_1)$ dengan cara menghilangkan sirkuit-sirkuit yang sebelumnya terhubung. Caranya adalah mula-mula pilih sebuah sirkuit, kemudian hapus sebuah sisi dari sirkuit tersebut. Pemutusan sirkuit tersebut tidak akan mengubah G menjadi tidak terhubung, hanya saja jumlah sirkuitnya berkurang satu. Lakukan proses tersebut sampai semua sirkuit pada G hilang dan menjadi sebuah pohon T yang dinamakan pohon merentang.

2) Pohon Merentang Minimum

Pohon merentang minimum ialah pohon merentang dari suatu graf berbobot G yang memiliki bobot minimum diantara semua pohon merentang yang dapat dibentuk di graf G .

3) Algoritma Prim

Algoritma Prim adalah algoritma yang digunakan untuk membentuk pohon merentang minimum langkah per langkah. Untuk setiap langkahnya kita mengambil suatu sisi e pada graf G yang mempunyai bobot dan bersisian dengan simpul-simpul di dalam T tetapi sisi yang diambil tidak boleh sampai membentuk sirkuit di dalam T . Berikut adalah langkah-langkah lengkap dalam melakukan algoritma Prim :

1. Ambil sisi dari graf G yang berbobot minimum, masukkan ke dalam T .
2. Pilih sisi e yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di T , tetapi e tidak membentuk sirkuit di T . Masukkan e ke dalam T .
3. Ulangi langkah kedua sebanyak $n-2$ kali.



Gambar 2 : Peta wilayah Kota Tangerang beserta posisi masing-masing kecamatannya (Sumber : <http://renorooter.com/area-pelayanan/>).

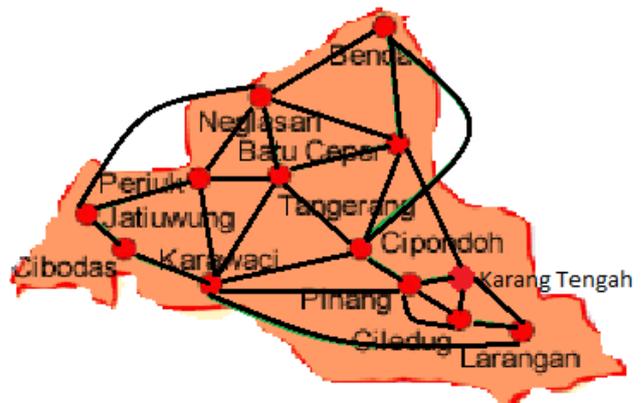
Kota Tangerang tentu juga memiliki banyak kelurahan di dalamnya, namun untuk kemudahan dalam pembuatan serta pembacaan graf, maka penulis hanya akan merepresentasikan graf antar kecamatannya saja dengan asumsi apabila pipa PDAM sudah bisa mencapai suatu kecamatan, maka kelurahan-kelurahan di dalamnya juga bisa ikut terjangkau. Dalam pembuatan graf dari peta tersebut, penulis melakukan beberapa asumsi, diantaranya :

- 1) Jarak antar kecamatan yang diambil oleh penulis cukup akurat menggambarkan keadaan yang sebenarnya.
- 2) Bobot yang ada pada sisi menyatakan jarak dalam kilometer.
- 3) Tidak semua sisi akan digambar dikarenakan akan membuat graf sulit untuk dibaca. Namun penghilangan beberapa sisi tersebut tidak akan mempengaruhi hasil dari pencarian pohon merentang minimum.
- 4) Jarak dari kecamatan A ke kecamatan B akan sama dengan jarak dari kecamatan B ke kecamatan A.
- 5) Lokasi PDAM yang digunakan sebagai acuan pembuatan pipa adalah PDAM yang terletak di Kecamatan Neglasari, yaitu PDAM Tirta Benteng.
- 6) Jika terdapat bobot yang sama, maka yang dipilih adalah kecamatan dengan penomoran terkecil.

