

Pencarian Lintasan Hamilton Terpendek untuk Taktik *Safe Full Jungle Clear* dalam Permainan *League of Legends*

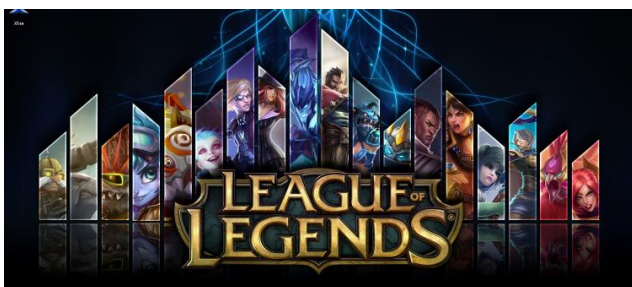
Reinaldo Ignatius Wijaya 13515093
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13515093@std.stei.itb.ac.id
rei_iw@hotmail.com

Abstrak—Makalah ini akan membahas salah satu penerapan teori dari Matematika Diskrit dalam sebuah permainan *online* yang bernama *League of Legends*. Permainan ini sangat populer di kalangan internasional, permainan ini sudah mempertahankan posisinya sebagai permainan yang paling sering dimainkan di dunia. Secara khusus makalah ini akan menjelaskan tentang penerapan Lintasan Hamilton untuk taktik *Safe Full Jungle Clear* dalam permainan *League of Legends*.

Kata Kunci—*Jungler*, Lintasan Hamilton

I. PENDAHULUAN

League of Legends atau biasa disebut LoL, adalah permainan ber-genre *Multiplayer Online Battle Arena* (MOBA). Dalam permainan ini, pemain akan mengendalikan satu karakter pada salah satu dari dua tim yang ada. Tujuan dari permainan ini adalah menghancurkan *Nexus* (nama dari bangunan utama suatu tim) milih tim lawan. Tiap tim akan dibantu oleh karakter-karakter kecil (biasa disebut *creep*) yang akan muncul secara periodik dan bergerak secara otomatis untuk menyerang musuh di sepanjang jalur menuju *Nexus*.

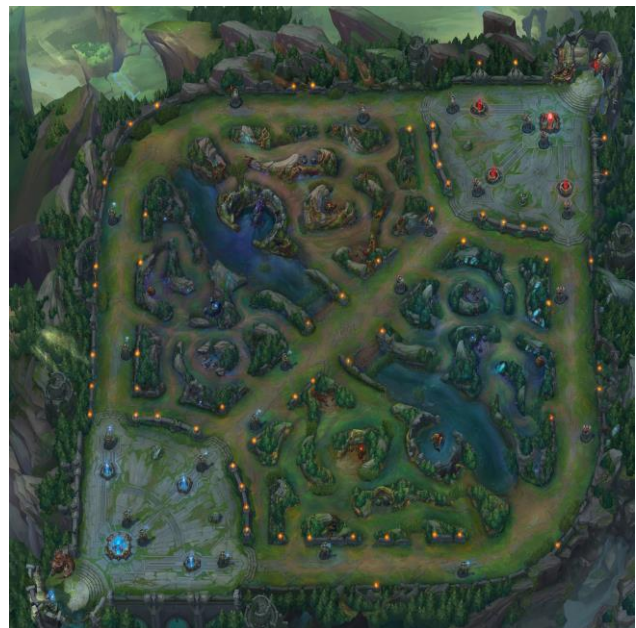


Gambar 1.1 Logo *League of Legends* beserta beberapa karakternya. (Sumber:

<https://games.openmandriva.org/wp-content/uploads/2015/05/hc6k-Custom.png>)

