

Penerapan Graf dalam Optimasi Jalur Penerbangan Komersial dengan Floyd-Warshall Algorithm

Hisham Lazuardi Yusuf 13515069
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13515069@std.stei.itb.ac.id
hishamlazuardi@gmail.com

Abstrak—Tuntutan terhadap waktu menjadi sesuatu yang penting pada zaman sekarang. Dengan melihat semakin berkembangnya transportasi pesawat terbang pada zaman sekarang maka transportasi ini telah menjadi salah satu transportasi penting karena waktu tempuh yang singkat dibanding transportasi lainnya. Untuk meningkatkan efisiensi waktu tempuh di dalam dunia penerbangan khususnya penerbangan domestic di Indonesia ini, maka dapat diimplementasikan suatu *shortest path algorithm* yaitu Floyd-Warshall Algorithm yang dapat digunakan untuk mencari rute penerbangan domestic dengan waktu tempuh yang sesingkat mungkin. Pada makalah ini akan diimplementasikan dan dijelaskan bagaimana penerapan Floyd-Warshall Algorithm untuk mencari rute penerbangan efisien dengan waktu tempuh yang singkat.

Kata Kunci—Floyd-Warshall Algorithm, graf, matriks, waktu tempuh.

I. PENDAHULUAN

Tuntutan terhadap waktu menjadi sesuatu yang semakin penting pada zaman sekarang, terlihat dari pilihan banyak orang untuk menggunakan transportasi berupa pesawat terbang untuk menempuh tempat dengan jarak yang jauh dalam waktu yang terhitung singkat. Fakta ini tidak dapat dipungkiri dengan geografis Negara Indonesia yang merupakan negara kepulauan sehingga untuk menempuh tempat yang berbeda pulau tanpa sarana transportasi pesawat terbang akan membutuhkan waktu berkali-kali lipat untuk menempuh perjalanan. Selain itu, orang-orang juga lebih memilih untuk menggunakan pesawat untuk perjalanan yang masih di dalam satu pulau, misalnya perjalanan di dalam pulau Jawa, untuk menempuh perjalanan dengan menggunakan transportasi darat seperti mobil atau kereta api dari Bandung ke Yogyakarta membutuhkan waktu selama 9 sampai 12 jam sedangkan dengan menggunakan pesawat hanya ditempuh dalam 1 jam.

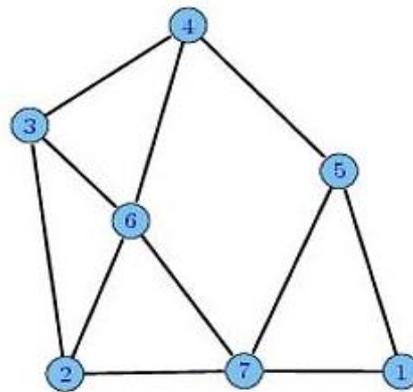
Dengan tuntutan itu maka frekuensi penerbangan pesawat di Indonesia semakin bertambah banyak dari tahun ke tahun, maka setiap armada penerbangan yang melayani penerbangan komersial atau sipil di Indonesia memerlukan manajemen rute untuk menentukan rute penerbangan yang efektif untuk mencapai satu tempat

ke tempat lain yang mungkin dengan mempertimbangkan jarak, kondisi cuaca, dan hal-hal yang dapat mempengaruhi pesawat agar didapat suatu rute penerbangan dengan waktu yang sesingkat mungkin dan penggunaan bahan bakar yang seefisien mungkin. Karena dengan penentuan rute yang efektif dapat mengurangi jumlah rata-rata waktu tempuh yang dibutuhkan oleh pesawat dan dapat mengurangi penggunaan bahan bakar yang cukup signifikan. Pada makalah ini kita akan berfokus untuk mencari waktu tempuh tercepat untuk menuju satu kota dari kota yang lain dengan menggunakan transportasi pesawat terbang.

II. TEORI DASAR

2.1 Definisi Graf

Graf adalah suatu struktur diskrit yang didefinisikan sebagai suatu pasangan himpunan (V, E) yang ditulis dalam notasi $G = (V, E)$ dengan V merupakan suatu himpunan yang tidak kosong dari simpul (*vertices* atau *node*), $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dan E adalah suatu himpunan sisi (*edge* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$. Sebuah graf mungkin tidak mempunyai satu buah sisi namun minimal harus ada satu simpul.



