

# Comparative Analysis of Ortega and LBL Method on 2x2x2 Rubik's Cube (Mini Cube)

Achmad Fahrurrozi Maskur (13515026)<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

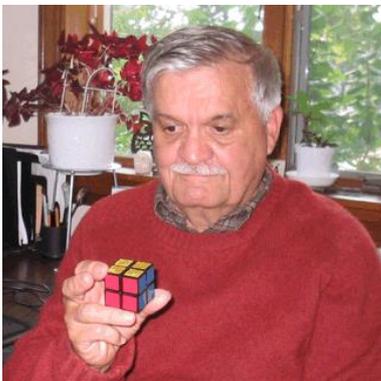
[fahrurrozi31@gmail.com](mailto:fahrurrozi31@gmail.com), [13515026@std.stei.itb.ac.id](mailto:13515026@std.stei.itb.ac.id)

**Abstrak**—Rubik? Hampir setiap remaja telah mengenal istilah tersebut. Kubus Rubik merupakan permainan teka-teki mekanik yang dapat dimainkan dimana saja karena ukurannya yang kecil. Kubus Rubik tersedia dalam berbagai ukuran seperti 2x2x2, 3x3x3, dst. Makalah ini akan lebih spesifik membahas Kubus Rubik berukuran 2x2x2 atau yang bisa disebut Kubus Mini. Selain ukurannya yang kecil, juga terdapat banyak metode yang bisa digunakan untuk menyelesaikan permainan ini, diantaranya metode Ortega dan metode LBL (Layer By Layer). Pertanyaannya ialah, metode manakah yang paling efisien dan memerlukan waktu paling sedikit untuk menyelesaikan permainan ini?

**Kata kunci**—Kombinatorial, Kompleksitas, Kubus Mini, Metode.

## I. PENDAHULUAN

Pada tahun 1970, Larry Nichols membuat permainan berukuran 2x2x2 yang dia sebut “Puzzle with Pieces Rotatable in Groups” dan yang kemudian dipatenkan di Kanada pada tahun 1972.<sup>[1]</sup> Namun permainan ini baru populer ketika Erno Rubik, seorang profesor arsitektur Hungaria membuat Kubus Rubik baru yang berukuran 3x3x3. Semenjak itu, rubik langsung menjadi permainan yang paling banyak dibeli dengan penjualan hampir 350 juta unit.



**Gambar 1.1:** Larry Nichols dengan kubus mini buatannya.

Sumber:

<http://www.ageofpuzzles.com/Masters/LarryDNichols/LarryDNichols.htm> diakses 4 Desember 2016

Permainan Rubik kemudian booming di seluruh dunia termasuk Indonesia. Permainan ini cukup banyak diminati

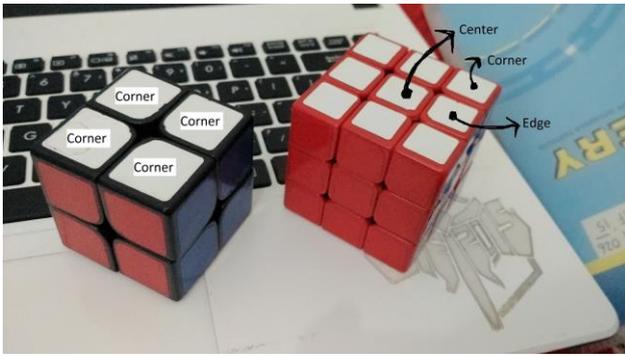
lantaran terkesan unik dan kelihatannya hanya bisa diselesaikan oleh orang-orang yang jenius saja. Karena ketika dilihat secara langsung, permainan ini sangat sulit untuk diselesaikan. Kubus Mini terdiri atas 8 bagian kecil yang berputar pada poros yang terlihat. Setiap sisi dari kubus ini memiliki 4 permukaan yang terdiri dari 6 warna berbeda. Untuk menyelesaikan permainan ini, setiap sisi harus hanya memiliki satu warna saja dan warna yang berbeda dengan sisi lainnya.

