

Aplikasi Graf Berarah dalam Analisis Pemecahan Masalah Menggunakan Diagram Gelang Kausal

Rifqi Rifaldi Utomo, 13516098¹
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
¹13516098@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Dalam memecahkan permasalahan, tentu diperlukan analisis yang tepat. Salah satu metode analisis masalah adalah dengan menggunakan diagram gelang kausal. Diagram gelang kausal memang jarang digunakan, namun metode ini sangat baik digunakan menangani permasalahan yang cukup kompleks, seperti permasalahan dalam perusahaan. Ternyata, diagram kausal menggunakan graf berarah sebagai dasar pembuatannya.

Kata kunci—Graf berarah, diagram gelang kausal, graf berbobot, graf terhubung kuat.

I. PENDAHULUAN

Banyak permasalahan yang terjadi di sekitar kita. Sebagian permasalahan tersebut memang memiliki solusi yang pasti. Sebagai contoh, apabila kita merasa lapar, solusinya adalah dengan makan. Namun, tidak semua masalah memiliki solusi yang pasti. Hal itu lebih mudah kita temukan dalam permasalahan yang menyangkut sekelompok individu atau komunitas. Sebagai contoh, permasalahan kelaparan di Indonesia tidak bisa diselesaikan hanya dengan jawaban “makan” saja. Banyak penyebab-penyebab kelaparan yang juga merupakan masalah dan harus ditangani guna menyelesaikan permasalahan kelaparan di Indonesia. Penyebab-penyebab tersebut dapat berupa kurangnya kemampuan ekonomi masyarakat, kurangnya akses ke daerah-daerah terpencil, kurangnya produksi bahan pangan, dan lain-lain. Untuk menyelesaikan suatu masalah, kita perlu mengetahui penyebab utama dari masalah tersebut. Dengan mengatasi penyebab utama masalah tersebut, maka masalah yang kita hadapi pun akan teratasi, atau setidaknya akan mengurangi tingkat kepelikan masalah kita. Dalam kasus kelaparan di Indonesia, penyebab utamanya adalah kemiskinan [1].

Untuk mengetahui penyebab utama dari suatu masalah, kita perlu menganalisis masalah tersebut. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan dalam menganalisis masalah, seperti peta proses (*the process map*), analisis mode kegagalan dan efeknya (*failure mode and effect analysis*), matriks sebab-akibat (*cause-and-effect matrix*), dan diagram tulang ikan (*fishbone diagram*) [2]. Terdapat pula metode lain yang jarang digunakan, yakni analisis menggunakan diagram gelang kausal (*causal loop diagram*). Diagram gelang kausal merupakan metode yang merepresentasikan umpan balik dari suatu masalah. Keunggulan diagram gelang kausal dibandingkan dengan metode yang lainnya adalah dapat menjelaskan hipotesis yang kita buat

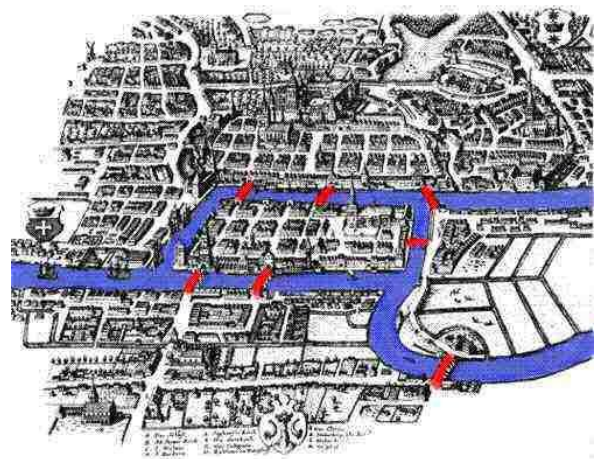
mengenai penyebab dari suatu masalah. Diagram gelang kausal juga dapat menghubungkan umpan balik dari sebuah penyebab masalah dengan masalah itu sendiri [3].

II. LANDAASAN TEORI

A. Sejarah Teori Graf

Teori Graf bermula pada saat Leonhard Paul Euler (1707-1783) berhasil memecahkan permasalahan ‘jembatan Köningsberg’ yang pada saat itu merupakan salah satu masalah tersulit untuk dipecahkan. Euler (dibaca Oiler) merupakan orang Swiss yang menghabiskan sebagian besar waktu hidupnya di Jerman dan Rusia. Pada saat itu, ia dapat memecahkan permasalahan ‘jembatan Köningsberg’ menggunakan teori graf yang membuat teori graf berkembang dengan pesat. Ia dapat mengaplikasikan graf pada permasalahan yang nyata.