Suatu tim dalam permainan *League of Legends* akan terdiri dari 5 orang pemain. Masing-masing pemain dalam

tim akan memiliki peran yang berbeda-beda. Salah satu dari peran tersebut adalah *Jungler*. Pada umumnya, pemain akan meningkatkan *level*-nya pada fase awal permainan dengan membunuh *creep* yang ada pada jalur-jalur menuju *Nexus* ataupun membunuh anggota tim lawan. Namun *jungler* adalah peran yang paling unik di antara 5 peran yang ada. *Jungler* akan meningkatkan levelnya dengan membunuh monster-monster yang ada di hutan yang terletak di antara jalur-jalur menuju *Nexus*. Untuk itu, *jungler* biasanya menggunakan *summoner spell* (nama skill yang tidak bergantung pada karakter yang digunakan) khusus bernama *smite* untuk membantunya membunuh monster-monster di hutan yang relative lebih kuat daripada *creep*. Selain *summoner spell*, *item* yang dibeli oleh *jungler* dalam permainan juga dikhususkan untuk membunuh monster-monster hutan. Seorang *jungler* biasanya akan keluar dari hutannya jika rekan satu timnya memerlukan bantuan.



Gambar 1.2 Peta Permainan *League of Legends* (Sumber: <http://imgur.com/HRgupVM>)

Sebagai seorang *jungler*, pemain akan memilih monster hutan mana saja yang akan ia bunuh dan bagaimana urutannya. Untuk melakukan pilihan tersebut, *jungler* harus mempertimbangkan banyak hal seperti karakter yang ia mainkan, karakter yang *jungler* lawan mainkan, situasi rekan-rekan timnya pada masing-masing jalur, dan lain lain. Salah satu taktik yang biasa dilakukan oleh *jungler* adalah *Safe Full Clear*. *Safe Full Clear*, artinya *jungler* akan membunuh semua monster yang berada pada hutannya tanpa kembali ke markas ataupun ke suatu jalur untuk membantu temannya. Taktik ini dilakukan jika *jungler* merasa rekannya dapat bertahan tanpa bantuan dari dirinya, dan tidak ada bahaya yang mengancam pada hutan seperti *jungler* musuh yang datang. Keunggulan dari taktik ini adalah *jungler* dapat meningkatkan levelnya relatif lebih cepat disbanding dengan taktik yang lain. Jika dilakukan dengan benar, taktik ini akan berhasil dilakukan dalam waktu yang sangat singkat. Untuk melakukannya dengan benar, diperlukan keterampilan *jungler* dalam memainkan karakternya agar dapat membunuh monster secepat mungkin dan yang paling penting adalah pemilihan rute yang tepat untuk membunuh monster-monster yang ada. Jika tempat-tempat monster berada direpresentasikan sebagai simpul dan jalan-jalan pada peta permainan dijadikan sisi, maka akan didapat sebuah graf. Karena tujuan *Safe Full Clear* adalah membunuh semua monster yang ada, maka dapat dikatakan bahwa *Safe Full Clear* mencari lintasan Hamilton dari graf tersebut.

II. GRAF

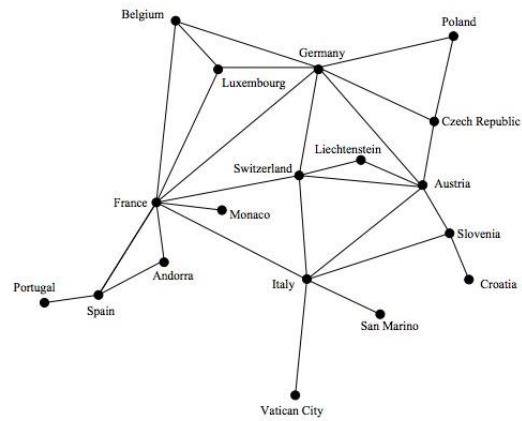
Graf merupakan salah satu cara merepresentasikan objek-objek diskrit beserta hubungan antar objek-objek diskrit tersebut. Secara matematis graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) . Biasanya graf ditulis dengan notasi $G = (V, E)$. V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*).

$$V = \{ v_1, v_2, \dots, v_n \}$$

Dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan dua buah simpul.

$$E = \{ e_1, e_2, \dots, e_n \}$$

Salah satu contoh objek yang dapat direpresentasikan sebagai sebuah graf adalah peta. Kota-kota dalam peta tersebut akan direpresentasikan simpul-simpul dari graf. Sedangkan jalan-jalan yang menghubungkan kota-kota tersebut akan direpresentasikan sebagai sisi dari graf.