Permainan ini dapat diselesaikan dengan berbagai algoritma atau metode, diantaranya yaitu Ortega dan LBL (*Layer By Layer*), pada makalah ini akan dilakukan analisa terhadap kedua metode atau algoritma tersebut manakah yang lebih baik dalam pemecahan masalah, baik dilihat dari kompleksitas waktu asimptotiknya secara teori, maupun dengan menghitung efisiensi solusi yang dihasilkan. Selain bergantung dengan metode yang digunakan, juga dibutuhkan kecepatan tangan agar dapat meminimalisir waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan ini. Rekor dunia untuk Kubus Mini sementara dipegang oleh pemain asal Polandia *Maciej Czapiewski*, pada Grudziarz Open 2016 dengan waktu 0.49s.<sup>[2]</sup>

## II. DASAR TEORI

### A. Komponen pada Mini Kubus

Berbeda dengan Kubus Rubik 3x3x3 yang memiliki 3 komponen, yaitu *Center*, *Edge*, dan *Corner*, Mini Kubus hanya memiliki 1 komponen saja, yaitu *Corner*. Pasalnya, Mini Kubus adalah Kubus 3x3x3 yang tidak memiliki *Center* dan *Edge*. *Center* adalah bagian tengah pada rubik yang merupakan penanda warna pada sisi tersebut. *Edge* atau *semi-Center* adalah bagian tengah yang berada di pinggir rubik. *Corner* adalah sudut dari rubik yang terdiri dari 3 warna berbeda. Jumlah *center*, *edge*, dan *corner* pada rubik ialah 6, 12 dan 8. Sedangkan pada Mini Kubus hanya memiliki 8 *center*.



**Gambar 2.1:** Komponen pada Mini Kubus dan Kubus Rubik.

Sumber: Buatan penulis.

### B. Operasi-operasi pada Algoritma Pencarian Solusi Mini Kubus

Pada proses memecahkan Mini Kubus ini akan dilakukan dengan cara memutar bagian yang ada pada rubik sehingga didapatkan pola yang sesuai. Selain itu, posisi rubik harus tetap konsisten menghadap ke arah pemain dari awal hingga terpecahkannya permainan. Proses memutar bagian rubik ini dapat digolongkan menjadi beberapa operasi, operasi-operasi tersebut diantaranya sebagai berikut:

1. R (*Right*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi kanan rubik searah jarum jam.
2. Ri (*Right Invers*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi kanan rubik berlawanan jarum jam.
3. L (*Left*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi kiri rubik searah jarum jam.
4. Li (*Left Invers*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi kiri rubik berlawanan jarum jam.
5. U (*Up*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi atas rubik searah jarum jam.
6. Ui (*Up Invers*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi atas rubik berlawanan jarum jam.
7. D (*Down*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi bawah rubik searah jarum jam.
8. Di (*Down Invers*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi bawah rubik berlawanan jarum jam.
9. F (*Front*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi depan rubik searah jarum jam.
10. Fi (*Front Invers*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi depan rubik berlawanan jarum jam.
11. B (*Back*)  
Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi belakang rubik searah jarum jam.

### 12. Bi (*Back Invers*)

Operasi ini dilakukan dengan cara memutar sisi belakang rubik berlawanan jarum jam.

Agar lebih jelas, operasi-operasi diatas dapat diilustrasikan dengan gambar berikut ini:



**Gambar 2.2:** Operator dalam mencari solusi penyelesaian Mini Kubus.

Sumber:

<http://www.youcandothecube.com/secretunlocked/solution-stage-one.aspx> diakses 9 Desember 2016

### C. Kombinatorial

Kombinatorial merupakan cabang matematika yang mempelajari jumlah pengaturan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan. Solusi yang ingin diperoleh dari kombinatorial ini adalah jumlah cara pengaturan objek-objek didalam kumpulannya. Kombinatorial didasarkan pada hasil yang diperoleh dari suatu percobaan (experiment) atau kejadian (event). Percobaan adalah proses fisis yang hasilnya dapat diamati. Contoh : melempar dadu, melempar koin uang logam, memilih 5 orang wakil dari 100 orang, dll.