Permasalahan Köningsberg merupakan sebuah permasalahan yang berasal dari kota Köningsberg, Rusia, yang dilewati oleh sungai Preger. Kota ini memiliki tujuh jembatan yang menghubungkan pulau utama dengan dua pulau lainnya. Orang-orang berandai-andai apakah terdapat cara untuk melewati semua jembatan tepat sekali.

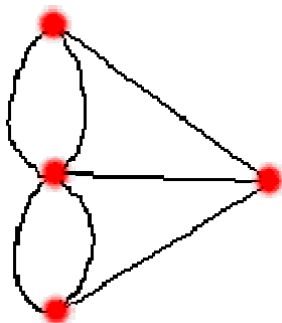


Gambar 1.1. Ilustrasi jembatan Köningsberg

Sumber:

<https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/leonard-eulers-solution-to-the-konigsberg-bridge-problem>
(akses: 3 Desember 2017)

Pada tahun 1735, Euler berhasil merumuskan solusi untuk permasalahan tersebut dengan menggunakan teori graf. Ia membuktikan bahwa tidak mungkin melewati ketujuh jembatan tersebut tepat sekali. Dalam mencetuskan pembuktiannya, Euler menerjemahkan permasalahan tersebut ke dalam graf. Ia membuat gambar yang terdiri atas 4 titik yang merepresentasikan pulau dengan jembatan direpresentasikan sebagai garis-garis yang menghubungkan keempat titik tersebut.



Gambar 1.2. Representasi graf dari jembatan Königsberg
Sumber:

<http://www2.gsu.edu/~matgtc/origin%20of%20graph%20theory.pdf>
(akses: 3 Desember 2017)

Ia menyederhanakan persoalan tersebut sehingga permasalahan tersebut dapat dilihat sebagai permasalahan umum pada teori graf. Saat ini, kita dapat melihat permasalahan tersebut sebagai persoalan menggambar ulang sisi graf dengan pena tanpa mengangkat pena tersebut. Orang-orang pun akan menyadari bahwa hal menggambar graf tersebut tanpa mengangkat pena adalah hal yang tidak mungkin. Euler tidak hanya membuktikan bahwa hal tersebut tidak mungkin, namun ia juga menjelaskan mengapa hal tersebut tidak mungkin dan bagaimana seharusnya bentuk sebuah graf agar sisi-sisinya dapat dikunjungi tepat satu kali. Konsep yang dijabarkan oleh Euler ini yang menjadi dasar dari teori graf. [4] Oleh karena itu, Euler kerap kali disebut sebagai bapak dari teori graf.

B. Definisi Graf

Graf merupakan dua pasang himpunan (V, E) dengan penjelasan sebagai berikut:

V = himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *nodes*) = $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

E = himpunan dari sisi-sisi (*edges*) yang menghubungkan dua simpul = $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

Graf acap kali dinotasikan dengan $G = (V, E)$.

Perhatikan bahwa disebutkan jika V merupakan himpunan tidak kosong dari simpul. Hal ini berarti dalam sebuah graf harus terdapat minimal satu simpul. Hal ini berbeda dengan sisi yang tidak wajib ada pada sebuah graf. Graf yang hanya memiliki satu simpul dan tidak memiliki sisi dinamakan *graf trivial*. Contoh graf trivial terdapat pada gambar 2.1.



Gambar 2.1. Graf trivial

Sumber:

https://www.tutorialspoint.com/graph_theory/types_of_graphs.htm
(akses 3 Desember 2017)

Dalam hal notasi, sebuah simpul dapat direpresentasikan dengan huruf (a, b, c, ...), bilangan asli (1, 2, 3, ...), atau gabungan keduanya (a_1, a_2, a_3, \dots) . Adapun sebuah sisi dapat direpresentasikan dengan menuliskan dua simpul yang dihubungkannya, seperti (a,b) , $(1,2)$, atau (a_1, a_2) . Sisi juga dapat dituliskan dengan lambang e (e_1, e_2, \dots) dengan penjelasan

$$e = (v_i, v_j)$$

C. Jenis-jenis Graf

Graf dapat dikategorikan menjadi beberapa jenis tergantung dari pengelompokkannya. Pengelompokkan graf dapat dilakukan berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, jumlah simpul suatu graf, dan orientasi arah pada sisi.

