Penerapan Aljabar Boolean pada Rangkaian Pensaklaran

Krishna Aurelio Noviandri, 13516108
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13516108@students.stei.itb.ac.id

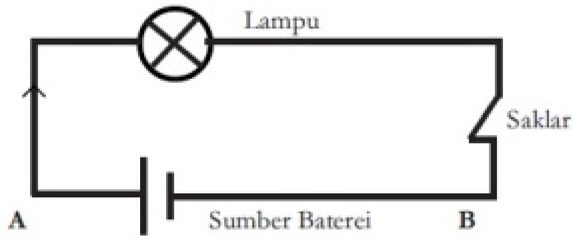
***Abstract*—Aljabar boolean adalah salah satu bahasan di matematika diskrit. Aljabar boolean adalah konsep yang memiliki peranan penting dalam kehidupan modern ini. Aplikasi aljabar boolean sangat banyak salah satunya yaitu saklar. Saklar memiliki fungsi yang sangat signifikan pada seluruh benda elektronik sekarang. Saklar memungkinkan benda elektronik untuk mati tanpa harus mencabutnya. Kegunaan saklar bisa diefektifkan dengan menerapkan konsep aljabar boolean dengan benar. Seperti ketika konslet maka saklar akan memutuskan listrik supaya barang-barang elektronik tidak rusak.**

***Keywords*—Aljabar Boolean, Saklar, efektif.**

I. INTRODUCTION

Dalam dunia yang serba modern ini, semua orang sudah menggunakan barang barang elektronik. Barang elektronik tersebut ada berbagai macam dan memiliki kegunaan yang berbeda beda. Salah satu contohnya yaitu lampu.

Lampu memiliki fungsi untuk menerangi. Lampu jalan berfungsi untuk menerangi jalan, lampu rumah berfungsi untuk menerangi rumah, lampu tidur digunakan saat mau tidur, dan sebagainya. Lampu tidak selalu menyala, pada siang hari lampu biasanya dimatikan. Akan tetapi, akan repot jika setiap pergantian siang dan malam kita harus melepas dan memasang lagi lampu ke sambungannya. Maka dari itu, sekarang orang orang menggunakan saklar.



Gambar 1.1 Rangkaian Lampu Sederhana dengan Saklar[5]

Saklar pada dasarnya hanya membuka dan menutup rangkaian sehinngga ketika kita tutup rangkaian akan tersambung dan lampu akan menyala.Begitu juga sebaliknya, ketika rangkaian listrik dibuka maka lampu akan mati. Konsep saklar ini didasari dari Konsep Aljabar Boolean.

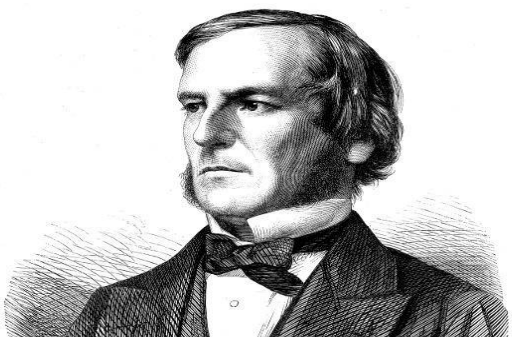
Konsep aljabar boolean sangatlah berguna dan memiliki banyak peranan, tidak hanya pada saklar, komputer yang sering kita gunakan juga didasari konsep aljabar boolean.

Aplikasi dari aljabar boolean sangatlah banyak, tidak hanya pada saklar, contohnya seperti komputer yang sering kita gunakan, pada awalnya didasari dari konsep aljabar boolean.

II. TEORI

Teori Dasar

1. Sejarah Aljabar Boolean



Gambar 2.1 George Boole[6]

Konsep dasar Al-Jabar Boole atau Aljabar Boolean pertama kali dikemukakan oleh seorang matematissi inggris bernama George Boole, pada tahun 1854. Boole menyadari bahwa himpunan dan logika proposisi mempunyai sifat-sifat yang serupa dan mendefinisikan istilah tersebut pertama kali sebagai bagian dari sistem logika. Dalam bukunya “The Laws of Thought” Boole memaparkan aturan-aturan dasar logika yang membentuk struktur matematika yang disebut dengan aljabar boolean. Akan tetapi, konsep tersebut membutuhkan waktu yang cukup lama untuk disadari kegunaannya.