Permutasi dan kombinasi merupakan bagian dari kombinatorial. Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek yang merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian. Definisi 1 yaitu untuk

$$n \geq 0$$

n faktorial yang dituliskan dengan n! didefinisikan sebagai

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \dots 3 \times 2 \times 1$$

Definisi 2 yaitu andaikan terdapat n sembarang objek. Akan diadakan pengaturan r objek dengan

$$1 \leq r \leq n$$

Banyaknya permutasi ditulis dengan :

$$nPr \text{ atau } P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

Dalam permutasi hal yang perlu diperhatikan adalah pengaturan dan urutan

Sedangkan kombinasi merupakan bentuk khusus dari permutasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan

diperhitungkan, maka pada kombinasi urutan kemunculan diabaikan. Notasi kombinasi sering ditulis dengan  $C(n,r)$  yang sering dibaca “n diambil r” artinya r objek diambil dari n buah objek atau jumlah pemilihan yang tidak terurut r elemen yang diambil dari n buah elemen.<sup>[4]</sup>

#### D. Kompleksitas Algoritma

Dalam memilih suatu algoritma, hal yang harus diperhatikan adalah algoritma tersebut haruslah mangkus atau efektif. Kemangkusan suatu algoritma dapat diukur dengan perhitungan besarnya waktu dan ruang yang dipakai oleh algoritma tersebut dalam menghasilkan suatu solusi yang optimal.

Kompleksitas waktu asimptotik adalah bagian dari kompleksitas waktu yang sering juga disebut dengan notasi “O” (dibaca big-Oh).

$$T(n) = O(f(n))$$

dibaca “T(n) adalah O(f(n)) dimana T(n) berorde paling besar f(n) dan konstanta C dan  $n_0$  sedemikian sehingga dapat dirumuskan seperti pada persamaan berikut

$$T(n) \leq C \times f(n), n \geq n_0$$

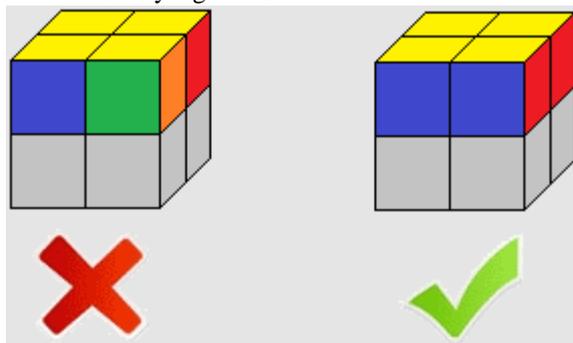
dimana f(n) adalah batas atas dari T(n) untuk n yang besar.<sup>[4]</sup>

### III. ANALISIS PERBANDINGAN METODE ORTEGA DAN LAYER BY LAYER

#### A. Metode Layer By Layer

Cara menyelesaikan Mini Cube dengan metode LBL yaitu dengan menyusun warna dari layer ke layer. Metode ini adalah metode paling dasar untuk menyelesaikan permainan rubik, baik ukuran 2x2x2 maupun ukuran 3x3x3.

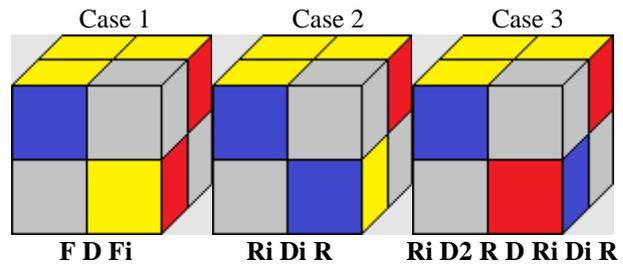
Langkah pertama ialah menyelesaikan layer pertama dengan cara memilih warna untuk memulai (pada contoh memilih warna kuning). Setelah itu, susun keempat *corner* yang berwarna sama, juga pada samping *corner* tersebut memiliki warna yang sama.



