Pemanfaatan Graf dalam Pemodelan dan Prediksi Turnamen

Nicolaus Boby - 13516077
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13516077@std.stei.itb.ac.id

Turnamen dapat dimodelkan sebagai graf berarah (digraf). Pemodelan turnamen menggunakan graf berarah menggambarkan pihak yang menang dan kalah sebagai arah dalam graf tersebut. Penggunaan graf dalam pemodelan ini juga memudahkan dalam penggambaran visual dari sistem pertandingan. Salah satu manfaat yang dapat digunakan dalam representasi graf ini yaitu matriks ketetanggan. Dengan graf dominansi berarah, kita dapat melihat keunggulan dari pemain dibandingkan dengan pemain lainnya. Makalah ini dibuat tanpa maksud mendukung tindakan perjudian.

Kata Kunci—Graf, Matriks, Turnamen, Dominan.

I. PENDAHULUAN

Turnamen di dalam KBBI didefinisikan sebagai pertandingan dan sebagainya yang diikuti oleh beberapa regu. Turnamen biasanya teroganisasi di mana sejumlah besar tim yang berpartisipasi dibagi atas regu-regu. Turnamen dapat pula berarti kompetisi yang melibatkan sejumlah pertandingan dengan hasil turnamen merupakan hasil gabungan dari semua pertandingan tadi.

Sisi yang tergambarkan dari sepasang simpul, pada hal ini sisi adalah pertandingan dan simpul adalah pemain. Jika pemain a mengalahkan pemain b dalam pertandingan, akan digambar panah dari a ke b di dalam graf tersebut. Ada kondisi-kondisi lain yang menjadi ciri dari graf turnamen, yang akan dibahas di dalam makalah ini.

II. DASAR TEORI

A. Graf

Graf, menurut buku Matematika Diskrit (Munir, 2016, Revisi 6) didefinisikan sebagai berikut.

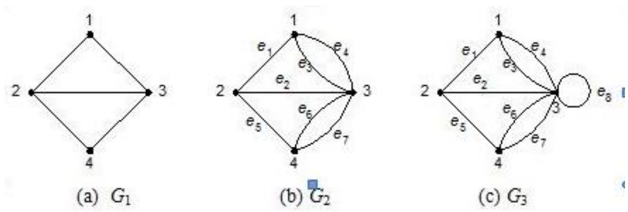
Graf *G* didefinisikan sebagai pasangan himpunan (*V*,*E*), yang dalam hal ini:
V = himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) = {*v1, v2, …, vn*}; dan *E* = himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul = {*e1, e2, …, en*}; atau dapat ditulis singkat dengan notasi *G* = (*V*,*E*).
Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa jenis berdasarkan sudut pandang pengelompokkannya. Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, graf dibagi menjadi 2 jenis, yaitu :

1. Graf sederhana

Graf hanya mengandung 1 sisi untuk sepasang simpul

2. Graf tak-sederhana

Graf ini mengandung sisi-ganda yang disebut graf ganda (*multigraph*) atau gelang, yaitu sisi yang menunjuk ke 1 simpul yang disebut graf semu (*pseudograph*).



Gambar 2.1 (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu

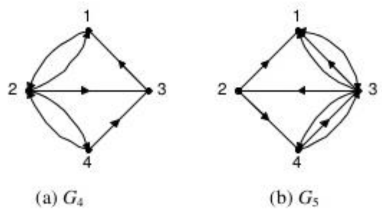
Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dibedakan menjadi 2 jenis:

1. Graf tak-berarah (*undirected graph)*

Graf ini sisinya tidak memiliki arah. Digambarkan dengan garis biasa. Urutan pasangan simpul tidak diperlihatkan.

2. Graf berarah (*directed graph)*

Graf ini memiliki orientasi arah pada setiap sisinya. Digambarkan dengan garis berpanah atau biasanya disebut dengan busur.