Gambar 2.2 Claude Shannon[7]

Pada tahun 1938 Claude Shannon, seorang ahli komunikasi, memanfaatkan dan menyempurnakan konsep aljabar boolean.

Teori ini memegang peranan yang sangat penting, tidak hanya pada teori logika, tetapi juga pada bidang-bidang lain seperti teori peluang, teori informasi, teori himpunan, dan sebagainya. Teori ini memiliki banyak sekali digunakan seperti dalam perancangan rangkaian pensaklaran, rangkaian digital, dan rangkaian IC (Integrated Circuit) pada komputer. Teori ini juga dipakai untuk merancang komputer elektronik yang kita gunakan sekarang.

2. Konsep Aljabar Boolean

Aljabar Boolean hanya memiliki dua keadaan/nilai yaitu 0(False) dan 1(True). Aljabar boolean memiliki dua operasi biner yaitu OR/Penjumlahan(+) dan AND/Perkalian(.) juga operasi uner ('). Operasi OR akan akan menghasilkan 0 jika kedua operannya 0, sedangkan operasi AND akan menghasilkan 1 jika kedua operannya 1.Operasi uner(') akan membalikkan nilai operan, yang awalnya bernilai 1 menjadi 0 begitu juga sebaliknya.

Dalam artikel "Definisi dan Aksioma Aljabar Boolean"[4], Aljabar Boolean adalah sistem aljabar yang berisi set S dengan dua operasi biner yakni penjumlahan (+) dan perkalian (.) yang didefinisikan pada set itu sehingga memenuhi ketentuan berikut:

- Tertutup terhadap operasi penjumlahan dan perkalian, ada unsur identitas penjumlahan dan perkalian, memenuhi sifat komutatif penjumlahan dan perkalian, memenuhi sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan, memenuhi sifat distributif penjumlahan terhadap perkalian, untuk setiap unsur S mempunyai komplemen terhadap operasi penjumlahan dan perkalian, dan memenuhi sifat asosiatif penjumlahan dan perkalian.
- Setiap unsur S adalah 'idempotent', yaitu jika a S, maka a.a = a dan a + a = a.

  Secara definisi aljabar boolean yaitu,

DEFINISI. Misalkan B adalah himpunan yang didefinisikan pada dua operator biner, + dan ·, dan sebuah operator uner, '. Misalkan 0 dan 1 adalah dua elemen yang berbeda dari B. Maka, tupel

$$<B, +, \cdot, ', 0, 1>$$

disebut **aljabar Boolean** jika untuk setiap $a, b, c \in B$ berlaku aksioma berikut:

1. Identitas
   (i) $a + 0 = a$
   (ii) $a \cdot 1 = a$

2. Komutatif
   (i) $a + b = b + a$
   (ii) $a \cdot b = b \,.\, a$

3. Distributif
   (i) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
   (ii) $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$

4. Komplemen
   Untuk setiap $a \in B$ terdapat elemen unik $a' \in B$ sehingga
   (i) $a + a' = 1$
   (ii) $a \cdot a' = 0$

Gambar 2.3 Definisi Aljabar Boolean [1]

Dari definisi diatas, Elemen-elemen himpunan B tidak ditentukan nilainya. Maka dari itu akan ada banyak sekali aljabar boolean. Dari definisi tersebut, bisa dikatakan bahwa Aljabar himpunan dan Aljabar Proposisi juga termasuk ke dalam aljabar boolean karena memenuhi keempat aksioma diatas. Dengan kata lain, aljabar proposisi dan aljabar himpunan adalah himpunan bagian atau subset dari aljabar boolean.

3. Aljabar Boolean 2 Nilai

Aljabar Boolean yang terkenal dan memiliki terapan yang luas adalah aljabar Boolean dua- nilai (*two-valued Boolean algebra*). Aljabar Boolean dua-nilai didefinisikan pada sebuah himpunan *B* dengan dua buah elemen 0 dan 1 (sering dinamakan *bit* – singkatan dari *binary digit*), yaitu B = {0, 1}, operator biner, + dan operator uner, '. Kaidah untuk operator biner dan operator uner ditunjukkan pada Tabel di bawah ini.

a	b	$a \,.\, b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabel 0.1 Kaidah Operasi

a	b	$a + b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabel 0.2 kaidah operasi +

a	a'
0	1
1	0

Tabel 0.3 kaidah operasi '

Gambar 2.4 Tabel Kaidah Operasi Aljabar Boolean 2 Nilai[3]

Dari Penjelasan diatas, bisa dikatakan bahwa aljabar boolean 2 nilai telah memenuhi keempat aksioma aljabar boolean. Maka dari itu, aljabar boolean 2 nilai juga memenuhi hukum hukum aljabar boolean. Hukum-hukum aljabar boolean terdapat pada tabel dibawah ini.