Gambar 2.1 Graf

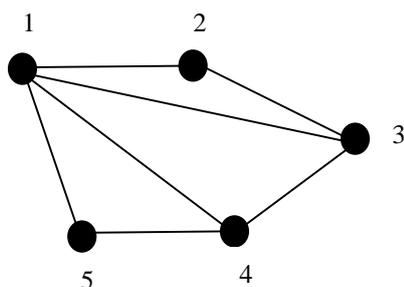
Sumber : math.stackexchange.com

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori tergantung pada sudut pandang pengelompokannya. Graf dapat dikelompokkan berdasarkan sisi graf mempunyai orientasi arah atau tidak, jumlah sisi pada graf, ada tidaknya sisi kalang (*loop*) atau sisi ganda pada graf.

2.1.1 Graf Sederhana

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi ganda ataupun sisi kalang (*loop*). Pada graf sederhana, sisi merupakan suatu pasangan tak-terurut. Sehingga kita bias menuliskan sisi (u,v) sama dengan sisi (v,u) .

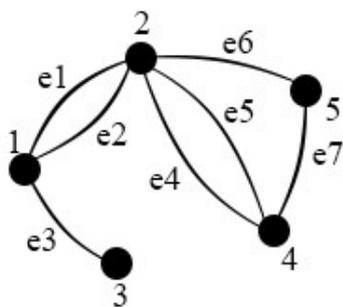
Kita bias mendefinisikan graf sederhana $G = (V,E)$, yang terdiri dari himpunan simpul yang tidak kosong dan pasangan tak-terurut berbeda yang merupakan sisi.



Gambar 2.2 Graf Sederhana

2.1.2 Graf Ganda

Graf ganda adalah graf tak sederhana yang dapat mengandung sisi ganda, namun tidak ada sisi kalang (*loop*). Sisi ganda dapat didefinisikan sebagai sebuah pasangan tak-terurut yang sama. Definisi dari graf ganda $G = (V, E)$ adalah sebuah himpunan simpul yang tidak kosong dan himpunan-ganda yang mengandung sisi ganda.

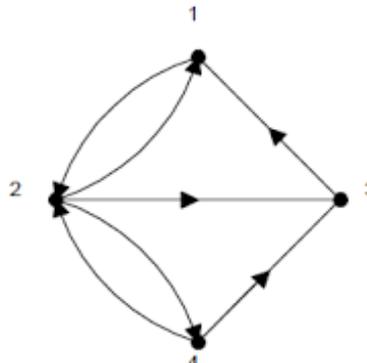


Gambar 2.3 Graf Sederhana

2.1.3 Graf Berarah

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah dan tidak dapat mengandung sisi ganda. Graf berarah $G = (V, E)$ adalah sebuah graf dengan himpunan simpul yang tidak kosong dan himpunan sisi-sisi yang memiliki bentuk (u,v) dan (v,u) , dimana setiap $(u,v) \neq (v,u)$.

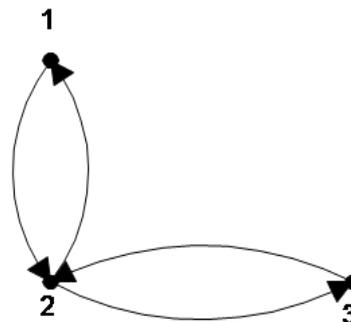
Untuk busur (u,v) , dikatakan bahwa u merupakan simpul asal (*initial vertex*) dan v merupakan simpul terminal (*terminal vertex*).



Gambar 2.4 Graf Berarah

2.1.4 Graf Ganda Berarah

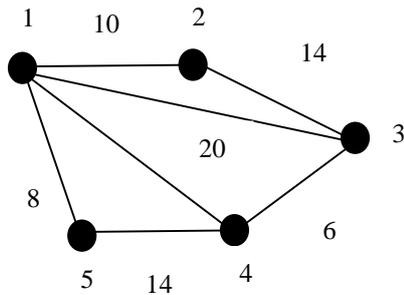
Graf ganda berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah dan setiap sisinya boleh mengandung sisi ganda. Graf berarah $G = (V, E)$ adalah sebuah graf dengan himpunan simpul yang tidak kosong dan himpunan-ganda dari sisi yang memiliki bentuk (u,v) dan (v,u) , dimana setiap $(u,v) \neq (v,u)$. Untuk busur (u,v) , dikatakan bahwa u merupakan simpul asal (*initial vertex*) dan v merupakan simpul terminal (*terminal vertex*).