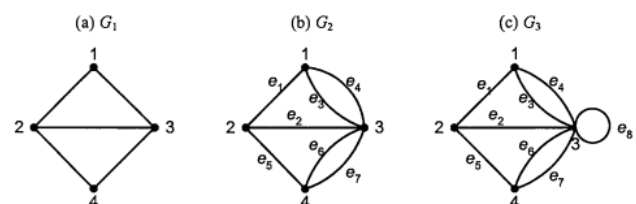


Gambar 2.1 Graf yang merepresentasikan sebagian peta Eropa (Sumber: <https://blogs.scientificamerican.com/roots-of-unity/files/2013/03/europe-graph-no-map.jpg>)

A. Jenis-jenis Graf

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda, graf dapat dikelompokkan menjadi:

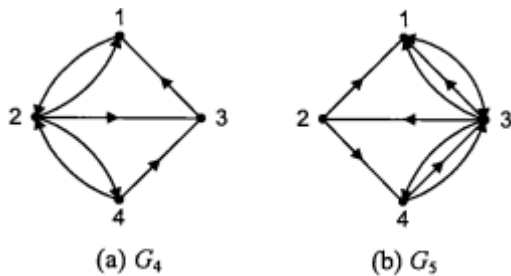
1. Graf sederhana (*simple graph*)
Graf sederhana tidak memiliki gelang (sisi yang menghubungkan suatu simpul dengan dirinya sendiri), ataupun sisi-ganda (terdapat lebih dari satu sisi yang menghubungkan dua buah simpul).
2. Graf tidak sederhana (*unsimple graph*)
Graf tidak sederhana memiliki gelang atau sisi-ganda. Graf yang memiliki sisi-ganda disebut juga graf ganda. Graf yang memiliki gelang disebut juga graf semu.



Gambar 2.2 (a) graf sederhana, (b) graf ganda, (c) graf semu (Sumber: Diktat Matematika Diskrit Rinaldi Munir)

Berdasarkan ada tidaknya orientasi arah pada sisi, graf dapat dikelompokkan menjadi:

1. Graf tak-berarah (*undirected graph*)
Graf tak-berarah tidak mempunyai orientasi arah pada sisi-sisinya, sehingga hubungan antar simpul yang dihubungkan oleh suatu sisi selalu mutual (timbang balik).
2. Graf berarah (*directed graph* atau *digraph*)
Graf berarah mempunyai orientasi arah pada sisi-sisinya, sehingga hubungan antar simpul yang dihubungkan oleh suatu sisi tidak selalu mutual.



Gambar 2.3 (a) graf berarah, (b) graf-ganda berarah (Sumber: Diktat Matematika Diskrit Rinaldi Munir)

B. Terminologi Dasar Graf

Berikut adalah beberapa terminology dasar pada graf.

1. Bertetangga (*adjacent*)
Dua buah simpul dikatakan bertetangga apabila kedua simpul tersebut dihubungkan oleh sebuah sisi.
2. Bersisian (*incident*)
Sebuah simpul dikatakan bersisian dengan suatu sisi apabila sisi tersebut menghubungkan simpul tersebut dengan simpul yang lain.
Derajat (*degree*)
Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.
3. Lintasan (*path*)
Lintasan adalah barisan berselang-seling antara simpul dan sisi dari suatu simpul ke simpul lain.
4. Siklus (*cycle*) atau sirkuit (*circuit*)
Siklus atau sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
5. Terhubung (*connected*)
Dua buah simpul dikatakan terhubung apabila terdapat lintasan yang menghubungkan kedua simpul tersebut
6. Upagraf (*subgraph*)
Suatu graf disebut upagraf dari suatu graf G apabila graf tersebut adalah bagian dari graf G .
7. Graf berbobot (*weighted graph*)
Graf berbobot adalah graf yang sisi-sisinya memiliki bobot yang biasanya direpresentasikan sebagai sebuah angka.