1. Hukum identitas: (i) $a + 0 = a$ (ii) $a \cdot 1 = a$	2. Hukum idempoten: (i) $a + a = a$ (ii) $a \cdot a = a$
3. Hukum komplemen: (i) $a + a' = 1$ (ii) $aa' = 0$	4. Hukum dominansi: (i) $a \cdot 0 = 0$ (ii) $a + 1 = 1$
5. Hukum involusi: (i) $(a')' = a$	6. Hukum penyerapan: (i) $a + ab = a$ (ii) $a(a + b) = a$
7. Hukum komutatif: (i) $a + b = b + a$ (ii) $ab = ba$	8. Hukum asosiatif: (i) $a + (b + c) = (a + b) + c$ (ii) $a (b c) = (a b) c$
9. Hukum distributif: (i) $a + (b c) = (a + b) (a + c)$ (ii) $a (b + c) = a b + a c$	10. Hukum De Morgan: (i) $(a + b)' = a'b'$ (ii) $(ab)' = a' + b'$
11. Hukum 0/1 (i) $0' = 1$ (ii) $1' = 0$	

Gambar 2.5 Hukum-Hukum Aljabar Boolean[1]

4.Fungsi Boolean

Fungsi Boolean (disebut juga fungsi biner) adalah pemetaan dari B^n ke B melalui ekspresi boolean, kita menuliskannya sebagai

$$f:B^n \rightarrow B$$

yang dalam hal ini B^n adalah himpunan yang beranggotakan pasangan terurut ganda-n (ordered n-tuple) di dalam daerah asal B.

Setiap ekspresi boolean bisa dituliskan sebagai fungsi booelean. Ekspresi boolean dalam bentuk fungsi dapat dituluiskan ke dalam 2 bentuk yang berbeda.

- Minterm: suku(term) di dalam ekspresi boolean mengandung literal yang lengkap dalam bentuk hasil kali.
- Maxterm: suku(term) di dalam ekspresi boolean mengandung literal yang lengkap dalam bentuk hasil jumlah.

Ekspresi Boolean yang dinyatakan sebagai penjumlahan dari satu atau lebih minterm atau perkalian dari satu atau lebih maxterm disebut dalam bentuk kanonik.

2 macam bentuk kanonik:

- 1. Penjumlahan dari hasil kali (SOP)
- 2. Perkalian dari hasil jumlah (POS)

Berikut contoh tabelnya :

		Minterm		*Maxterm*	
x	y	Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	$x'y'$	m_0	$x + y$	M_0
0	1	$x'y$	m_1	$x + y'$	M_1
1	0	xy'	m_2	$x' + y$	M_2
1	1	$x\,y$	m_3	$x' + y'$	M_3

			Minterm		*Maxterm*	
x	y	z	Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x'y\,z'$	m_2	$x + y'+z$	M_2
0	1	1	$x'y\,z$	m_3	$x + y'+z'$	M_3
1	0	0	$x\,y'z'$	m_4	$x'+ y + z$	M_4
1	0	1	$x\,y'z$	m_5	$x'+ y + z'$	M_5
1	1	0	$x\,y\,z'$	m_6	$x'+ y'+ z$	M_6
1	1	1	$x\,y\,z$	m_7	$x'+ y'+ z'$	M_7

Gambar 2.6 Contoh tabel Minterm dan Maxterm[8]

5. Rangkaian Logika

Rangkaian logika adalah rangkaian yang menerapkan dasar-dasar logika dalam pemakaiannya. Dasar-dasar logika adalah operasi yang menerapkan Pada umumnya rangkaian logika menggunakan gerbang-gerbang logika yang terintegrasi dalam satu IC.