Gambar 2.2 (a) graf berarah (b) graf ganda berarah

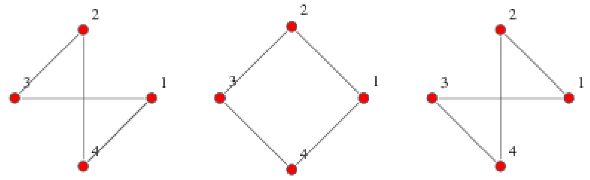
Terminologi dasar pada graf:

1. Bertetangga
   Dua buah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi.
2. Bersisian
   Untuk sembarang sisi, sisi tersebut dikatakan bersisian dengan simpul yang langsung berhubungan dengan sisi tersebut.
3. Simpul terpencil
   simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya. Atau dapat dikatakan simpul terpencil adalah simpul yang tidaksatupun bertetangga dengan simpul-simpul lainnya.
4. Graf kosong
   Graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong.
5. Derajat
   Derajat suatu simpul pada graf tak-berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simul tersebut.
6. Lintasan
   Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal ke simpul tujuan di dalam graf, ialah barisan berseling-seling simpul-simpul dan sisi-sisi.
7. Siklus atau sirkuit
   Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit atau siklus.
8. Terhubung
   Graf tak-berarah disebut graf terhubung jika untuk setiap pasang simpul di dalam himpunan, terdapat lintasan dari simpu awal ke simpul akhir, jika tidak, maka disebut graf tak-terhubung.
9. Upagraf dan komplemennya
   Graf G1 merupakan upagraf dari graf G, jika semua sisi dan simpul dari graf G1 merupakan subset dari graf G. komplemen dari upagraf G1 adalah sisa simpul dari G yang bukan anggota dari graf G1.
10. Upagraf merentang
    Upagraf yang memiliki semua simpul dari graf asalnya.
11. *Cut-set*
    adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari graf menyebabkan graf menjadi tidak terhubung. *Cut-set* selalu menghasilkan 2 komponen tidak terhubung.
12. Graf berbobot
    Graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga atau bobot.

B. Matriks Ketetanggaan

Matriks Ketetanggaan adalah representasi graf yang paling umum, berbentuk matriks dwimatra yang berukuran n × n. jika pada baris i kolom j pada matriks berisi angka 1, maka simpul i dan j bertetangga, jika berisi angka 0, maka kedua simpul tidak bertetangga. Karena matriks hanya berisi 0 dan 1, maka matriks tersebut juga dinamakan matriks nol-satu.

Di dalam makalah ini, matriks ketetangganlah yang akan digunakan, dibandingkan dengan representasi yang lain.



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Gambar 2.3 matriks ketetanggan

C. Turnamen

Turnamen di dalam KBBI didefinisikan sebagai pertandingan dan sebagainya yang diikuti oleh beberapa regu. Turnamen biasanya teroganisasi di mana sejumlah besar tim yang berpartisipasi dibagi atas regu-regu. Turnamen dapat pula berarti kompetisi yang melibatkan sejumlah pertandingan dengan hasil turnamen merupakan hasil gabungan dari semua pertandingan tadi.

Turnamen dapat dimodelkan sebagai graf berarah (digraf) yang digambarkan dengan menampilkan panah berarah untuk setiap sisi dari graf. Pemodelan pada mulanya dimulai dengan pemodelan dominansi relasi yang terinspirasi dari kumpulan ayam jantan (Landau, 1953).

D. Lintasan dan Siklus Hamilton

Dalam ilmu matematika dan teori graf, lintasan Hamilton adalah lintasan pada graf berarah maupun tak-berarah yang melalui semua simpul yang dimiliki suatu graf tepat satu kali. Sedangkan siklus Hamilton adalah lintasan Hamilton yang berakhir dan dimulai pada simpul yang sama. Suatu graf dikatakan terhubung-Hamilton jika untuk setiap pasang simpul acak dalam graf, terdapat lintasan Hamilton yang menghubungkan keduanya. Suatu graf juga dikatakan Hamilton jika dan hanya jika klosurnya juga Hamilton.

1. Teorema Dirac (1952)

Suatu graf sederhana dengan simpul sebanyak n (n lebih besar sama dengan 3) adalah lintasan Hamilton jika setiap simpulnya memiliki derajat n/2 atau lebih.