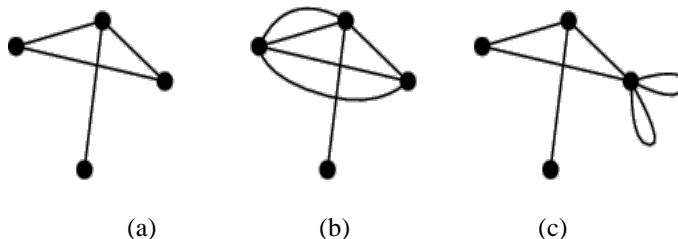
Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada graf, graf dapat dibagi menjadi dua jenis, yakni:

1. Graf sederhana (*simple graph*)

Graf sederhana merupakan graf yang tidak memiliki baik gelang maupun sisi ganda. Graf ini akan memiliki maksimal $(n)(n-1)/2$ sisi dengan n merupakan jumlah simpul. Contoh dari graf sederhana adalah graf mengenai jaringan komputer. Simpul dari graf tersebut merepresentasikan komputer sedangkan sisinya akan merepresentasikan saluran telepon untuk berkomunikasi. Gambar 2.2 (a) adalah contoh graf sederhana.

2. Graf tidak sederhana (*complex graph*)

Graf tidak sederhana merupakan graf yang memiliki sisi ganda, gelang, maupun keduanya. Graf yang memiliki sisi ganda dinamakan graf ganda, sedangkan graf yang memiliki gelang dinamakan graf semu (*pseudograph*). Contoh dari sisi ganda yakni tambahan saluran telepon pada dua buah komputer yang memiliki beban komunikasi yang besar. Adapun gelang dapat dipandang sebagai saluran telepon yang menghubungkan sebuah komputer dengan komputer itu sendiri. Gambar 2.2 (b) dan (c) adalah contoh graf tidak sederhana



Gambar 2.2. (a) Graf sederhana, (b) graf tidak sederhana dengan sisi ganda, (c) graf tidak sederhana dengan gelang
Sumber: <http://mathworld.wolfram.com/SimpleGraph.html>
(akses: 3 Desember 2017)

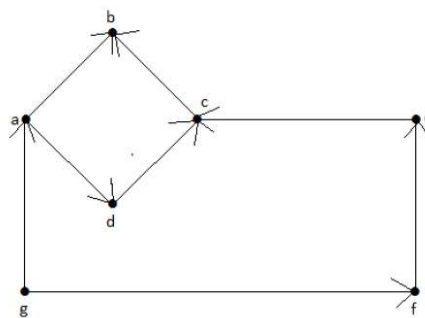
Jumlah simpul pada graf dapat dituliskan sebagai n dengan $n = |V|$ dan jumlah sisi pada graf dapat ditulis sebagai m dengan $m = |E|$. Berdasarkan jumlah simpul pada graf, graf dibagi menjadi dua jenis, yakni:

1. Graf berhingga (limited graph)

Graf berhingga merupakan graf dengan jumlah simpulnya, n , berhingga. Gambar 2.2 merupakan contoh dari graf berhingga.

2. Graf tidak berhingga (unlimited graph)

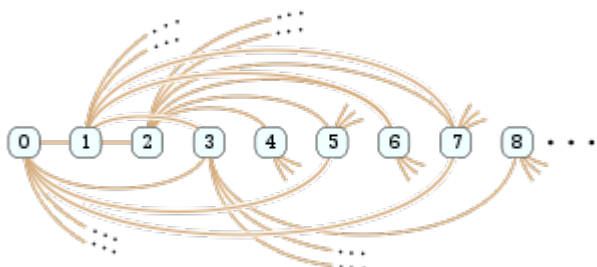
Graf tidak berhingga merupakan graf dengan jumlah simpulnya, n , tidak berhingga. Graf 2.3 merupakan contoh dari graf tidak berhingga.