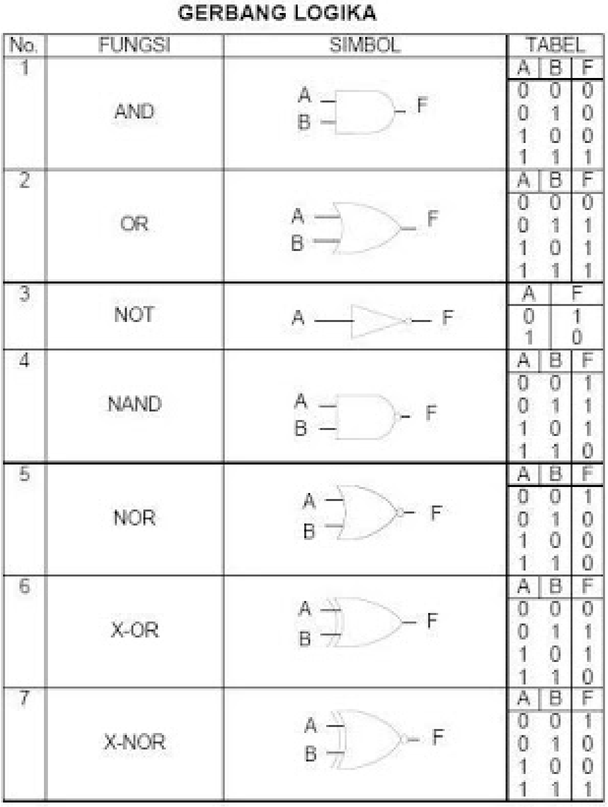
Gerbang logika dapat mengkondisikan input - input yang masuk kemudian menjadikannya sebuah output yang sesuai dengan apa yang ditentukan olehnya. Terdapat tiga gerbang logika dasar, yaitu : gerbang AND, gerbang OR, gerbang NOT. Ketiga gerbang ini menghasilkan empat gerbang berikutnya, yaitu : gerbang NAND, gerbang NOR, gerbang XOR, gerbang XAND.

Gerbang NOR sering juga disebut dengan istilah Inverter. Logika dari gerbang ini adalah membalik apa yang di input kedalamnya, biasanya hanya terdiri dari satu kaki saja. Ketika input bernilai 1 maka output bernilai 0 dan begitu pula sebaliknya.

Gerbang AND memiliki karakteristik logika diman input masuk bernilai 0 maka outpunya akan bernilai 0. Jika kedua input bernilai 1 maka output juga akan bernilai 1.

Gerbang OR dapat dikatakan memiliki karkteristik memihak 1, diman karakteristiknya mempunyai logika selalu ber output 1 apabila ada 1 saja input bernilai.

Berikut Tabel Gerbang Logika



GERBANG LOGIKA

No.	FUNGSI	SIMBOL	TABEL
1	AND	A B F	A B F 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
2	OR	A B F	A B F 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1
3	NOT	A F	A F 0 1 1 0
4	NAND	A B F	A B F 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0
5	NOR	A B F	A B F 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
6	X-OR	A B F	A B F 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0
7	X-NOR	A B F	A B F 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1

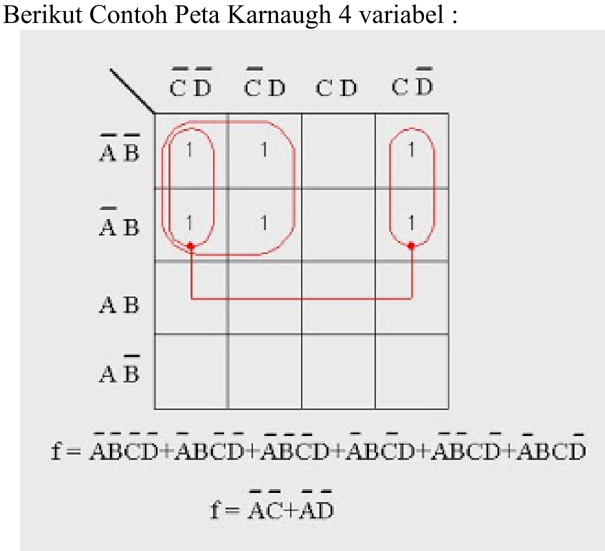
Gambar 2.7 Tabel Gerbang Logika[9]

6. Peta Karnaugh

Peta Karnaugh adalah penjelasan tentang fungsi tabel kebenaran Bool dalam bentuk gambar. Salah satu Tujuan dari peta karnaugh adalah untuk menyederhanakan fungsi Bool, biasanya hanya bisa sampai lima variabel. Jika lebih dari 5 variabel, akan sulit untuk menyederhanaknnya dengan metode ini.