Gambar 2.5 Graf Ganda Berarah

2.1.5 Graf Berbobot

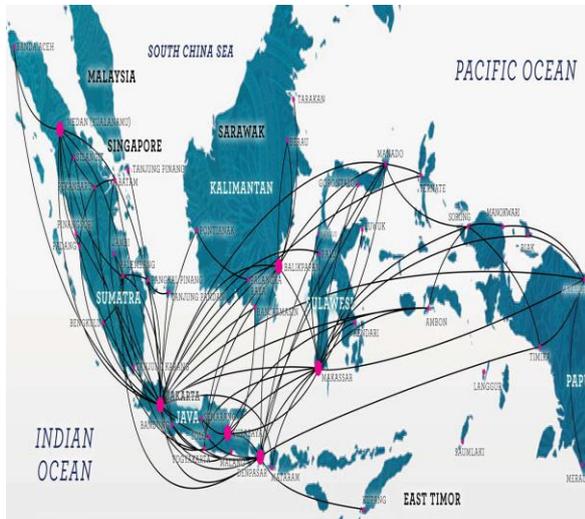
Graf berbobot adalah suatu graf yang setiap sisinya diberi sebuah nilai atau bobot. Nilai atau bobot pada setiap sisinya dapat merepresentasikan suatu masalah yang ingin dipecahkan, misalnya pada graf dibawah nilai atau bobot pada sisi menunjukkan jarak antara dua simpul yang terhubung.



Gambar 2.6 Graf Berbobot

2.2 Pemodelan Ruang Pecarian

Ruang pencarian atau yang biasa disebut sebagai *search space* dapat dimodelkan untuk mengatasi suatu permasalahan yang berhubungan dengan graf. Pada permasalahan ini, ruang pencarian dimodelkan pada suatu graf berbobot sederhana $G = (V, E)$ dengan V merupakan himpunan simpul-simpul yang memodelkan kota atau bandara yang dapat disinggahi dan E adalah himpunan sisi yang memodelkan jarak suatu simpul dengan simpul lainnya.



Gambar 2.7 Rute Penerbangan Domestik di Indonesia
 Sumber : www.garuda-indonesia.com/id/id/destination/route-map/index-domestic.page

Ruang pencarian ini digunakan untuk memodelkan rute perjalanan pesawat agar dapat diimplementasikan ke dalam suatu algoritma optimasi (*shortest path algorithm*) yang pada permasalahan ini digunakan Floyd-Warshall Algorithm yaitu algoritma optimasi untuk mencari *shortest path* di dalam suatu graf berbobot.

2.3 Floyd-Warshall Algorithm

Floyd-Warshall Algorithm merupakan sebuah algoritma optimasi atau pencarian lintasan terpendek pada suatu graf dengan dasar *dynamic programming*, sehingga semua kemungkinan lintasan dari sepasang simpul dibandingkan dan menghasilkan sebuah lintasan terpendek dari sebuah graf.

Ide dari algoritma ini dimulai dengan mencari sebuah lintasan terpendek diantara dua simpul misalnya a dan b , jika lintasan terpendek dari simpul a ke simpul b melewati simpul c maka lintasan dari simpul a ke simpul c dan simpul c ke simpul b harus merupakan lintasan terpendek diantara simpul-simpul tersebut.

Misalkan graf $G = (V, E)$ maka untuk mencari sebuah lintasan terpendek dari simpul 1 sampai simpul ke- N , pada langkah ke- k , dengan fungsi $shortestPath(i,j,k)$ untuk mencari lintasan terpendek dari simpul i ke simpul j dengan melalui himpunan simpul $\{1,2,3,\dots,k\}$. Selanjutnya algoritma ini akan mencari lintasan terpendek dari pasangan (i,j) dengan menggunakan simpul dari himpunan simpul $\{1,2,3,\dots,k,k+1\}$.

Untuk semua simpul maka lintasan terpendek dari simpul-simpul tersebut harus menggunakan himpunan simpul $\{1,\dots,k\}$ atau lintasan dari simpul i ke simpul j dengan melalui simpul ke- $k+1$. Ini membuktikan bahwa pada langkah ke- $k+1$ maka lintasan terpendek dari simpul i ke simpul j adalah $shortestPath(i,j,k)$ atau $shortestPath(i,k+1,k) + shortestPath(k+1,j,k)$ bergantung pada lintasan mana yang lebih pendek.

$$shortestPath(i, j, k) = \min(shortestPath(i, j, k), shortestPath(i, k + 1, k), shortestPath(k + 1, j, k))$$

Langkah-langkah untuk mencari lintasan terpendek adalah dengan menggunakan Floyd-Warshall Algorithm adalah misalkan graf berbobot $G = (V, E)$ direpresentasikan dengan matriks berbobot B yang menandakan hubungan simpul, dimana $B[i,j]$ merupakan bobot sisi yang menghubungkan simpul i dan simpul j tetapi apabila simpul i dan simpul j tidak terhubung maka direpresentasikan dengan ∞ (*infinity*).