**Gambar 2.3:** Langkah pertama pada metode Layer by Layer.<sup>[3]</sup>

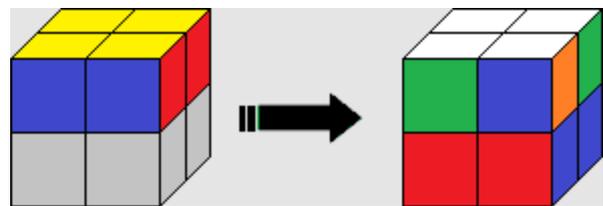
Ada 3 kemungkinan untuk menyusun 1 *corner*, operasi-

operasi yang dilakukan tentunya juga berbeda-beda.



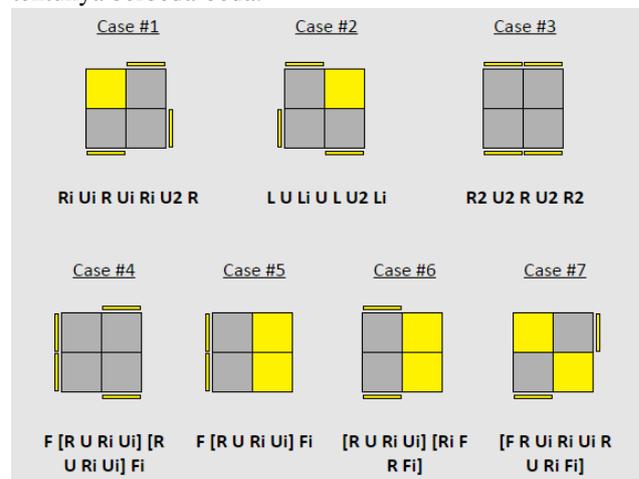
**Gambar 2.4:** Operasi-operasi untuk menyusun 1 *corner*.<sup>[3]</sup>

Langkah kedua yaitu menyusun sisi berikutnya, yaitu sisi yang berlawanan dengan sisi yang dipilih sebelumnya. Hal yang perlu diperhatikan adalah, jika pada langkah pertama memilih warna kuning, maka langkah kedua yaitu menyusun sisi warna putih, dikarenakan kuning berlawanan dengan putih, begitupun dengan warna-warna yang lainnya. Jika putih berlawanan dengan kuning, maka hijau berlawanan dengan biru, dan merah berlawanan dengan orange. Namun sebelum memulai langkah kedua, posisi rubik diputar terlebih dahulu (yang awalkan kuning di sisi atas, kemudian kuning berada di sisi bawah).



**Gambar 2.5:** Langkah kedua pada metode LBL.<sup>[3]</sup>

Jika pada langkah pertama terdapat 3 kemungkinan untuk setiap *cornernya*, maka pada langkah kedua terdapat 7 kemungkinan. Operasi-operasi yang dilakukan juga tentunya berbeda-beda.



**Gambar 2.6:** Operasi-operasi untuk menyelesaikan langkah kedua pada metode LBL.<sup>[3]</sup>

Langkah terakhir dalam metode LBL ini yaitu *finishing*, hal pertama yang dilakukan adalah melihat apakah ada sisi disamping yang telah terselesaikan (hanya memiliki 1 warna pada sisi tersebut). Jika ada, maka langkah

berikutnya yaitu dengan memutar rubik sehingga sisi yang telah terselesaikan tersebut berada di sebelah kiri pemain. Setelah itu, hal yang perlu dilakukan adalah dengan melakukan operasi-operasi “**R U2 Ri Ui R U2 Li U Ri Ui L**”. Sebaliknya, jika tidak ada sisi disamping rubik yang telah terselesaikan, maka hal yang harus dilakukan adalah sama dengan operasi sebelumnya, yaitu “**R U2 Ri Ui R U2 Li U Ri Ui L**” dan kemudian akan terbentuk 1 sisi disamping rubik yang telah terselesaikan. Kemudian lakukan hal ini lagi dengan sisi yang telah terselesaikan tadi berada di sebelah kiri pemain.