III. APLIKASI POHON MERENTANG MINIMUM UNTUK MENENTUKAN JALUR TERPENDEK JARINGAN PIPA PDAM

Kota Tangerang merupakan kota yang terbilang cukup luas. Kota ini terdiri dari 13 buah kecamatan yang diantaranya ialah Kecamatan Ciledug, Kecamatan Larangan, Kecamatan Karang Tengah, Kecamatan Cipondoh, Kecamatan Pinang, Kecamatan Tangerang, Kecamatan Karawaci, Kecamatan Cibodas, Kecamatan Jatiuwung, Kecamatan Periuk, Kecamatan Neglasari, Kecamatan Batu Ceper, dan Kecamatan Benda. Untuk mempermudah pembacaan graf, maka tiap-tiap kecamatan yang disebutkan di atas akan menjadi simpul dari graf yang akan dibuat. Sisi-sisi graf akan merepresentasikan perkiraan jarak antar kecamatan yang terhubung sehingga graf yang dihasilkan nantinya merupakan suatu graf berbobot. Graf berbobot itulah yang akan digunakan dalam Algoritma Prim untuk mencari pohon merentang minimum. Berikut adalah peta dari Kota Tangerang beserta letak masing-masing kecamatan di dalam peta :

Berikut adalah implementasi graf dari peta tersebut :



Gambar 3 : Peta Kota Tangerang ketika dijadikan graf antar kecamatannya.

Selanjutnya yang perlu dilakukan adalah melihat bobot dari masing-masing sisi. Bobot dalam graf ini akan diisi oleh jarak antar kecamatan sesuai tabel berikut :

Kecamatan/ District (Nomor Kecamatan)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1. Ciledug	xx	3	4	5	7	11	12	15	17	15	13	15	18
2. Larangan	3	xx	3	8	10	14	15	18	20	18	16	18	21
3. Krg Tengah	3	4	xx	6	8	12	13	16	18	16	14	11	14
4. Cipondoh	5	8	6	xx	4	6	9	10	12	10	8	3	6
5. Pinang	4	10	3	4	xx	7	4	14	16	13	9	11	14
6. Tangerang	11	14	12	6	7	xx	4	6	7	4	2	4	7
7. Karawaci	12	15	13	9	4	4	xx	2	4	6	6	8	11
8. Cibodas	15	18	16	10	3	5	2	xx	1	5	8	10	13
9. Jatiuwung	17	20	18	12	5	6	4	1	xx	3	9	11	14
10. Periuk	15	18	16	10	3	4	6	5	3	xx	4	8	11
11. Neglasari	13	16	14	8	9	2	6	8	9	4	xx	4	7
12. Batu Ceper	15	18	11	3	11	4	8	10	10	8	4	xx	3
13. B e n d a	18	21	14	10	14	7	11	13	14	11	7	3	xx

Gambar 4 : Data jarak antar kecamatan di Kota Tangerang (Sumber : <http://neglasaritangerang.blogspot.co.id/2012/10/profil-kota-tangerang.html>)

Acuan kecamatan yang digunakan yaitu Kecamatan Neglasari, tempat di mana PDAM Tirta Benteng berada. Selanjutnya ialah melakukan langkah demi langkah dari Algoritma Prim. Menurut Algoritma Prim, pertama-tama kita harus menentukan sisi yang memiliki beban minimum dari simpul awal. Berdasarkan tabel di atas dari Kecamatan Neglasari yang terdekat ialah Kecamatan Batu Ceper. Gambarkan sisi yang menghubungkan simpul Kecamatan Neglasari dengan Kecamatan Tangerang seperti berikut :



Gambar 5 : Penarikan garis sisi dari simpul Kecamatan Neglasari ke simpul Kecamatan Tangerang (dengan garis hijau).

Dikarenakan di sini penulis menggunakan graf tak-berarah sebagai representasi grafnya, maka cukup dibuat satu sisi saja dari Neglasari ke Kecamatan Tangerang, tidak perlu dibuat dari Kecamatan Tangerang ke Neglasari karena sisi mereka dianggap sama. Sesuai dengan ketentuan Algoritma Prim bahwa dalam pemilihan sisi selanjutnya haruslah bersisian dengan simpul pada pohon T. Dengan kata lain, sisi yang kita pilih selanjutnya haruslah sisi yang bersisian dengan simpul Kecamatan Tangerang atau Kecamatan Neglasari. Lihat kembali simpul Kecamatan Tangerang. Sama seperti sebelumnya di mana kita mencari sisi dengan bobot terkecil, yang mana dalam hal ini sesuai tabel, sisi dengan bobot terkecil dari simpul Kecamatan Tangerang ialah sisi yang menuju simpul

Kecamatan Batu Ceper. Maka buatlah sisi yang menghubungkan simpul Kecamatan Tangerang dengan simpul Kecamatan Batu Ceper.