Langkah-1 : Lakukan inialisasi matriks B dengan menggunakan bobot dari masing-masing sisi yang menghubungkan simpul-simpul di dalam graf G

Langkah-2 : Algoritma ini akan melakukan *looping* dari 1 ke n . Pada setiap iterasi algoritma ini akan melakukan optimasi dari lintasan (i,j) dengan lintasan (i,k) dan (k,j) .

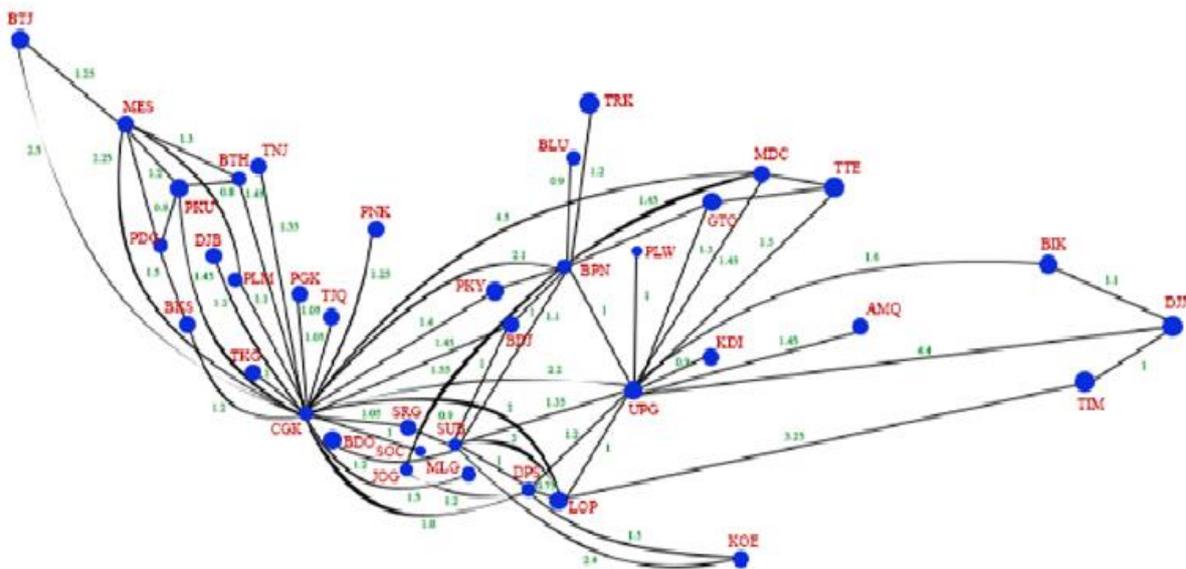
Langkah-3 : Lakukan perbandingan apakah lintasan (i,k) yang dikonkatrenasi dengan lintasan (k,j) merupakan lintasan yang lebih pendek daripada lintasan (i,j) yang sekarang. Jika lebih pendek, maka jarak dari simpul i ke simpul j diganti menjadi lintasan $(i,k) + lintasan (k,j)$.

III. IMPLEMENTASI FLOYD-WARSHALL ALGORITHM UNTUK OPTIMASI PENERBANGAN KOMERSIAL DI INDONESIA

Floyd-Warshall Algorithm dapat diimplementasikan untuk melakukan optimasi penerbangan komersial di Indonesia sehingga dapat dilakukan penghematan jarak dan waktu untuk melakukan perjalanan dari satu tempat ke tempat lain di Indonesia dengan menggunakan pesawat. Algoritma ini akan menghitung waktu tempung paling singkat untuk melakukan satu penerbangan dari satu kota ke kota lainnya dengan bentuk graf seperti dibawah ini.

Kita akan mencoba mengimplementasikan Floyd-Warshall Algorithm untuk mencari waktu tempuh tercepat dari Jakarta atau lebih tepatnya Bandara Udara Internasional Soekarno Hatta (CGK) menuju Biak atau Bandar Udara Internasional Frans Kaisiepo (BIK).