2. Teorema Ore (1960)

Graf yang memiliki simpul sebanyak n (n lebih besar sama dengan 3) adalah lintasan Hamilton, jika untuk setiap pasang simpul tidak bertetangga jumlah derajatnya adalah n atau lebih.

3. Teorema Ghouila-Houiri (1960)

Graf sederhana yang terhubung kuat dengan simpul sebanyak n adalah lintasan Hamilton jika setiap simpul memiliki derajat lebih besar atau sama dengan n.

III. PENERAPAN GRAF DALAM TURNAMEN

Sebelum membahas penerapan langsung graf dalam turnamen perlu diketahui beberapa hal:

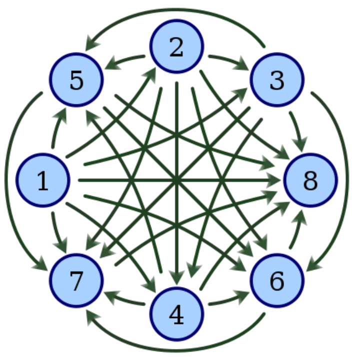
1. Lintasan dan siklus

   Untuk setiap turnamen sebanyak *n* simpul, turnamen tersebut memiliki lintasan Hamilton. Graf turnamen juga pada umumnya adalah graf yang terhubung kuat.

2. Kondisi ekivalensi

   Kondisi berikut berlaku pada turnamen **T** yang memiliki *n* buah simpul:

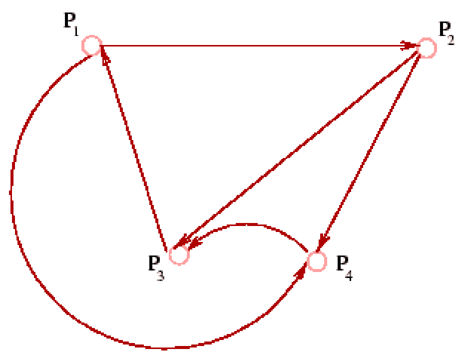
   a. **T** bersifat transitif
   b. **T** bukan siklus
   c. **T** memiliki tepat satu lintasan Hamilton



Gambar 3.1 Ekivalensi turnamen

A. Graf Dominansi Berarah

Graf Berarah yang setiap pasangan simpulnya memiliki arah tetapi bukan graf ganda bisa disebut graf dominansi berarah. Graf ini juga dapat disebut sebagai turnamen.

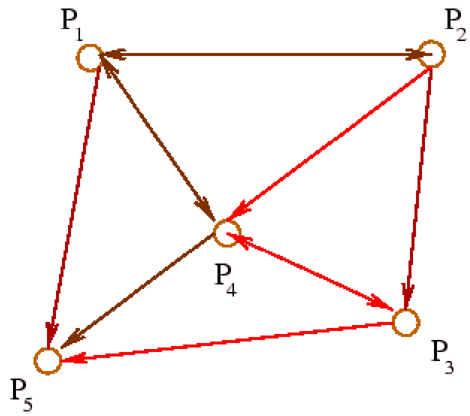


Gambar 3.2 Graf Dominansi Berarah

Dari gambar 3.2, kita dapat melihat pemodelan, pada turnamen tertentu, siapa pihak pemain yang menjadi pemenang dengan melihat, apakah pemain tersebut mengalahkan semua pesaingnya, atau yang berikutnya kita sebut sebagai pihak yang unggul.

Untuk mencari pemain yang unggul, kita dapat menghitung nilai dari suatu simpul atau pemain. Hal tersebut dicari dari matriks ketetanggaannya. Untuk mencari nilai unggul dari setiap simpul, harus dicari terlebih dahulu nilai M^2, jika M adalah matriks ketetanggaan dari turnamen T, dan $A = M + M^2$, A adalah matriks keunggulan.

Sebagai contoh, digunakan turnamen sebagai berikut.