Gambar 2.5. Graf berarah

Sumber:

https://www.tutorialspoint.com/graph_theory/types_of_graphs.htm
(akses: 3 Desember 2017)



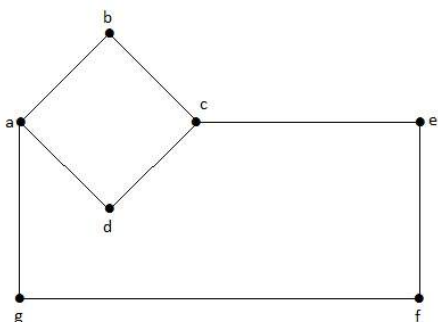
Gambar 2.3. Graf acak, contoh dari graf tidak berhingga

Sumber: https://en.wikipedia.org/wiki/Rado_graph
(akses: 3 Desember 2017)

Graf juga dapat dikelompokkan berdasarkan orientasi arah sisinya. Berdasarkan orientasi arah sisinya, graf dapat dibagi menjadi dua, yakni:

1. Graf tidak berarah (undirected graph)

Graf tidak berarah merupakan graf yang sisinya tidak memiliki orientasi arah. Pada graf tidak berarah, urutan simpul pada sebuah sisi tidak diperhatikan. Hal ini berarti $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$. Gambar 2.4. merupakan contoh graf tidak berarah.



Gambar 2.4. Graf tidak berarah

https://www.tutorialspoint.com/graph_theory/types_of_graphs.htm
(akses: 3 Desember 2017)

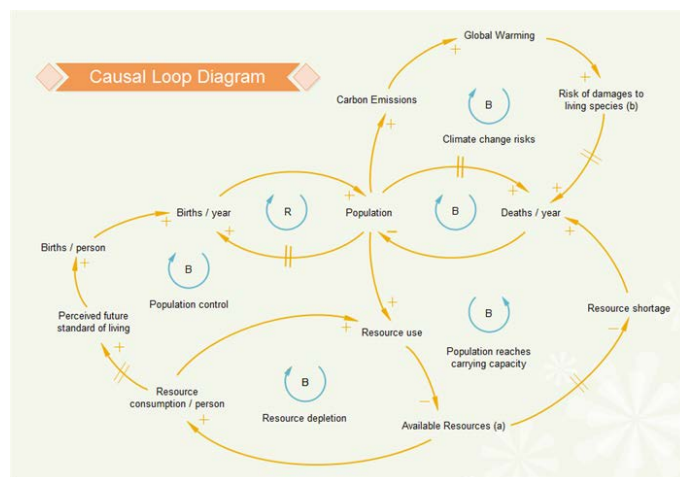
2. Graf berarah (directed graph)

Graf berarah merupakan yang setiap sisinya memiliki orientasi arah. Pada graf berarah, sisi biasa sering disebut busur. Urutan simpul pada sebuah busur diperhatikan. Hal ini berarti (v_i, v_j) dan (v_j, v_i) merupakan dua sisi yang berbeda, atau $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$. Pada busur (v_i, v_j) , v_i dinamakan simpul asal, sedangkan v_j dinamakan simpul terminal. Gambar 2.5 merupakan contoh graf berarah. [5]

III. DIAGRAM GELANG KAUSAL

A. Pengertian Diagram Gelang Kausal

Diagram gelang kausal (*Causal Loop Diagram*) merupakan sebuah bingkai kerja yang menjelaskan cara kerja sebuah sistem dengan menunjukkan hubungan-hubungan antara satu variabel-variabel dan gelang umpan balik yang tercipta dari hubungan-hubungan tersebut. Beberapa variabel merepresentasikan tanda-tanda masalah. Variabel sisanya adalah penyebab-penyebab dari masalah yang ada. Diagram gelang kausal paling sederhana terdiri atas dua variabel [6]. Contoh dari diagram gelang kausal terdapat pada gambar 3.1.