C. Graf Khusus

Berikut adalah beberapa graf khusus.

1. Graf lengkap (*complete graph*)
Graf lengkap adalah graf sederhana yang setiap simpulnya mempunyai sisi-sisi yang menghubungkannya dengan semua simpul lainnya. Setiap simpul pada graf lengkap dengan n buah simpul berderajat $n-1$. Graf lengkap dengan n buah simpul memiliki $n(n-1)/2$ sisi.
2. Graf lingkaran (*circle graph*)
Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua.
3. Graf teratur (*regular graph*)
Graf teratur adalah graf yang setiap simpulnya berderajat sama.

4. Graf bipartit (*bipartite graph*)

Graf bipartit adalah graf yang himpunan simpulnya dapat dibagi menjadi dua sehingga setiap sisi pada graf tersebut menghubungkan simpul ada di kedua himpunan tersebut.

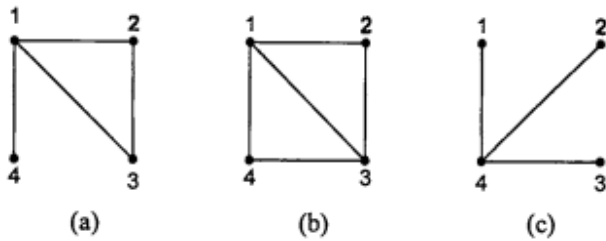
D. Representasi Graf

Berikut adalah beberapa cara dalam merepresentasikan sebuah graf.

1. Matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*)
Misalkan suatu graf memiliki n simpul. Maka akan dibentuk sebuah matriks berukuran $n \times n$. Tiap elemen dari matriks tersebut akan merepresentasikan keterhubungan antar simpul. Misalkan simpul a dan b bertetangga, maka elemen matriks dengan baris a dan kolom b akan bernilai 1. Jika a dan b adalah simpul-simpul yang tidak bertetangga, maka elemen matriks dengan baris a dan kolom b akan bernilai 0.
2. Matriks bersisian (*incidency matrix*)
Misalkan suatu graf memiliki n simpul dan m buah sisi. Maka akan dibentuk sebuah matriks berukuran $n \times m$. Baris akan merepresentasikan simpul, sedangkan kolom akan merepresentasikan kolom. Jika sebuah simpul a bersisian dengan sisi b maka elemen matriks dengan baris a dan kolom b akan bernilai 1. Jika simpul a tidak bersisian dengan sisi b maka elemen matriks dengan baris a dan kolom b akan bernilai 0.
3. Senarai ketetanggaan (*adjacency matrix*)
Sebuah senarai akan dibentuk dan berisikan simpul simpul mana saja yang bertetangga. Misal simpul a dan b bertetangga, maka (a,b) akan ditambahkan ke dalam senarai.

E. Lintasan dan Sirkuit Hamilton

Lintasan Hamilton adalah lintasan yang melalui semua simpul pada suatu graf tepat satu kali. Jika suatu lintasan Hamilton berakhir di simpul yang sama dengan simpul asalnya, lintasan tersebut disebut sirkuit Hamilton. Oleh karena itu sirkuit Hamilton adalah lintasan yang melalui setiap simpul pada graf tepat satu kali kecuali simpul asalnya yang dilalui tepat dua kali. Suatu graf yang memiliki sirkuit Hamilton disebut graf Hamilton. Sedangkan graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut graf semi-Hamilton.