Peta Karnaugh berisi beberapa kotak, setiap persegi adalah salah satu segmen dari persamaan boolean. Jumlah kotak tergantung pada jumlah variabel. Peta karnaugh dengan dua variabel, hanya terdiri dari 4 persegi, untuk tiga variabel akan terdiri dari 8 persegi, untuk empat variabel akan terdiri dari 16 persegi, untuk 5 variabel akan terdiri dari 32 persegi.

Berikut Contoh Peta Karnaugh 4 variabel :



Gambar 2.8 Peta Karnaugh[10]

dari gambar diatas, bisa dilihat penyerdehanaan peta karnaugh dimulai dari mencari pasangan persegi yang bernilai 1 sebanyak mungkin dan saling bersisian dengan urutan prioritas dari yang Oktet(delapan), Quad(empat),baru pasangan(dua).

III. Penggunaan Konsep Aljabar Boolean Pada Rangkaian Pensaklaran

Saklar adalah objek yang hanya mempunyai dua buah keadaan yaitu buka dan tutup. Hal ini sangat cocok untuk diterapkan dengan konsep aljabar boolean.

Berikut adalah tiga bentuk gerbang yang paling sederhana :

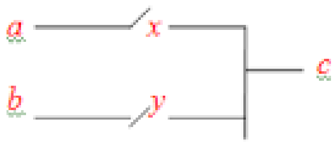
1.

Gerbang ini adalah gerbang yang paling sederhana, output ke b jika dan hanya jika gerbang/saklar x tersambung atau bernilai 1. x jika ditulis dalam bentuk fungsi boolean.

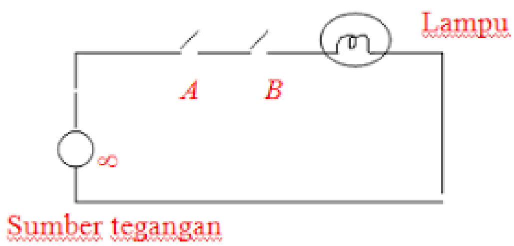
2.

Gerbang ini adalah gerbang seri yang sederhana, output ke b jika dan hanya jika gerbang x dan y keduanya tersambung atau bernilai 1. xy jika ditulis dalam bentuk fungsi boolean.

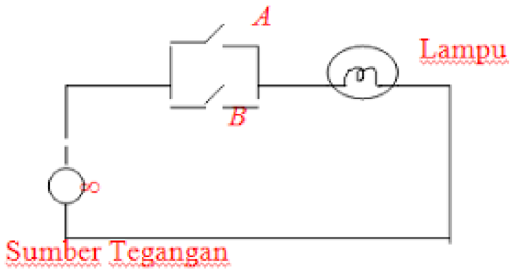
3.



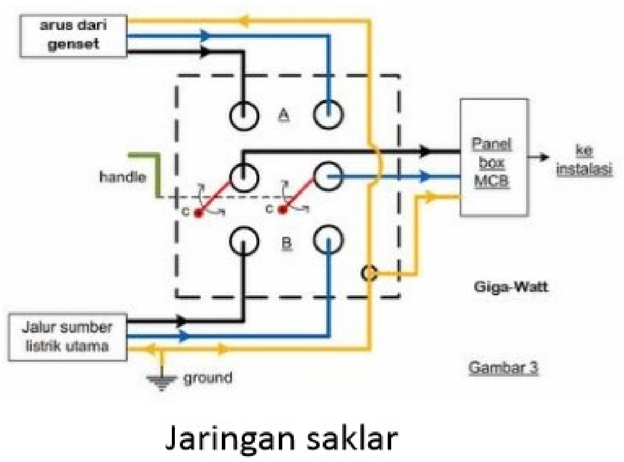
Gerbang ini adalah gerbang parallel yang sederhana, output ke b jika dan hanya jika salah satu dari gerbang x atau y tersambung atau bernilai 1. x + y jika ditulis dalam bentuk fungsi boolean.



Gambar diatas adalah salah satu contoh rangkaian dari gerbang seri. Lampu tidak akan mendapatkan sumber tegangan / menyala bila salah satu dari saklar A atau B terlepas, kedua duanya harus tersambung. Rangkaian ini memiliki beberapa kerugian, yaitu bila salah satu saklarnya mati atau terputus maka semua lampu yang tersambung juga akan mati,dan jika dipasang lebih dari satu lampu nyalanya tidak akan sama terang. Keuntungan dari menggunakan rangkaian ini yaitu hemat biaya karena tidak memerlukan banyak kabel dan saklar(satu saklar sudah cukup).