Maka, Matriks ketetangaannya adalah

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = M + M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

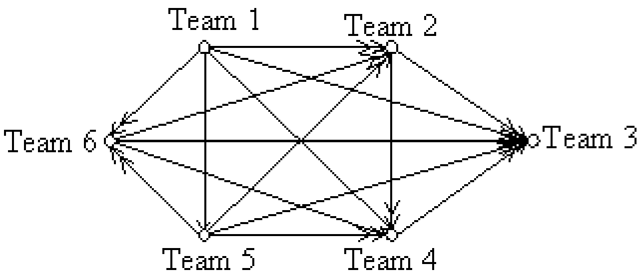
Dengan mendapatkan matriks A, didapat nilai keunggulan dari masing-masing simpul adalah sebagai berikut:

1. P_1 bernilai 5
2. P_2 bernilai 4
3. P_3 bernilai 3
4. P_4 bernilai 2

Pemain 5 tidak dimasukkan kedalam matriks karena P_5 tidak memiliki busur yang mengarah ke simpul lain. Jadi, P_1 adalah pemain yang paling unggul.

B. *Round-Robin*

Di dalam turnamen *round-robin*, setiap pemain hanya bertanding dengan pemain lain satu kali. Turnamen ini digambarkan dengan graf berarah pada gambar 3.3. terlihat pada gambar, bahwa pemain 3 tidak pernah menang sekalipun, dan pemain 1 memenangkan semua pertandingan melawan pemain lainnya.



Gambar 3.3 Turnamen *Round-Robin* dalam graf

C. Prediksi dengan Graf Dominansi Berarah

Untuk bab ini, akan digunakan contoh kasus. Penulis mengambil salah satu contoh kasus dalam turnamen permainan. Turnamen yang penulis gunakan yaitu turnamen Dota 2, *The International* 2017. Dota 2 adalah permainan berbasis MOBA (*multiplayer online battle arena)* yang memiliki turnamen permainan *online* dengan hadiah terbesar. Pada *The International* 2017, total hadiah yang diperebutkan melebihi 24 juta dolar.

Pada babak grup, para pemain ditandingkan satu sama lain secara *round-robin*, terdapat 2 grup klasemen, grup A dan grup B. berikut perolehan angka yang didapat setiap tim dalam babak grup.

Grup A:

		2 - 0	2 - 0	1 - 1	2 - 0	1 - 1	1 - 1	1 - 1	1 - 1
	0 - 2		2 - 0	1 - 1	1 - 1	0 - 2	1 - 1	0 - 2	1 - 1
	0 - 2	0 - 2		1 - 1	1 - 1	0 - 2	0 - 2	0 - 2	0 - 2
	1 - 1	1 - 1	1 - 1		0 - 2	2 - 0	1 - 1	0 - 2	1 - 1
	0 - 2	1 - 1	1 - 1	2 - 0		0 - 2	1 - 1	0 - 2	0 - 2
	1 - 1	2 - 0	2 - 0	0 - 2	2 - 0		2 - 0	1 - 1	2 - 0
	1 - 1	1 - 1	2 - 0	1 - 1	1 - 1	0 - 2		0 - 2	1 - 1
	1 - 1	2 - 0	2 - 0	2 - 0	2 - 0	1 - 1	2 - 0		1 - 1
	1 - 1	1 - 1	2 - 0	1 - 1	2 - 0	0 - 2	1 - 1	1 - 1	

Grup B:

		2 - 0	1 - 1	2 - 0	0 - 2	0 - 2	0 - 2	0 - 2	1 - 1
	0 - 2		2 - 0	2 - 0	0 - 2	1 - 1	0 - 2	1 - 1	0 - 2
	1 - 1	0 - 2		1 - 1	1 - 1	0 - 2	0 - 2	1 - 1	1 - 1
	0 - 2	0 - 2	1 - 1		0 - 2	0 - 2	0 - 2	0 - 2	0 - 2
	2 - 0	2 - 0	1 - 1	2 - 0		0 - 2	1 - 1	1 - 1	1 - 1
	2 - 0	1 - 1	2 - 0	2 - 0	2 - 0		2 - 0	1 - 1	2 - 0
	2 - 0	2 - 0	2 - 0	2 - 0	1 - 1	0 - 2		1 - 1	1 - 1
	2 - 0	1 - 1	1 - 1	2 - 0	1 - 1	1 - 1	1 - 1		0 - 2
	1 - 1	2 - 0	1 - 1	2 - 0	1 - 1	0 - 2	1 - 1	2 - 0	