Gambar 2.4 (a) graf semi-Hamilton, (b) graf Hamilton, (c) graf yang bukan graf Hamilton ataupun semi-Hamilton (Sumber: Diktat Matematika Diskrit Rinaldi Munir)

Berikut adalah beberapa teorema yang berhubungan dengan graf Hamilton.

1. Jika G adalah graf sederhana dengan n buah simpul ($n \geq 3$) sedemikian sehingga derajat tiap simpul paling sedikit $n/2$ (yaitu, $d(v) \geq n/2$ untuk setiap simpul v di G), maka G adalah graf Hamilton (Teorema Dirac).
2. Jika G adalah graf sederhana dengan n buah simpul ($n \geq 3$) sedemikian sehingga $d(v) + d(u) \geq n$ untuk setiap pasang simpul tidak-bertetangga u dan v , maka G adalah graf Hamilton.
3. Setiap graf lengkap adalah graf Hamilton.
4. Di dalam graf lengkap G dengan n buah simpul ($n \geq 3$) terdapat sebanyak $(n-1)/2$ buah sirkuit Hamilton.
5. Di dalam graf lengkap G dengan n buah simpul ($n \geq 3$ dan n ganjil), terdapat $(n-1)/2$ buah sirkuit Hamilton yang saling lepas (tidak ada sisi yang bersisian). Jika n genap dan $n \geq 4$, maka di dalam G terdapat $(n-2)/2$ buah sirkuit Hamilton yang saling lepas [2].

Untuk mencari lintasan Hamilton terpendek pada graf berbobot dengan n buah simpul, kita dapat menggunakan algoritma berikut:

1. Buatlah sebuah senarai ketetangaan dari graf tersebut dan sertakan pula bobotnya dalam senarai tersebut.
2. Buatlah semua upasenarai dari senarai yang telah dibuat dengan ukuran $n-1$
3. Urutkan semua upasenarai tersebut berdasarkan bobot total upasenarai tersebut dari yang terkecil sampai yang terbesar.
4. Lakukan pengecekan berikut pada dari upasenarai yang pertama sampai ada upasenarai yang memenuhi semua kondisi di bawah :
 - Semua simpul pada graf ada pada upasenarai
 - Semua simpul pada upasenarai berderajat dua kecuali dua buah simpul berderajat satu.
 - Semua simpul pada upasenarai terhubung satu sama lain.
5. Upasenarai pertama yang memenuhi kondisi di atas adalah lintasan Hamilton yang terpendek.

III. Pencarian Lintasan Hamilton Terpendek untuk Taktik *Safe Full Jungle Clear* dalam Permainan *League of Legends*

A. Mekanisme Permainan dan Jungle dalam *League of Legends*

Pembahasan yang dilakukan akan mengacu pada permainan *League of Legends* versi 6.23. Beberapa informasi yang disediakan tidak dijamin kebenarannya untuk versi lain.

Berikut adalah lokasi-lokasi monster pada peta permainan.



Gambar 3.1 Lokasi Monster Pada Peta Permainan (Sumber: Dokumen Pribadi)

Titik-titik kuning pada Gambar 3.1 merupakan lokasi monster pada peta. Sedangkan angka-angka pada titik-titik tersebut melambangkan jenis monster yang ada di tempat tersebut. Berikut adalah keterangan untuk tiap tipe monster yang ada.

