Pemanfaatan Teori Graf dalam Penyelesaian Masalah Pembentukan Polimorfisme Nukleotida Tunggal

Christopher Clement Andreas, 13515105[1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]*clement.andreas97@gmail.com*, [2]*13515105@std.stei.itb.ac.id*

***Abstrak*—Teori Graf berkembang dengan sangat signifikan seiring banyaknya variasi aplikasi teori graf pada segala bidang, seperti matematika, sains dan juga teknologi. Dalam makalah ini, selain mengupas secara umum mengenai teori graf sendiri, juga membahas pengaplikasiannya dalam menyelesaikan salah satu permasalahan di bidang biokimia, yaitu permasalahan pemebentukan polimorfisme nukleotida tunggal.**

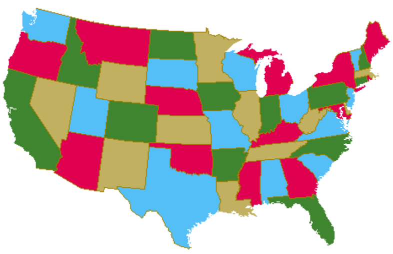
***Keywords*—teori graf, teknologi, aplikasi, masalah polimofsme nukleotida tunggal.**

I. PENDAHULUAN

Teori Graf secara cepat bergerak pada arus matematika dikarenakan aplikasinya yang sangat bragam pada bidang-bidang seperti, biokimia, teknik elektronika (jaringan komunikasi dan teori koding), *computer science* (komputasi dan algoritma) dan *scheduling*.

Metode kombinatorial pada teori graf yang sangat kuat juga telah digunakan untuk membuktikan banyak permasalahan yang hasilnya bervasiasi dikenal oleh orang-orang dibidang matematika sendiri. Salah satu metode terbaik yang sangat berhubungan dengan teori graf tersebut adalah pencocokan, dan hasil dalam bidang tersebut telah digunakan untuk membuktikan teorema dekomposisi rantai Dilworth untuk himpunan terurut yang berhingga.

Aplikasi dari pencocokan dalam teori graf tidak berhenti sampai disitu, hasil ini juga memiliki peran penting dalam pembuktian teori Dharwader dalam membuktikan teorema empat warna.



Gambar 1.1 Aplikasi teorema empat warna dalam pewarnaan peta (sumber: web.stonehill.edu/four-color/four-color.htm).

Aplikasi dari teori graf sangat luas dan beraneka ragam dalam berbagai macam bidang, contohnya pada bidang informatika atau *computer science*, graf digunakan untuk merepresentasikan jaringan komunikasi, organisasi ata, laju dari komputasi, dan lain-lain. Sebagai contoh sederhana, misalnya penggunaan graf dalam struktur dari sebuah situs, setiap simpul akan merepresentasikan situs, sedangkan setiap sisi dapat merepresentasikan *link* antara situs satu dengan lainnya. Dalam bidang kimia, graf dapat dimanfaatkan dalam penggambaran geometri dari sebuah molekul dimana sertiap simpul merepresentasikan atom, dan setiap sisi merepresentasikan ikatan antar atom.

Salah satu pengaplikasian yang akan dibahas pada makalah adalah permasalahan pemebentukan polimorfisme nukleotida tunggal. Polimorfisme nukleotida tunggal sendiri adalah mutase DNA berbasis tunggal. Polimorfisme nukleotida tunggal sendiri diketahui sebagai sumber dari polimorfisme genetika dalam gen manusia yang paling melimpah.

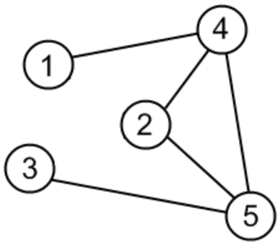
Dalam komputasi biokimia, terdapat banyak situasi yang diharapkan dapat menyelesaikan suatu konflik dari suatu pola dalam sampel, dengan menghiraukan pengaruh dari pola-pola lainnya. Tapi tentu saja, konflik tersebut harus dapat bisa dideteksi dan danalisis secara detil dalam konteks biokimia.

Dapat diartikan sebuah graf konflik dari situasi-situasi tersebut, dan hal itulah yang akan didalami dalam makalah ini dengan menggunakan teori dari graf untuk menyelesaikan permasalahn dalam bidang biokimia tentang polimorfisme nukleotida tunggal.