Pada papan nilai, hijau berarti menang, kuning seri, dan merah berarti kalah. Karena pada graf dominansi berarah tidak dapat dimodelkan kasus seri, maka dalam hal ini kasus seri dihitung sebagai kalah. Sehingga kasus yang mungkin adalah menang dan tidak menang.

Berikutnya dapat dibuat matriks keunggulan untuk setiap grup. Karena tidak ada pemain yang kalah pada setiap pertandingannya, harus dibuat matriks yang mencangkup semua pemain. Matriks A mewakili grup A, matriks B mewakili grup B.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A + A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B + B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Perolehan nilai keunggulannya:

Grup A	
Tim	**Nilai Keunggulan**
EG	4
Empire	0
Fnatic	0
IG.V	6
Infamous	2
LGD	7
Secret	1
Liquid	9
TNC	3

Grup B	
Tim	**Nilai Keunggulan**
DC	5
Empire	3
Execration	0
HellRaisers	1
IG	8
LFY	19
Newbee	9
OG	4
VP	8

Dari data tersebut, dapat dilihat bahwa Team Liquid adalah tim unggul dari grup A dan LFY adalah tim unggul dari grup B. tetapi, tidak dapat disimpulkan mana yang lebih unggul dari kedua tim tersebut karna keduanya tidak dipertandingkan di babak grup. Tetapi, data tersebut sudah menyempitkan kemungkinan prediksi, sesuai nilai keunggulan, LFY atau Team Liquid memiliki kemungkinan paling besar untuk menjadi juara dalam turnamen ini.

Dari hasil babak utama turnamen ini, ternyata Team Liquid yang menjadi pemenang. Hasil prediksi dari Graf dominansi berarah terbukti.

D. Hubungan Graf Dominansi Berarah dan prediksi turnamen

Graf Dominansi berarah menggambarkan keunggulan seorang atau suatu tim terhadap pesaing-pesaingnya di dalam suatu pertandingan yang sama. Pada turnamen tersebut, diselenggarakan dalam 2 babak, yaitu babak grup dan babak utama. Pada babak grup yang dlaksanakan secara *round-robin*, terlihat keunggulan setiap tim. Secara langsung menggambarkan bahwa tim tersebut memiliki kemungkinan yang lebih tinggi untuk menang dibandingkan tim lainnya.

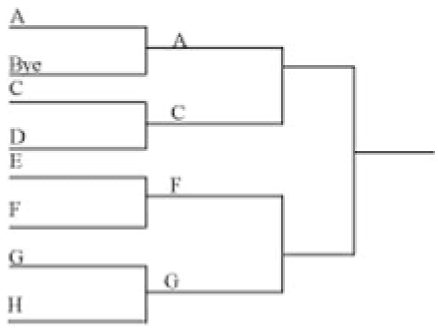
E. Penggunaan Lain Graf pada Turnamen

Sistem pertandingan yang umum digunakan dalam turnamen ada 2 macam, yaitu sistem gugur dan sistem kompetisi. Sistem-sistem ini juga dapat digambarkan dengan graf atau pohon.

1. Sistem Gugur

Pada sistem gugur, seluruh peserta pertandingan akan ditempatkan untuk bertanding satu sama lain. Pihak yang kalah akan langsung tereleminasi dan tidak akan melawan pemain lainnya.representasi yang cocok digunakan untuk memodelkan sistem gugur ini biasanya digunakan pohon biner. Setiap kali ronde tanding akan menyisakan setengah jumlah pemain untuk bertanding ke ronde berikutnya.