Pertama-tama kita akan memodelkan graf pada gambar 3.2 ke dalam matriks yang berisi nilai dari waktu tempuh antara bandara yang satu dengan yang lain yang dimisalkan oleh simpul. Matriks ini akan berukuran $N \times N$ dalam hal ini N adalah jumlah simpul pada graf yaitu 8.

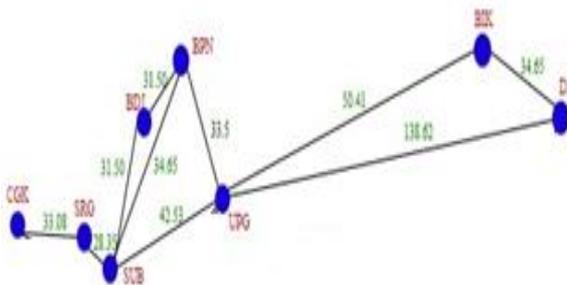


Gambar 3.1 Graf Berbobot Berdasarkan Waktu Penerbangan di Indonesia

Untuk melakukan implementasi Floyd-Warshall Algorithm kita dapat menggunakan contoh gambar 3.1 untuk melakukan perhitungan waktu tempuh tercepat diantara satu kota dengan kota lainnya. Kita akan mencoba menghitung waktu tempuh tercepat dari Jakarta ke Aceh dengan graf seperti di bawah ini.

Dengan memisalkan bahwa hanya satu arah saja yang diberi bobot yaitu hanya dari simpul 1 ke simpul 2 saja yang bobotnya dimasukkan ke dalam matriks, namun dari simpul 2 ke simpul 1 tidak dimasukkan karena diasumsikan bahwa penerbangan pesawat untuk 1 kali perjalanan hanya satu arah dan tidak bolak-balik.

Kita akan menghitung lintasan terpendek dari CGK ke BIK dengan konsep Floyd-Warshall Algorithm dengan membandingkan jarak dalam hal ini waktu tempuh dari satu simpul ke simpul lainnya dan membandingkannya.



Gambar 3.2 Graf Untuk Mencari Waktu Tercepat dari Jakarta ke Biak

$$B = \begin{bmatrix} \infty & 33.08 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 28.35 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 31.50 & 34.65 & 42.53 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 31.50 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 33.5 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 50.41 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 138.62 & \infty \\ \infty & 34.65 \end{bmatrix}$$

Langkah-1 : Jarak CGK ke SRG = 33.08, hanya ada satu sisi yang menghubungkan. Lintasan terpendek = 33.08.

Langkah-2 : Jarak SRG ke SUB = 28.35, hanya ada satu sisi yang menghubungkan. Lintasan = 33.08 + 28.35 = 61.43.

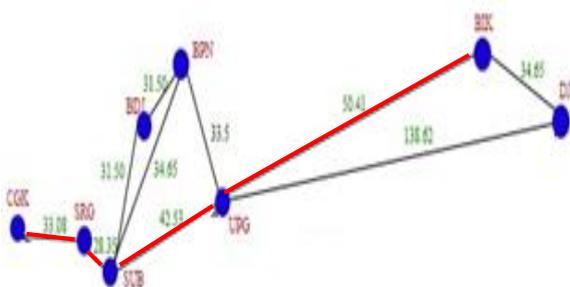
Langkah-3 : Jarak SUB ke BDI = 31.50, jarak SUB ke BPN = 34.65, jarak SUB ke UPG = 42.53. Karena ada tiga lintasan berbeda yang menghubungkan SUB dengan simpul lainnya maka ada tiga lintasan terpendek yang akan dibandingkan. Lintasan1 = 61.43 + 31.50 = 92.93. Lintasan2 = 61.43 + 34.65 = 96.08. Lintasan3 = 61.43 + 42.53 = 103.96.

Langkah-4 : Jarak BDI ke BPN = 31.50, maka lintasan yang berakhir di simpul BDI, lintasan1 = 92.93 + 31.50 = 124.43. Selanjutnya kita akan membandingkan dua lintasan karena ada dua lintasan yang berakhir di simpul BPN yaitu lintasan1 dan lintasan2 dan mengambil lintasan dengan panjang minimum. Karena lintasan1 > lintasan2 maka lintasan terpendek yang diambil adalah lintasan2.

Langkah-5 : Jarak BPN ke UPG = 33.50, maka lintasan yang berakhir di simpul BPN, lintasan2 = 96.08 + 33.50 = 129.58. Karena ada dua lintasan yang berakhir di simpul UPG yaitu lintasan2 dan lintasan3 maka kita akan mengambil lintasan dengan panjang minimum. Karena lintasan2 > lintasan3 maka lintasan terpendek yang diambil adalah lintasan3.