### B. Metode Ortega

Berbeda dengan metode LBL, namun metode Ortega ini hampir mirip dengan metode LBL, hanya saja pada metode ini kita tidak perlu menyelesaikan 1 layer penuh di langkah awal, namun hanya dengan menyelesaikan 1 sisi penuh pada langkah awal.

Langkah pertama harusnya sangatlah gampang, yang perlu dilakukan yaitu menyelesaikan satu sisi pada rubik. Langkah ini rata-rata hanya membutuhkan 4 operasi.



**Gambar 2.7:** Langkah pertama pada metode Ortega

Sumber: <http://www.cubewhiz.com/ortega.php> Diakses pada 9 Desember 2016

Langkah kedua pada metode Ortega yaitu sama persis dengan metode LBL yang telah kita bahas sebelumnya. Juga terdapat 7 kasus yang berbeda untuk menyelesaikan langkah kedua metode Ortega ini.

Langkah terakhir pada metode Ortega yaitu dengan melihat kondisi yang ada pada rubik. Kondisi sekarang yang pasti yaitu sisi atas dan sisi bawah pada rubik telah terselesaikan. Hal yang perlu diperhatikan yaitu ke empat sisi pada bagian samping rubik. Ada 4 kasus yang memungkinkan pada langkah terakhir ini. 2 kasus diantaranya yaitu jika pada langkah kedua selesai maka layer yang diatas terselesaikan (sisi diatas terselesaikan dan setiap *cornernya* memiliki warna yang sama pula) dan 2 kasus sisanya yaitu jika pada langkah kedua selesai hanya sisi diatas yang terselesaikan. 2 kasus yang baru akan menyebabkan adanya operasi-operasi yang baru pula. Sedangkan 2 kasus sebelumnya sama dengan kasus pada LBL. Untuk dua kasus yang baru, kasus pertama yaitu jika di samping rubik hanya memiliki 2 *corner* warna yang sama, sedangkan kasus yang satunya memiliki 4 *corner* dengan warna yang sama. Pada kasus yang memiliki 2 *corner* yang sama, hal yang perlu dilakukan yaitu menaruh *corner* tersebut di sebelah kiri pemain, kemudian lakukan operasi “**R2 Ui R2 Ui R2 U R2 Ui R2 Ui R2**”. Sedangkan untuk kasus yang memiliki 4 *corner*, hal yang perlu dilakukan yaitu yang pertama taruh sisi dengan 4 *corner* yang sama tersebut ke

bagian yang berlawanan sama pemain (bagian belakang) kemudian jalankan operasi “**R2 Ui R2 U2 y R2 Ui R2**”. Perhatikan, operasi y merupakan operasi dimana pemain mengubah bagian depan rubik pada poros sumbu y searah jarum jam.

### C. Analisis Metode

Pada Kubus Mini, terdapat 8 *corner*, dengan 3 arah operasi yang berbeda, kiri dan kanan dianggap 1 arah, depan dan belakang dianggap 1 arah, dan atas dan bawah dianggap 1 arah sehingga memiliki total 3 arah. Yang memberikan maksimal  $8! \cdot 3^8$  posisi yang berbeda. Hal ini tidak dapat dicapai karena total putaran yang ada hanyalah 3 dan orientasi padapermainan ini tidak berpengaruh (ada 24). Sehingga hanya menyisakan  $7! \cdot 3^6$  posisi (3.674.160 posisi). Setiap posisi setidaknya bisa diselesaikan dengan 11 operasi saja, darimana datangnya angka tersebut? banyak peneliti yang telah mencari angka itu sejak tahun 1981.<sup>[5]</sup>