Berikut adalah hasil dari pemberian sisi yang digambarkan dengan garis berwarna hijau :



Gambar 6 : Penambahan garis sisi pada simpul Kecamatan Tangerang dengan simpul Kecamatan Batu Ceper.

Kemudian mencari lagi bobot minimum dari sisi yang bersisian dengan simpul Kecamatan Batu Ceper. Menurut data pada tabel, sisi yang memiliki bobot minimum ialah sisi yang menuju simpul Kecamatan Benda. Maka buat sisi yang menghubungkan simpul Kecamatan Batu Ceper dengan simpul Kecamatan Benda dengan garis. Berikut adalah hasilnya :



Gambar 7 : Penambahan sisi pada simpul Kecamatan Batu Ceper dengan simpul Kecamatan Benda.

Setelah itu, kita lakukan kembali Algoritma Prim seperti sebelumnya. Kita lihat pada tabel sisi yang memiliki bobot minimum dari simpul Kecamatan Benda yang tidak menuju simpul sebelumnya ialah sisi yang menuju Kecamatan Tangerang. Namun sesuai dengan ketentuan Algoritma Prim yang mana sisi yang dibuat tidak boleh membentuk sirkuit pada pohon yang terbentuk, maka kita harus mencari sisi lain yang bobotnya sama atau lebih dari namun masih tetap minum dari bobot sisi yang menuju Kecamatan Tangerang. Didapatlah sisi yang menuju Kecamatan Cipondoh. Karena tidak membentuk sirkuit, maka kita boleh menambahkan sisi antar kedua simpul. Berikut adalah ilustrasi gambar dari kasus ini :



Gambar 8 : Pembuatan sisi dari simpul Kecamatan Benda ke Kecamatan Tangerang tidak diperbolehkan karena akan membentuk sirkuit maka harus dicari sisi lain dengan bobot minimum yang memenuhi.



Gambar 9 : Pembuatan sisi dari simpul Kecamatan Benda ke simpul Kecamatan Cipondoh diperbolehkan karena tidak membentuk sirkuit.

Kemudian dengan menerapkan segala langkah-langkah Algoritma Prim kembali hingga total dilakukan sebanyak $n-2$ kali (dengan n adalah banyaknya simpul), akan didapat akhirnya pohon merentang minimum sebagai berikut :



Gambar 10 : Pohon Merentang Minimum setelah proses langkah-langkah Algoritma Prim diterapkan.

Total bobot dari pohon merentang minimum yang terbentuk itu ialah penjumlahan seluruh bobot pada sisi-sisi yang telah dibentuk dan pastinya paling minimum diantara semua pohon merentang yang dapat dibentuk dari graf peta kecamatan Kota Tangerang. Perlu diperhatikan bahwa penulis membuat pohon merentang minimum seperti Gambar 10 di atas ialah berdasarkan data tabel yang penulis dapat. Maka mungkin saja terdapat sedikit kesalahan yang disebabkan karena kurang akuratnya data jarak antar kecamatan pada tabel Gambar 4.

Berdasarkan pohon merentang minimum yang telah terbentuk, maka untuk dapat meminimalisirkan biaya pembuatan jaringan pipa PDAM bisa dilakukan pembuatan pipa dengan lintasan : Kecamatan Neglasari > Kecamatan Tangerang > Kecamatan Batu Ceper > Kecamatan Cipondoh > Kecamatan Pinang > Kecamatan Karang Tengah > Kecamatan Ciledug > Kecamatan Larangan > Kecamatan Karawaci > Kecamatan Cibodas > Kecamatan Jatiuwung > Kecamatan Periuik.