II. DASAR TEORI

2.1 Graf

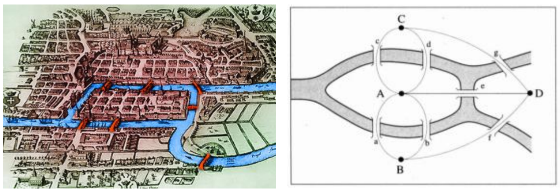
Graf merupakan salah satu bentuk tipe struktur data yang merepresentasikan objek-objek yang dinyakan dengan simpul dan hubungan antar objek dengan suatu garis. Simpul juga sering disebut sebagai *node* atau *vertices*, sedangkan garis sering disebut sebagai sisi atau *edge*. Graf dinyatakan dengan G = (V,E), dengan V adalah himpunan tidak kosong dari simpul, dan E adalah himpunan dari sisi.



Gambar 2.1 Contoh graf dengan 5 simpul dan 5 sisi (sumber: algolist.net/Algorithms/Graph).

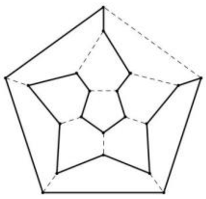
2.2 Sejarah Graf

Graf dikatakan lahir dari Euler yang diminta untuk mencari sebuah jalur atau intasan yang melewati semua 7 jembatan Köningsberg, di Jerman pada tahun 1736.



Gambar 2.2 Jembatan Köningsberg di Jerman (kiri) dan graf dari jembatan (kanan) (sumber: world.mathigon.org).

Kemudian muncul konsep lintasan Euler, dimana setiap sisi pada graf hanya boleh dilewati sekali. Teori graf berkembang di tahun 1859 oleh Sir William Rowan Hamilton, yang membuat sebuah mainan berdasarkan pencarian sebuah lintasan yang melewati setiap kota (simpul) dalam graf tepat satu kali.



Gambar 2.3 Graf Hamilton (sumber: jwilson.coe.uga.edu).

Namun sekarang, teori graf digunakan untuk menemukan komunitas dalam sebuah jaringan, atau menemukan sebuah hierarki atau substruktur, pengurutan *link*, pencarian lintasan terpendek pada GPS dan lain-lain.

2.3 Pengelompokan Graf

Pada dasarnya, Graf dapat diklasifikasi ke beberapa jenis graf berdasarkan ciri-cirinya. Salah satunya adalah berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda, graf dibedakan menjadi graf sederhana dan graf tak-sederhana. Graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki sisi ganda dan gelang, sedangkan graf tak-sederhana memiliki sisi ganda atau gelang. Graf tak-sederhana dapat dibedakan lagi menjadi graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang memiliki sisi ganda, sedangkan graf semu adalah graf tak-sederhana yang mengandung gelang.

Berdasarkan ada atau tidaknya arah sisi, graf dapat dibedakan menjadi dua, yaitu graf berarah dan graf tidak berarah. Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak memiliki orientasi arah, sedangkan graf berarah adalah graf yang sisinya memiliki orientasi arah. Dalam graf berarah, simpul asal sisi atau busur disebut simpul asal dan simpul yang dituju oleh sisi atau busur disebut sebagai simpul tujuan atau terminal.

2.4 Terminologi Graf

Dalam teori graf, tedapat beberapa istilah yang mengartikan sebuah graf.

Bertetangga artinya dua simpul yang dihubungkan dengan sebuah sisi dikatakan bertetanggaan.

Bersisisan, simpul-simpul yang terhubungkan oleh sebuah sisi *e* dapat dikatakan bersisisan dengan *e.*

Derajat dapat diartikan dalam graf tak berarah sebagai jumlah sisi yang bersisian dengan sebuah simpul. Sedangkan pada graf berarah, derajat simpul dibedakan menjadi dua, yaitu d_{in} *(v)* sebagai derajat dari jumlah busur yang masuk ke simpul *v*, dan d_{out} *(v)* sebagai derajat dari jumlah busur yang keluar dari simpul *v*, dan d *(v)* dapat didefinisikan dengan $d_{in}(v) + d_{out}(v)$.