Gambar 3.1 Contoh diagram gelang kausal

Sumber: <https://www.edrawsoft.com/causal-loop-diagram-software.php>
(akses: 3 Desember 2017)

Diagram gelang kausal terdiri dari empat elemen inti, yakni variabel, tautan antara variabel-variabel, tanda dari tiap tautan yang menjelaskan bagaimana kedua variabel terhubung, dan tanda dari gelang yang menjelaskan jenis perilaku yang tercipta dari gelang tersebut. [7]

B. Petunjuk Umum Pembuatan Diagram Gelang Kausal

Terdapat beberapa langkah yang dianjurkan dalam pembuatan diagram gelang kausal, yakni:

1. Pemilihan Tema

Membuat diagram gelang kausal tidak akan berhenti pada suatu masalah, tetapi akan terus berlanjut menuju isu yang lebih rumit. Akan menjadi tidak berguna jika kita memulai membuat diagram gelang kausal tanpa memilih suatu tema yang ingin kita telaah lebih dalam. ‘Untuk memahami implikasi dari perubahan strategi berbasis teknologi ke strategi berorientasi pasar’ merupakan tema yang lebih baik dibandingkan ‘untuk memahami proses perencanaan strategis kita lebih baik’.

2. Jangka Waktu

Hal berguna lainnya yang dapat ditetapkan dalam pembuatan diagram gelang kausal adalah jangka waktu dari isu yang ingin diangkat. Jangka waktu ini harus cukup panjang untuk dapat melihat perubahan-perubahan yang dinamis. Dalam perubahan strategi korporasi, jangka waktunya dapat membentang hingga beberapa tahun, sedangkan perubahan pada iklan kampanye dapat memiliki jangka waktu hanya hitungan bulan.

Namun, waktu tidak boleh dijadikan sebagai sebuah variabel penyebab. Sebagai contoh, setelah hujan deras, ketinggian air pada sungai bertambah terus-menerus. Namun, kita tidak bisa mengatakan bahwa banjir disebabkan oleh hujan deras yang lama. Kita harus mencari penyebab dari banjir itu sendiri.

3. Perilaku Dari Waktu Ke Waktu

Mengidentifikasi dan menggambarkan perubahan perilaku dari waktu ke waktu merupakan langkah pertama yang penting dalam menjabarkan pemahaman mengenai sistem saat ini. Menggambarkan perilaku untuk masa depan merupakan sebuah langkah yang beresiko, yakni resiko melakukan kesalahan. Pada faktanya, setiap perkiraan mengenai masa depan pasti salah. Namun, dengan membuatnya eksplisit, kita bisa menguji asumsi kita dan menemukan ketidakkonsistenan dari perkiraan kita. Perubahan perilaku dari waktu ke waktu juga memunculkan variabel yang harus disertakan pada diagram. Diagram gelang kausal harus menangkap struktur yang melahirkan perilaku yang diproyeksikan.[7]

C. Langkah-langkah Pembuatan Diagram Gelang Kausal

Adapun langkah-langkah dalam pembuatan diagram gelang kausal adalah sebagai berikut

1. Membuat nama variabel

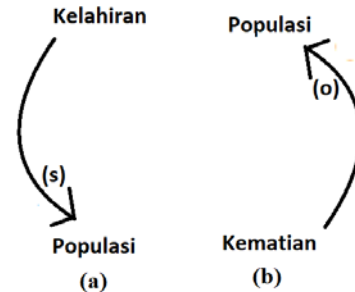
Langkah pertama dalam membuat diagram gelang kausal adalah menentukan variabel-variabel yang terkait dengan isu yang ingin diangkat. Ingat bahwa variabel merupakan hal yang dapat berubah dalam jangka waktu tertentu. Contohnya, jika kita ingin mengetahui tentang permasalahan peningkatan penduduk, kita dapat menggunakan variabel populasi, kelahiran, dan kematian.

2. Menggambar hubungan

Setelah berhasil menentukan variabel-variabel, langkah berikutnya adalah menghubungkan variabel-variabel dan menentukan hubungan antara variabel tersebut. Pada diagram gelang kausal, kita melabeli hubungan-hubungan tersebut dengan “s” atau “o”

Jika variabel B berubah dalam arah yang sama dengan variabel A, maka hubungan dari A ke B dilabeli dengan huruf “s”. Hal ini berarti jika variabel A bertambah maka variabel B juga bertambah dan sebaliknya. Contohnya terdapat pada gambar 3.2 (a).