Gambar diatas adalah salah satu contoh rangkaian dari gerbang parallel. Lampu akan mendapatkan tegangan bila salah satu dari saklar A atau B tersambung, baru akan mati bila kedua duanya terlepas. Rangkaian ini memiliki beberapa keuntungan, jika salah satu saklar mati lampu masih menyala, dan jika dipasang dua lampu atau lebih secara parallel nyalanya akan sama terang.



Gambar 2.8 Contoh Jaringan Saklar [1]

Jika dilihat di rumah rumah biasanya setiap saklar tersambung secara seri dengan satu lampu, dan antar lampu di tiap ruangan terhubung secara parallel. Berbeda dengan di Ruang kuliah, biasanya satu saklar terhubung secara seri dengan dua buah lampu atau lebih dengan lokasi yang dekat, misalnya dua lampu yang posisinya didepan didekat dengan papan tulis akan dihubungkan xseri, karena kedua lampu tersebut memiliki fungsi yang sama dan akan boros jika harus dipasang saklar untuk setiap lampu.

Hal diatas bisa diterapkan menggunakan teori aljabar boolean. Dalam aljabar boolean, barang barang elektronik yang memiliki fungsi sama bisa digabungkan dengan AND dan barang barang elektronik yang memiliki fungsi berbeda digabungkan dengan OR.

Contoh:

1. Dua buah lampu dengan fungsi sama (A dan B)
2. Microwave (M)
3. Pompa Air (P)

Dua buah lampu yang memiliki fungsi sama akan digabungkan dengan OR menjadi A + B. karena, dua lampu microwave dan pompa air memiliki fungsi yang berbeda, maka akan digabungkan dengan AND menjadi (A + B)MP.dari sana bisa mendapatkan bahwa hanya diperlukan tiga saklar untuk kasus tersebut.Jika hasil tersebut diubah kedalam bentuk kanonik SOP, menjadi AMP + BMP.

IV. KESIMPULAN

Dari penjelasan diatas, dapat disimpulkan bahwa penggunaan aljabar boolean bisa diterapkan untuk mempermudah menggambarkan masalah mengenai rangkaian pensaklaran. Setelah diubah menjadi bentuk fungsi boolean fungsi tersebut bisa disederhanakan lalu ditentukan rangkaian saklar yang diperlukan.

Dalam menentukan mana yang menjadi OR atau AND perlu diperhatikan sesuai dengan kegunaan barang elektroniknya. Dan disarankan agar barang barang yang membutuhkan tegangan tinggi tidak dihubungkan secara seri, tetapi secara parallel supaya pembagian tegangannya tidak boros.

REFERENCES

[1] http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2016-2017/Aljabar-Boolean-2016.pdf diakses tanggal 3/12/2017, pukul 14:00

[2] https://www.scribd.com/doc/77540745/Aljabar-Boolean diakses tanggal 3/12/2017, pukul 14:00

[3] http://allelearnings.blogspot.co.id/2013/11/sejarah-dan-konsep-aljabar-boolean.html diakses tanggal 3/12/2017, pukul 14:00

[4] http://www.academia.edu/5978648/1_DEFINISI_DAN_AKSIOMA_ALJABAR_BOOLEAN diakses tanggal 3/12/2017, pukul 14:40

[5]http://fisikazone.com/rangkaian-listrik/ diakses tanggal 3/12/2017, pukul 15:00

[6] http://www.independent.co.uk/news/science/five-things-you-didn-t-know-about-george-boole-a6717401.html diakses tanggal 3/12/2017, pukul 15:20

[7]http://marconisociety.org/claude-shannon-documentary-coming-from-ieee/ diakses tanggal 3/12/2017, pukul 15:20

[8]https://www.slideshare.net/riyanassyahidah/aljabar-boolean-mk-matematika-diskrit diakses tanggal 3/12/2017, pukul 16:00

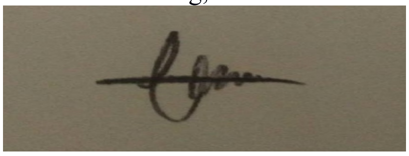
[9]http://antarberita.blogspot.co.id/2013/02/pengertian-rangkaian-logika-dasar.html diakses tanggal 3/12/2017, pukul 17:00

[10] http://cael-two.blogspot.co.id/2010/09/karnaugh-map-peta-karnaugh.html diakses tanggal 3/12/2017, pukul 19:30

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017



Krishna Aurelio Noviandri, 13516108