Dengan Algoritma Prim ini, selain bisa didapat jalur untuk pengeluaran biaya minimum pembuatan pipa PDAM, juga menjangkau kecamatan-kecamatan yang diinginkan untuk dicapai. Namun perlu diperhatikan bahwa penulis menyimpulkan lintasan jalur pembuatan pipa ini murni dari Algoritma Prim saja. Apabila ada faktor-faktor lain di luar teori graf, bisa saja jalur tersebut berubah. sure that the symbols in your equation have been defined before the equation appears or immediately following. Italicize symbols (*T* might refer to temperature, but *T* is the unit tesla). Refer to "(1)," not "Eq. (1)" or "equation (1)," except at the beginning of a sentence: "Equation (1) is"

IV. KEGUNAAN MENENTUKAN JALUR LINTASAN TERPENDEK PEMBUATAN PIPA PDAM

Dengan mengetahui jalur lintasan pipa terpendek, maka perusahaan dapat meminimalkan biaya (*cost*) yang harus dikeluarkan dalam pembuatan pipa tersebut yang nantinya biaya tidak terpakai tersebut bisa digunakan untuk membuat pipa-pipa lainnya. Dengan menerapkan Algoritma Prim ini, kita secara tidak langsung juga sudah membantu masyarakat-masyarakat di daerah yang masih belum mendapatkan pasokan air bersih karena uang yang tidak terpakai dapat digunakan untuk membangun pipa-pipa ke daerah yang masih sangat membutuhkan pasokan air minum layak konsumsi.

Jika sudah mengetahui jalur lintasan yang meminimalkan biaya, maka selanjutnya perusahaan hanya perlu untuk merealisasikannya saja dan tentu saja perbedaan antara menggunakan lintasan terpendek dengan tidak itu cukup signifikan terutama dari segi materi. Biaya yang dikeluarkan akan jauh lebih sedikit dalam pembangunann pipa lintasan terpendek.

Selain itu juga penggunaan Algoritma Prim ini juga dapat menjangkau seluruh daerah yang diinginkan seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Semakin banyak daerah yang bisa dijangkau, maka akan semakin makmur masyarakat dan semakin terhindar dari penyakit akibat tidak bersihnya air minum.

V. KESIMPULAN

Teori graf, khususnya teori pohon merentang minimum dapat digunakan untuk menyelesaikan banyak persoalan nyata yang ada di kehidupan sehari-hari saja yang mana salah satunya ialah dapat digunakan untuk penentuan jalur lintasan pembuatan pipa air PDAM agar biaya pembangunan seminimum mungkin. Dengan memisalkan daerah yang ingin dicapai pipa sebagai simpul dan jarak antar daerah sebagai sisi yang memiliki bobot, maka dapat ditentukan pohon merentang minimumnya dengan menggunakan Algoritma Prim. Tentu selain contoh yang

diberikan ini masih banyak sekali hal-hal yang dapat dipecahkan dengan teori graf.

Dengan didapatnya jalur lintasan terpendek ini, tentu akan terdapat banyak sekali manfaat selain dari segi materi.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama penulis ingin menyampaikan terima kasih sebanyak-banyaknya kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat Rahmat-Nya lah penulis dapat menyelesaikan makalah ini. Kemudian, penulis juga ingin berterimakasih sebanyak-banyaknya kepada orang tua penulis yang telah memberikan dukungan berupa Do'a, moril, maupun materi. Penulis ingin juga berterimakasih kepada dosen-dosen yang telah memberikan ilmunya dalam mata kuliah matematika diskrit ini yaitu Bapak Rinaldi Munir, Bapak Judhi, serta Ibu Harili.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. Matematika Diskrit. Bandung: Informatika Bandung, 2012.
- [2] <http://neglasaritangerang.blogspot.co.id/2012/10/profil-kota-tangerang.html> Diakses pada tanggal 3 Desember 2017
- [3] https://www.tutorialspoint.com/graph_theory_and_its_applications/definition_of_graph_and_its_applications.asp Diakses pada tanggal 3 Desember 2017

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017



Adam Fadhel Ramadhan/13516054