Sebaliknya, jika variabel B berubah berlawanan dengan perubahan variabel A, maka hubungan dari A ke B dilabeli dengan huruf “o”. Hal ini berarti jika variabel A bertambah maka variabel B akan berkurang, dan sebaliknya. Contohnya terdapat pada gambar 3.2 (b)



Gambar 3.2. (a) Contoh pelabelan hubungan “s”, (b) contoh pelabelan hubungan “o”

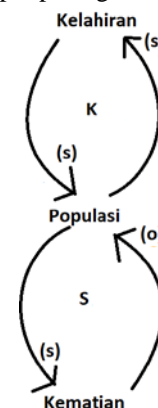
Sumber: dokumen pribadi

3. Melabeli gelang

Setelah selesai menggambar dan melabeli hubungan, maka langkah selanjutnya adalah melabeli gelang. Hal ini bertujuan untuk mengetahui perilaku apa yang akan terbentuk oleh gelang tersebut. Terdapat dua jenis gelang, yakni gelang penguat (K) dan gelang penyeimbang (S).

Pada gelang penguat, perubahan pada salah satu variabel akan mengakibatkan perubahan yang lebih besar pada variabel tersebut. Sebagai contoh, dengan banyaknya populasi, maka tingkat kelahiran akan meningkat. Tingkat kelahiran meningkat akan menyebabkan banyaknya populasi.

Di sisi lain, gelang penyeimbang akan menyeimbangkan perubahan pada salah satu variabel yang berubah. Apabila variabel tersebut bertambah, maka hubungan dengan variabel lain akan memaksa variabel tersebut untuk berkurang kembali seperti sedia kala. Sebagai contoh, dengan banyaknya populasi, maka tingkat kematian akan meningkat. Tingkat kematian yang meningkat akan menyebabkan turunnya populasi. Contoh pelabelan gelang terdapat pada gambar 3.3.



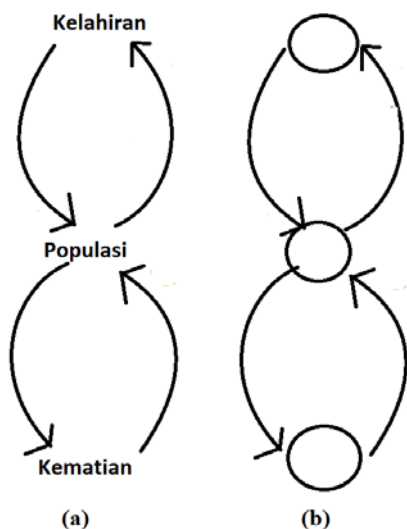
Gambar 3.3. Contoh pelabelan gelang

Sumber: dokumen pribadi

Cara termudah dalam menentukan apakah sebuah gelang merupakan gelang penguat atau gelang penyeimbang adalah dengan menghitung jumlah “o” pada gelang tersebut. Apabila terdapat genap buah “o” (atau tidak ada sama sekali), maka gelang tersebut adalah gelang penguat. Sebaliknya, apabila gelang tersebut memiliki jumlah “o” yang ganjil, maka gelang tersebut adalah gelang penyeimbang. Kita harus pastikan bahwa hubungan antarvariabel telah dilabeli dengan benar dengan cara mengecek ulang gelang tersebut. [8]

IV. KORELASI ANTARA DIAGRAM GELANG KAUSAL DENGAN GRAF

Apabila ditinjau sekilas, kita dapat melihat diagram gelang kausal sebagai sebuah graf. Hal itu disebabkan oleh pada dasarnya diagram gelang kausal merupakan graf. Variabel-variabel yang terdapat pada diagram gelang kausal dapat disetarakan dengan simpul pada graf. Begitu pula hubungan-hubungan yang terdapat pada diagram gelang kausal merupakan busur pada graf berarah. Adapun gelang pada diagram gelang kausal bukan merupakan gelang pada graf, melainkan siklus. Perbandingan antara diagram gelang kausal dan graf dapat terlihat pada gambar 4.1

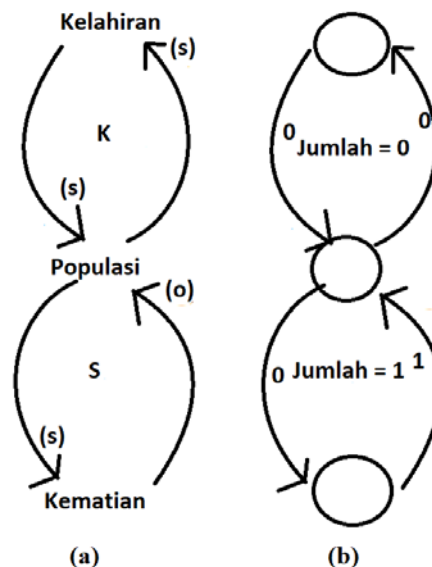


Gambar 4.1 Perbandingan diagram gelang kausal dengan graf
Sumber: dokumen pribadi