No.	Nama	Waktu kemunculan
1	<i>Gromp</i>	1:50
2	<i>Blue Sentinel</i>	1:40
3	<i>Murk Wolves</i>	1:50
4	<i>Raptors</i>	1:50
5	<i>Red Brambleback</i>	1:40
6	<i>Krugs</i>	1:50

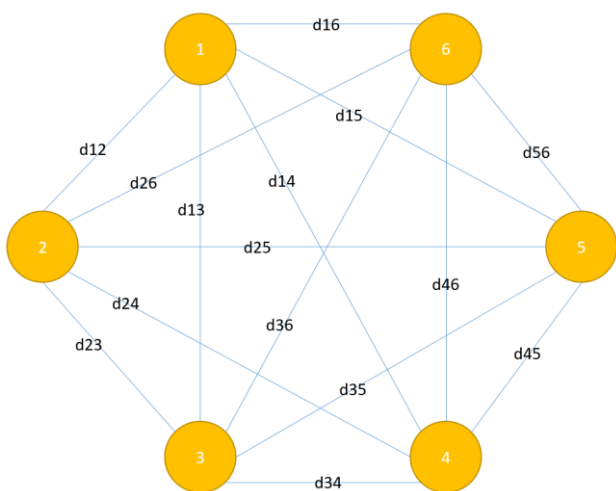
Tabel 3.1 Informasi Monster (Sumber: Dokumen Pribadi)

Dari table di atas, dapat diketahui bahwa semua monster akan muncul ketika permainan sudah berlangsung 1 menit dan 50 detik kecuali untuk *Blue Sentinel* dan *Red Brambleback*. Kedua monster tersebut akan muncul setelah permainan telah berlangsung 1 menit dan 40 detik.

Taktik *Safe Full Jungle Clear* hanya akan membunuh monster-monster hutan yang ada di hutan milik pemain. Misalnya pemain ada pada tim biru, maka hutan milik pemain hanyalah bagian di bawah batas merah pada Gambar 3.1.

B. Konversi Lokasi Monster Menjadi Graf

Pada Gambar 3.1, dapat dilihat bahwa terdapat 6 *Camp* (Lokasi Monster Berada) yang harus dikunjungi pemain (sisanya terdapat di hutan milik musuh) untuk melawan monster di tempat tersebut. Hal ini berarti akan terdapat 6 simpul pada graf yang akan dibuat. Pemain juga dapat berpindah dari *Camp* manapun ke semua *Camp* lain yang artinya setiap simpul pada graf memiliki sisi-sisi yang menghubungkan simpul tersebut ke semua simpul lainnya. Setiap sisi pada graf yang akan dibuat akan memiliki bobot masing-masing. Bobot tersebut akan merepresentasikan waktu yang diperlukan untuk berpindah dari satu simpul ke simpul lainnya melalui jalur terpendek dapat ditempuh. Dari informasi-informasi tersebut maka dapat disimpulkan bahwa graf yang akan dihasilkan adalah graf berbobot, lengkap dengan 6 buah simpul. Berikut adalah graf yang dihasilkan. Berdasarkan teorema no.3 pada bab sebelumnya, kita dapat menyimpulkan bahwa graf yang terbentuk adalah graf Hamilton.



Gambar 3.2 Graf Camp Monster dalam Permainan League of Legends (Sumber: Dokumen Pribadi)

Bobot tiap sisi dimisalkan dengan huruf “dxy”, dengan x dan y ($x < y$) adalah nama simpul yang dihubungkan sisi tersebut. Misalnya jarak antara *Camp* 3 dan 5 akan disebut “d35”. Bobot tiap sisi tidak dapat dipastikan karena bobot tersebut merupakan representasi waktu (jarak / kecepatan) di mana kecepatan bergerak tiap-tiap karakter dalam permainan *League of Legends* bervariasi.

C. Pencarian Lintasan Hamilton Terpendek pada Graf Camp Monster dalam Permainan League of Legends

Lintasan Hamilton yang dicari untuk taktik *Safe Full Clear* adalah Lintasan Hamilton yang akan memakan waktu paling sedikit untuk dijelajahi. Asumsikan bahwa pemain selalu mengambil jalan terpendek yang ada untuk berpindah dari satu simpul ke simpul lainnya, sehingga bobot yang tertera pada graf adalah valid.