Lintasan dapat didefinisikan sebagai urutan dari sisi dan simpul yang dimulai dari simpul asal hingga simpul tujuan dimana sisi harus bersisian dengan simpul yang dilalui.

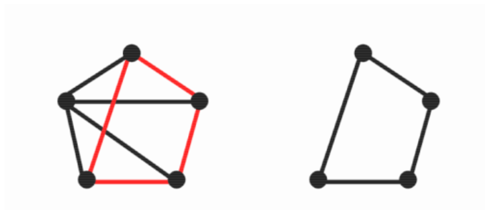
Sirkuit adalah lintasan dimana simpul awal dan simpul tujuan adalah simpul yang sama, atau kembali ke titik awal.

Terhubung didefinisikan sebagai suatu kondisi dimana dua buah simpul dterdapat lintasan yang menghubungkan simpul-simpul tersebut.

Simpul terpencil dapat diartikan sebagai simpul yang tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya.

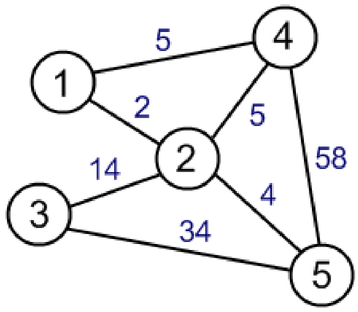
Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dihilangkan dari G menyebabkan G tidak terhubung, *Cut-set* selalu menghasilkan dua buah komponen.

Upagraf, misalkan G = (V,E) adlah sebuah graf. G1 = (V1, E1) adalah upagraf atau *subgraph* dari G jika V1 $\subseteq$ V dan E1 $\subseteq$ E. Upagraf rentang adalah upagraf yang memiliki semua simpul dari induk grafnya, dimana V1 = V.



Gambar 2.4 Graf yang kanan merupakan upagraf atau *subgraph* dari graf yang kiri (sumber: archive.cnx.org/contents/combinatorial-algorithm-for-finding-maximum-cuts).

Graf berbobot atau *weighted graph*, adalah graf yang setiap sisinya memiliki sebuah ”harga.”

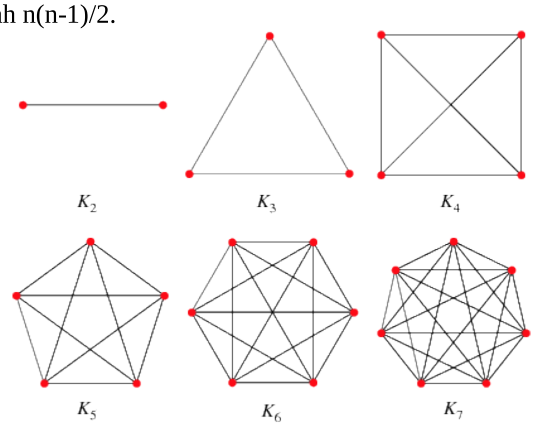


Gambar 2.5 Contoh graf berbobot atau *weighted graph* (sumber: web.cecs.pdx.edu/Graphs.html).

2.5 Graf Khusus

Beberapa graf khusus didefinisikan dari karakteristiknya masing-masing.

Graf Lengkap adalah graf sederhana yang setiap simpulnya memiliki sisi ke simpul lainnya. Graf lengkap dengan n buah simpul dilambangkan dengan K_n. Jumlah sisi pada graf lengkap yang terdiri dari n buah simpul adalah n(n-1)/2.

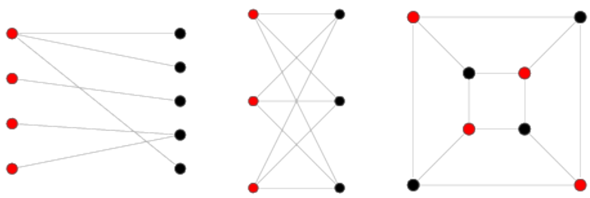


Gambar 2.6 Contoh graf lengkap dengan n buah simpul (sumber: mathworld.wolfram.com/graph.html).

Graf Lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n buah simpul dilambangkan dengan C_n.

Graf teratur adalah graf yang setiap simpulnya memiliki derajat yang sama. Jika derajat setiap simpul pada graf adalah r, maka graf tersebut disebut sebagai graf teratur dengan derajat r. Jumlah sisi pada graf teratur adalah nr/2.