Langkah-6 : Jarak UPN ke BIK = 50.41, jarak UPN ke DJJ = 138.62. Kita akan menghitung lintasan menuju simpul BIK dengan menggunakan lintasan terpendek yaitu lintasan3 = 103.96 + 50.41 = 154.37. Karena kita telah mencapai simpul BIK dan panjang lintasan dari UPN ke DJJ > lintasan UPN ke BIK maka kita dapat mengambil kesimpulan bahwa lintasan terpendek dari CGK menuju BIK adalah lintasan3 yang memiliki arti bahwa waktu tempuh tercepat dari Jakarta (CGK) ke Biak (BIK) adalah 154.37 menit.

Lintasan terpendek yang menggambarkan perjalanan dari Jakarta menuju Biak ada pada gambar 3.3 dengan lintasan terpendek ditandai oleh sisi berwarna merah pada graf.



Gambar 3.3 Lintasan Terpendek dari Jakarta menuju Biak

Dengan implementasi Floyd-Warshall Algorithm pada rute penerbangan domestic di Indonesia maka kita dapat mencari suatu rute penerbangan paling efisien yang dapat menghemat waktu tempuh dari satu kota ke kota yang lain secara signifikan sesuai dengan implementasi Floyd-Warshall Algorithm pada rute Jakarta-Biak.

IV. KESIMPULAN

Penggunaan graf dapat diimplementasikan pada system rute penerbangan di Indonesia dengan simpul yang menunjukkan bandara yang ada di setiap kota dan sisi yang menunjukkan koneksi atau lintasan yang dapat dituju dari satu bandara ke bandara lainnya.

Dengan penggunaan graf tersebut maka kita dapat mengimplementasikan algoritma optimasi atau *shortest path algorithm* untuk mencari rute yang efisien dalam hal ini algoritma yang digunakan adalah Floyd-Warshall Algorithm dengan bobot atau nilai sisi menyatakan waktu tempuh diantara dua simpul atau bandara tersebut. Dengan pengembangan yang dapat dilakukan maka dengan menggunakan Floyd-Warshall Algorithm dalam menemukan optimasi hal-hal di dalam penerbangan selain waktu tempuh agar dapat ditemukan suatu rute yang benar-benar efisien yang dapat ditempuh oleh suatu pesawat terbang agar harga tiket serta waktu yang dibutuhkan dapat dibuat semurah dan secepat mungkin.

V. APPENDIX

A. Pseudo-code Floyd-Warshall Algorithm

Pseudocode

Input: An $n \times n$ matrix [cij]

Output: An $n \times n$ matrix [dij] is the shortest distance from i to j under [cij]
An $n \times n$ matrix [eij] is a node in the path from i to j.

begin

for all $i \neq j$ **do** $d_{ij} := c_{ij}$;

for $i = 1, \dots, n$ **do** $d_{ii} := \infty$;

for $j = 1, \dots, n$ **do**

for $i = 1, \dots, n, i \neq j$, **do**

for $k = 1, \dots, n, k \neq j$, **do**

$d_{ik} := \min \{d_{ik}, d_{ij} + d_{jk}\}$

$e_{ik} := \{j \mid e_{ik} \text{ if otherwise } d_{ik} > d_{ij} + d_{jk}\}$

end

DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Hochbaum, Dorit, *Lecture Notes for IEOR 266 : Graph Algorithms and Network Flows*. 2014.
- [2] Munir, Rinaldi. *Matematika Diskrit Edisi Ketiga*. Bandung : Informatika. 2010.
- [3] Murrieta-Mendoza, Alejandro, Charles Romain, Ruxandra M. Botez, Commercial Aircraft Lateral Flight Reference Trajectory Optimization, *IFAC-PapersOnLine* 49-17(2016) 001-006.
- [4] [Online] https://www-m9.ma.tum.de/graph-algorithms/spp-floyd-warshall/index_en.html diakses pada 09 November 2016, 12.54.
- [5] Anindhita, Vidia, *Optimizing Flight Cost in Indonesia Using Undirected Multi-Graph Theory and Dijkstra's Algorithm*, Informatics Engineering paper project, 2013.
- [6] [Online] www.garuda-indonesia.com/id/id/destination/route-map/index.page diakses pada 09 November 2016, 13.21.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2016



Hisham Lazuardi Yusuf 13515069