Dari informasi pada poin A bab ini, bahwa monster yang muncul paling awal adalah *Blue Sentinel* (simpul 2) dan

Red Brambleback (simpul 5), yakni 1 menit dan 40 detik setelah permainan berlangsung. Karena itu lintasan Hamilton yang akan dicari hanya lintasan yang dimulai dari simpul 3 atau 5 saja mempertimbangkan waktu kemunculannya dan bahwa membunuh monster juga memerlukan waktu.

Misal bobot untuk setiap sisi adalah sebagai berikut.

D12	5
D13	7
D14	19
D15	21
D16	26
D23	6
D24	18
D25	20
D26	26
D34	12
D35	14
D36	24
D45	5
D46	12
D56	7

Tabel 3.2 Tabel Bobot Sisi Graf Camp Monster dalam Permainan League of Legends (Sumber: Dokumen Pribadi)

Untuk mencari lintasan Hamilton yang memakan waktu paling sedikit untuk dijelajahi (terpendek), dapat digunakan algoritma yang ada pada bab 3.E.

1. Buatlah sebuah senarai ketetanggaan dari graf tersebut dan sertakan pula bobotnya dalam senarai tersebut.
Langkah ini tidak perlu kita tuliskan kembali karena sudah Tabel 3.2 sudah dapat merepresentasikan langkah ini.
2. Buatlah semua upasenarai dari senarai yang telah dibuat dengan ukuran $n-1$.
Graf ini memiliki 15 sisi, dan lintasan Hamiltonnya melalui 5 sisi. Jika jika semua upasenarai disebutkan maka terdapat $C(15, 5)$ atau 3003 upasenarai yang mungkin. Sehingga tidak akan dituliskan satu per satu dalam makalah ini. Urutkan semua upasenarai tersebut berdasarkan bobot total upasenarai tersebut dari yang terkecil sampai yang terbesar.
3. Lakukan pengecekan berikut pada dari upasenarai yang pertama sampai ada upasenarai yang memenuhi semua kondisi di bawah :
 - Semua simpul pada graf ada pada upasenarai
 - Semua simpul pada upasenarai berderajat dua kecuali dua buah simpul berderajat satu.
 - Semua simpul pada upasenarai terhubung satu sama lain.
 Untuk kasus ini ditambahkan syarat di mana simpul awal dari lintasan Hamilton harus 3 atau 5.
4. Upasenarai pertama yang memenuhi kondisi di atas adalah lintasan Hamilton yang terpendek.

Dalam kasus ini upasenarai pertama yang memenuhi syarat adalah $\{(3,2), (2,1), (1,6), (6,5), (5,4)\}$

IV. KESIMPULAN

Apabila kita mengetahui peris jarak antar semua *Camp* monster pada permainan *League of Legends*, kita dapat mencari sebuah lintasan Hamilton yang terpendek sebagai acuan untuk melakukan taktik *Safe Full Jungle Clear*.

V. UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Tuhan Yang Maha Esa karena oleh kuasanya penulis dapat menyelesaikan makalah ini. Selanjutnya penulis mengucapkan terimakasih kepada kedua orangtua penulis yang oleh restu mereka penulis dapat menyelesaikan masalah ini. Penulis juga mengucapkan terimakasih kepada Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir selaku dosen pengampu mata kuliah Matematika Diskrit karena makalah ini ditulis dengan bekal materi yang telah beliau berikan kepada penulis. Terakhir, penulis ingin berterimakasih kepada pihak-pihak lain yang secara langsung maupun tidak langsung telah membantu penulisan makalah ini.

REFERENCES

- [1] Munir, Rinaldi, 2005, *Matematika Diskrit*, Bandung : Penerbit Informatika
- [2] Mehendale, Dhananjay, *Polynomial Algorithms for Shortest Hamiltonian Path and Circuit*, India : Sir Parashurambhau College

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2016



Reinaldo Ignatius Wijaya – 13515093