Graf *Bipartite* atau *Bipartite Graph* adalah graf yang himpunan simpulnya dapat "dipisah" menjadi dua himpunan V1 dan V2. Dimana setiap sisi pada graf menghubungkan simpul pada V1 dengan V2.



Gambar 2.7 Contoh Graf *Bipartite* (sumber: wolfram.mathwolrd.com/graph.html).

2.6 Representasi Graf

Terdapat banyak cara untuk merepresentasikan sebuah graf, yaitu matriks ketetanggaan, matriks bersisian dan senarai ketetanggaan.

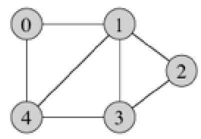
Matriks ketetanggaan atau *adjacency matrix* dapat didefinisikan dalam bentuk:

$$A = [a_{ij}],$$

a_{ij} = himpunan 1 dan 0.

1 jika simpul i dan j bertetangga

0 jika simpul i dan j tidak bertetangga



	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
2	0	1	0	1	0
3	0	1	1	0	1
4	1	1	0	1	0

Gambar 2.8 Contoh matriks ketetanggaan (sumber: cs.dartmouth.edu).

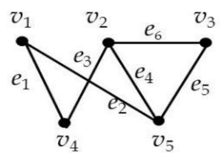
Matriks bersisian atau *incidence matrix* dapat didefinisikan dalam bentuk:

$$A = [a_{ij}],$$

a_{ij} = himpunan 1 dan 0.

1 jika simpul i bersisian dengan sisi j

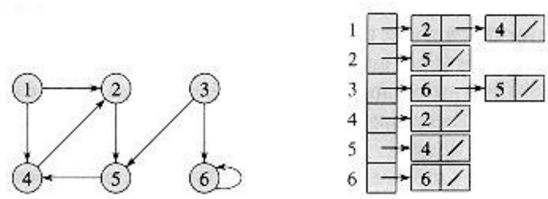
0 jika simpul i tidak bersisian dengan sisi j



	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
v_1	1	1	0	0	0	0
v_2	0	0	1	1	0	1
v_3	0	0	0	0	1	1
v_4	1	0	1	0	0	0
v_5	0	1	0	1	1	0

Gambar 2.9 Contoh matriks bersisian (sumber: cse.edu).

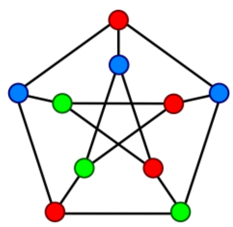
Senarai Ketetanggaan atau *adjacency list* dapat didefinisikan dapat bentuk:



Gambar 2.10 Contoh senarai ketetanggaan (sumber: staff.ustc.edu.cn).

2.7 Pewarnaan Graf

Pewarnaan graf dibagi menjadi 2, yaitu pewarnaan simpul dan pewarnaan sisi. Pada pewarnaan simpul, diusahakan agar digunakan warna sesedikit mungkin (maksimal 4 menurut teorema 4 warna oleh Dharwader) sehingga setiap simpul yang bertetangga memiliki warna yang berbeda.



Gambar 2.11 Contoh pewarnaan graf (sumber:

codeproject.com).

III. PERMASALAHAN PEMBENTUKAN POLIMORFISME NUKLEOTIDA TUNGGAL

A. Permasalahan

Dalam komputasi biokiia, terdapat banyak situasi dimana para ilmuwan berharap dapat menyelesaikan sebuah konflik antar suatu pola dalam sampel dengan menghiraukan atau tidak mempedulikan pengaruh dari faktor maupun pola lain. Tentu saja konflik tersebut harus dapat didefinisikan secara benar dan detil dalam konteks biokimia. Oleh karena itu ilmuwan harus membedakan kasus-kasus tersebut agar dapat menghindari konflik yang dapat terjadi antara dua atau lebih pola dalam suatu sampel.

Polimorfisme nukleotida tunggal adalah asam deoksiribonukleat atau yang kerap dikenal dengan DNA, yang berbasis tunggal. Diketahui bahwa polimorfisme nukleotida tunggal adalah salah satu sumber paling umum dari genetika polimorfisme dalam genom manusia (hampir sekitar 90% asam deoksiribonukleat dalam tubuh manusia adalah polimorfisme). Dan dalam penelitian yang dilakukan oleh ilmuwan akan genetika, diperlukan ketelitian terhadap konflik-konflik yang mungkin terjadi oleh sebuah pola dengan pola lainnya dalam sebuah sampel.