Hal menarik yang dapat kita temukan dari diagram gelang kausal adalah diagram gelang kausal merupakan graf berarah yang memiliki sifat terhubung kuat. Hal ini benar adanya karena setiap variabel-variabel dalam diagram gelang kausal merupakan bagian dari gelang, yang dalam graf dapat ditafsirkan sebagai semua simpul merupakan bagian dari siklus. Hal tersebut merupakan ciri-ciri dari graf berarah yang terhubung kuat.

Aplikasi lain dari teori graf yang dapat diterapkan pada diagram gelang kausal adalah pembobotan pada sisi graf. Pada diagram gelang kausal, kita melabeli tiap sisi dengan huruf “s” atau “o”. Hal tersebut dapat digantikan dengan mengganti huruf “s” menjadi suatu bilangan genap dan bilangan “o” sebagai suatu bilangan ganjil. Dengan pergantian tersebut, kita masih dapat menentukan karakteristik dari sebuah gelang, yakni

dengan menjumlahkan semua bobot sisinya. Apabila jumlah bobot sisi pada suatu gelang atau siklus genap, maka gelang tersebut adalah gelang penguat. Sebaliknya, jika jumlah bobot sisi pada suatu gelang adalah ganjil, maka gelang tersebut adalah gelang penyeimbang.



Gambar 4.2 Perbandingan diagram gelang kausal lengkap dengan graf berbobot yang terhubung kuat
Sumber: dokumen pribadi

V. KESIMPULAN

Simpulan yang dapat kita ambil dari pembahasan ini adalah diagram gelang kausal merupakan aplikasi dari graf. Adapun jenis dari graf aplikasi diagram gelang kausal adalah graf berarah, graf terhubung kuat, dan graf berbobot.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, saya ingin memanjatkan syukur kepada Allah S.W.T. karena berkat karunianya, makalah ini dapat tersusun. Saya juga ingin berterima kasih kepada kedua orang tua saya yang selalu mendoakan saya dan memberi bantuan kepada saya baik dalam bentuk moral maupun material. Pun saya ingin berterima kasih kepada Ibu Harlili yang telah mengajari saya mata kuliah Matematika Diskrit terutama dalam mengajarkan pokok bahasan Graf. Tak lupa juga, saya ingin berterima kasih kepada Muhammad Pandito Pratama (GD'13) dan seluruh pendiklat sekolah perangkat medik OSKM ITB 2017 yang telah mengenalkan saya pada diagram gelang kausal.

REFERENSI

- [1] Utama, Ahdian. 2015. Penelitian FAO: 19,4 Juta Penduduk Indonesia Masih Alami Kelaparan. <https://www.voaindonesia.com/a/pemelitian-fao-sembilan-belas-koma-empat-juta-penduduk-indonesia-masih-mengalami-kelaparan/2817021.html>; Dikunjungi 29 November 2017.
- [2] Rushing, William. Causal Loop Diagram: Little Known Analytical Tool. <https://www.isixsigma.com/tools-templates/cause-effect/causal-loop-diagrams-little-known-analytical-tool/>; Dikunjungi 29 November 2017.
- [3] Sterman, John D. 2006. *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. London: McGraw-Hill Education – Europe.

- [4] Rhishikesh. Origin of Graph Theory. www2.gsu.edu/~matgic/origin%20of%20graph%20theory.pdf; Dikunjungi 29 November 2017.
- [5] Munir, Rinaldi. 2003. Diktat Kuliah Matematika Diskrit. Bandung: Departemen Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung.
- [6] Causal Loop Diagram – Tool/Concept/Definition. <http://www.thwink.org/sustain/glossary/CausalLoopDiagram.htm>; Dikunjungi 3 Desember 2017
- [7] Kim, Daniel H. 1992. Guidelines for Drawing Causal Loop Diagrams. Pegasus Communication, Inc.
- [8] Lannon, Coleen. Causal Loop Construction: The Basics. <https://thesystemsthinker.com/causal-loop-construction-the-basics/>; Dikunjungi 3 Desember 2017.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017



Rifqi Rifaldi Utomo, 13516098