Karena di dalam sistem gugur setiap rondenya berkurang pemain, dapat dilihat hubungannya: jumlah tanding akan sebanyak n-1 kali, dengan n adalah banyaknya peserta di awal turnamen. Jika pohon condong (daun-daunnya tidak sama tinggi) maka dapat dilakukan sistem *bye*, yaitu tim terpilih bisa langsung melaju ke ronde berikutnya tanpa bertanding di ronde pertama. Penentuan tim yang mendapatkan *bye* bisa bermacam-macam, diundi, atau berdasarkan hasil peserta tersebut di turnamen sebelumnya.



Gambar 3.4 Sistem Gugur

2. Sistem Kompetisi

Sistem kompetisi adalah sistem yang setiap pesertanya akan bertanding dengan seluruh peserta lain, *round-robin* adalah salah satu contoh sistem kompetisi.

Pada sistem setengah kompetisi (*round-robin)* masing-masing peserta hanya bertemu lawan yang sama sebanyak satu kali. Pada sistem kompetisi penuh (*double round-robin)* setiap peserta akan bertemu lawan yang sama sebanyak 2 kali. Sistem kompetisi penuh lebih sering digunakan pada kompetisi olahraga yang para pesertanya memiliki tempat tanding masing-masing, sehingga dapat dilakukan pertandingan secara *home-away*. Sistem ini lebih disukai karena menghilangkan faktor "rumah" yang membuat lawan yang bertanding tidak nyaman dengan kondisi tempat lawan dan juga banyaknya pendukung yang datang.

Pemanfaatan kedua sistem ini dalam pemodelan graf atau pohon yaitu dapat dihitung jumlah pertandingan yang akan dilakukan sesuai dengan jumlah peserta awal.

Selain itu, dengan mengetahui jumlah pertandingan yang akan dilakukan pada suatu turnamen, maka akan dapat mudah dilakukan perencanaan terhadap waktu berjalannya turnamen, tempat atau rungan yang akan dipakai untuk keberjalanan turnamen, serta jadwal pertandingan yang sesuai untuk turnamen tersebut.

IV. KESIMPULAN

Suatu turnamen dapat dimodelkan sebagai graf berarah. Graf berarah turnamen memiliki beberapa kondisi dan ciri, salah satunya adalah graf tersebut harus memiliki tepat 1 lintasan Hamilton. Dengan menggunakan graf berarah sebagai pemodelan turnamen, dapat ditentukan siapa pihak atau pemain yang unggul dalam suatu sistem pertandingan. Caranya adalah dengan menghitung dan melakukan kalkulasi terhadap matriks ketetangaan yang dimiliki oleh turnamen tersebut. Selain dengan representasi graf berarah, ada juga representasi lain yang dapat dimanfaatkan untuk sistem pertandingan.

Dengan Graf dominansi berarah, kita dapat melihat kecenderungan berjalannya suatu turnamen dan pertandingan dengan mempertimbangkan keunggulan seorang pemain atau tim yang bertanding.

Makalah ini dibuat tanpa mendukung perbuatan perjudian atau semacamnya. Bahasan yang terdapat di dalam makalah ini murni sebagai bahan pembelajaran dan perkembangan ilmu pengetahuan, walaupun terdapat unsur prediksi pertandingan.

REFERENSI

[1] Munir, Rinaldi. 2016. Matematika Diskrit Revisi 6. Bandung: Penerbit Informatika Institut Teknologi Bandung.

[2] http://mathworld.wolfram.com/AdjacencyMatrix.html. Diakses 3 Desember 2017

[3] http://aix1.uottawa.ca/~jkhoury/graph.htm. Diakses 3 Desember 2017

[4] https://www.math.ucdavis.edu/~daddel/linear_algebra_appl/Applications/GraphTheory/GraphTheory_9_17/node11.html. Diakses 3 Desember 2017

[5] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/8-tournament-transitive.svg. Diakses 3 Desember 2017

[6] https://dota2.gamepedia.com/The_International_2017/Group_Stage. Diakses 3 Desember 2017

[7] http://www.olahragakesehatanjasmani.com/2015/05/memahami-sistem-gugur-dalam.html. Diakses 3 Desember 2017

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017

Nicolaus Boby - 13516077