B. Pembentukan Graf

Dapat dibentuk sebuah graf konflik dimana setiap simpul menyatakan pola dalam sebuah sampel, dan terdapat sisi yang menghubungkan dua buah simpul jika dan hanya jika terdapat konflik antara dua buah pola tersebut. Dalam sebuah graf sederhana G misalnya, sebuah simpul C, akan bertetangga dengan setiap simpul lainnya dalam himpunan simpul dalam graf G. Maka tujuan utama adalah menemukan jumlah minimum sisi dalam graf konflik G.

Permasalahan pembentukan polimorfisme nukleotida tunggal dapat didefinisikan sebagai berikut. Pembentukan polimorfisme nukleotida tunggal adalah himpunan (S,F,R), dimana $S = \{S_1, \ldots, S_n\}$ adalah himpunan n polimorfisme nukleotida tunggal, $F = \{F_1, \ldots, F_m\}$ adalah himpunan dari m buah potongan dan R merupakan relasi $R: S \times F \rightarrow \{0,A,B\}$ yang mengindikasikan apabila polimorfisme nukleotida tunggal $S_i \in S$ tidak terjadi pada potongan $F_j \in F$, ditandai dengan 0, atau apabila terjadi, maka relasinya berupa nilai A atau B.

Dua buah polimorfisme nukleotida tunggal S_i dan S_j didefinisikan memiliki konflik apabila terdapat dua buah potongan F_k dan F_l sehingga terdapat 3 buah relasi dari $R(S_i, F_k)$, $R(S_i, F_l)$, $R(S_j, F_k)$,$R(S_j, F_l)$ memiliki nilai tidak 0 yang sama dan 1 sisanya memiliki yang bertolak belakang. Permsalahan terdapat dalam menghilangkan seminimum mungkin polimorfisme nukleotida tunggal yang akan menghilangkan segala konflik. Misal terdapat tabel relasi SxF berikut.

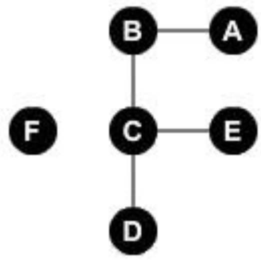
R	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
S_1	B	A	A	-	A
S_2	A	B	B	B	B
S_3	0	0	A	A	B
S_4	B	0	B	B	B
S_5	B	A	A	B	B
S_6	A	-	B	B	B

Tabel 3.1 Tabel relasi R.

Dari tabel diatas, dapat diamati bahwa S_2 dan S_4, dimana $R(S_2,F_1) = A$, $R(S_2,F_3) = B$, $R(S_2,F_4) = B$, $R(S_2,F_5) = B$, $R(S_4,F_1) = B$, $R(S_4,F_3) = B$, $R(S_4,F_4) = B$, $R(S_4,F_5) = B$. Ada juga konflik antara S_4 dan S_5, dimana $R(S_4,F_1) = B$, $R(S_4,F_3) = B$, $R(S_4,F_4) = B$, $R(S_4,F_5) = B$, $R(S_5,F_1) = B$, $R(S_5,F_3) = A$, $R(S_5,F_4) = B$, $R(S_5,F_5) = B$.

Selain kedua konflik tersebut, terdapat juga konflik antara S_1 dan S_5 dikarenakan $R(S_1,F_1) = B$, $R(S_1,F_2) = A$, $R(S_1,F_3) = A$, $R(S_1,F_5) = A$, $R(S_5,F_1) = B$, $R(S_5,F_2) = A$, $R(S_5,F_3) = A$, $R(S_5,F_5) = B$, yang memenuhi syarat diatas. Begitu juga dengan S_4 dan S_6, dimana $R(S_4,F_1) = B$, $R(S_4,F_4) = B$, $R(S_4,F_5) = B$, $R(S_4,F_3) = B$, $R(S_6,F_1) = A$, $R(S_6,F_4) = B$, $R(S_6,F_5) = B$, $R(S_6,F_3) = B$.