Analisis yang dapat dilakukan yaitu dengan menghitung kemangkusan algoritma yang ada pada metode Ortega dan metode Layer By Layer. Pada metode Ortega, langkah pertama membutuhkan rata-rata 4 operasi. Selanjutnya langkah kedua terdapat 7 kasus berbeda yang setiap kasusnya membutuhkan rata-rata 7 operasi, dan langkah terakhir hanya memerlukan 4 kasus yang berbeda yang tiap kasusnya membutuhkan rata-rata 6 operasi yang berbeda. Sedangkan pada metode Layer by Layer. Langkah pertama rata-rata membutuhkan 6 operasi. Langkah kedua dan ketiga sama dengan metode Ortega. Karena pada dasarnya metode Ortega adalah metode LBL yang pada langkah pertamanya kita tidak diharuskan menyelesaikan 1 layer namun hanya 1 sisi saja sehingga operasi yang dibutuhkan lebih minimal. Namun kombinasi yang ada pada metode Ortega lebih banyak dikarenakan pada langkah pertama tersebut yang diselesaikan hanyalah layernya saja sehingga *corner* yang ada pada sisi tersebut teracak sedemikian rupa sehingga menghasilkan banyak kombinasi yang berbeda.

## IV. KESIMPULAN

Dapat disimpulkan metode yang paling efisien dan membutuhkan waktu yang cepat yaitu metode Ortega. Namun harus lebih banyak menghafal kombinasi-kombinasi yang ada jika dibandingkan dengan metode LBL yang kombinasinya lebih sedikit dari metode Ortega. Tidak hanya dengan pemilihan metode saja untuk menjadi *speedcuber* (orang yang terus berlatih untuk meningkatkan waktu menyelesaikan permainan ini). Selain itu juga dibutuhkan kerja keras untuk terus meningkatkan kecepatan melakukan operasi-operasi yang ada pada rubik sehingga waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan rubik seminimalis mungkin. Selain itu ada faktor-faktor lain yang memengaruhi itu semua, yaitu kekuatan *do'a*.

## V. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama penulis mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa atas limpahan rahmat dan

karunia-Nya sehingga penulis bisa menulis makalah ini dalam kondisi yang sehat. Selain itu penulis mengucapkan terima kasih kepada segenap dosen mata kuliah IF2120-Matematika Diskrit, Bapak Rinaldi Munir dan Ibu Harlili. Penulis juga mengucapkan kepada teman-teman yang turut membantu dalam menyusun makalah ini khususnya teman kelas pada mata kuliah ini.

Hidup itu kayak rubik. Rumit, tapi harus dijalani. Cinta itu kayak rubik. Sekalinya diacak, susah dimengerti. Ya, tidak bisa diprediksi. Rubik punya sekitar 43,252,003,274,489,856,000 kombinasi warna yang mungkin terjadi. Seperti masalah yang kita hadapi setiap hari, pasti beda-beda dan tidak bisa diprediksi. Tapi yang namanya hidup, ya harus dijalani. Terima kasih.

#### REFERENSI

- [1] <http://digital-law-online.info/cases/229PQ805.htm>. Diakses pada 4 Desember 2016.
- [2] <https://www.worldcubeassociation.org/results/regions.php>. Diakses pada 4 Desember 2016.
- [3] <http://www.rubikspace.com/cubes/2x2/>. Diakses pada 9 Desember 2016.
- [4] Munir, Rinaldi. 2003. Matematika Diskrit Edisi Kedua. Bandung: Penerbit Informatika.
- [5] <http://www.jaapsch.net/puzzles/cube2.htm>. Diakses pada 9 Desember 2016.

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 9 Desember 2016



Achmad Fahrurrozi Maskur 13515026