Dengan relasi konflik tersebut, dapat dibentuk suatu graf konflik yang berkoresponden dengan polimorfisme nukleotida tunggal tersebut.



Gambar 3.2 Graf Konflik dari tabel relasi R.

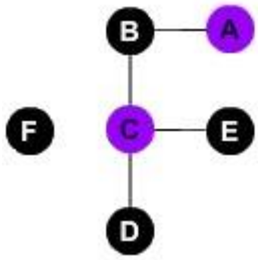
Dari graf diatas, A menunjukkan S_1, B menunjukkan S_5, C menunjukkan S_4, D menunjukkan S_6 dan E menunjukkan S_2. Dapat terlihat bahwa setiap simpul S yang berkonflik dengan simpul S lainnya, akan ditarik sebuah garis yang menunjukkan keduanya memiliki konflik.

Dari graf, dapat diamati bahwa S_3 merupakan merupakan simpul terpencil, dikarenakan tidak ada yang sisi yang bersisian dengan simpul S_3 tersebut.

Maka berdasarkan representasi graf yang telah disebutkan sebelumnya, dapat digunakan representasi graf menggunakan matriks bertetanggaan, untuk menunjukkan Simpul *i* yang berkonflik dengan lainnya.

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
S_1	0	0	0	0	1	0
S_2	0	0	0	1	0	0
S_3	0	0	0	0	0	0
S_4	0	1	0	0	1	1
S_5	1	0	0	1	0	0
S_6	0	0	0	1	0	0

Tabel 3.3 Matriks ketetanggaan dari graf pada Gambar 3.2



Gambar 3.4 Graf Konflik dengan pewarnaan dari tabel relasi R.

Maka dengan pewarnaan seperti diatas, dapat disimpulkan bahwa dengan membuang A yang merupakan S_1 dan C yang merupakan S_4, permasalahan pembentukan polimorfisme nukleotida tunggal diatas terselesaikan tanpa ada konflik antara setiap pola nya.

IV. KESIMPULAN

Teori graf dan segala bentuk representasinya termasuk pewarnaan graf sangat bermanfaat dalam menyelesaikan permasalahan pembentukan polimorfisme nukleotida tunggal. Hanya saja dibutuhkan ketelitian dalam menentukan pewarnaan graf, sehingga warna yang digunakan adalah warna yang paling minimum, sehingga data yang dibuangpun akan seminimum mungkin. Selain permasalahan tersebut, tentu saja tanpa disadari terdapat banyak sekali permasalahan dasar yang dapat diselesaikan menggunakan teori graf, seperti pewarnaan peta, rancangan jaringan keamanan komputer, masalah penjadwalan, dan masih banyak hal-hal yang mungkin tidak diketahui dapat diselesaikan menggunakan teori graf ini.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Saya ingin mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yesus Kristus, karena atas berkat dan kasih karunia-Nya di setiap langkah dalam hidup saya. Puji Tuhan atas rahmat-Nya sayapun dapat menyelesaikan makalah ini dalam waktu yang sesuai seperti yang sudah ditetapkan dengan baik. Saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir sebagai dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit saya. Saya juga turut mengucapkan terima kasih kepada orang tua dan keluarga saya yang terus setia mendukung saya lewat doa-doa mereka.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Rinaldi Munir, *Diktat Kuliah IF2120: Matematika Diskrit*. Bandung: Program Studi Teknik Informatika Sekolah Teknik Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung, 2006.
[2] Robin J. Wilson, Introduction to Graph Theory. Fourth Edition. Harlow: Longman Limited, 1996.
[3] https://www.cs.princeton.edu/courses/archive/fall06/cos341/handouts/graph1.pdf. Waktu akses: 3 Desember 2016 pukul 18.13 WIB.
[4] http://www.cs.cornell.edu/home/kleinber/networks-book. Waktu akses: 3 Desember 2016 pukul 18.20 WIB.
[5] http://web.mit.edu/~ripper/www/research/bib02.pdf. Waktu akses: 2 Desember 2016 pukul 17.54 WIB.
[6] http://theinf1.informatik.uni-jena.de/publications/wernicke-dipl.pdf. Waktu akses: 2 Desember 2016 pukul 18.03 WIB.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2016

Christopher Clement Andreas - 13515105