

Penerapan Algoritma Kruskal dalam Pembangunan Rute Bus Wisata Kota Bandung

Roselina - 13515034

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13515034@std.stei.itb.ac.id

Abstraksi—Teori graf dan pohon memiliki banyak aplikasi dalam kehidupan sehari-hari. Makalah ini berisi penerapan teori tersebut, khususnya algoritma Kruskal dalam menentukan pohon merentang minimum. Dengan menggunakan algoritma tersebut, akan dirancang rute bus wisata kota Bandung yang paling efisien.

Kata Kunci—algoritma Kruskal, graf, pohon, tempat wisata, Bandung.

I. PENDAHULUAN

Kota Bandung merupakan ibu kota provinsi Jawa Barat dan merupakan salah satu kota terbesar di Indonesia. Kota yang mempunyai luas 167.7 km² ini mempunyai jumlah penduduk sekitar 2,8 juta jiwa. Kota yang dipimpin oleh Ridwan Kamil ini pun menyandang banyak gelar. Selain sebagai kota bersejarah, Bandung juga terkenal sebagai kota pendidikan dan kota wisata.

Sebagai kota wisata, tidaklah heran banyak turis lokal dan mancanegara yang memilih berwisata di kota Bandung. Selain karena udaranya segar, banyak tempat wisata menarik yang wajib dikunjungi di Bandung, antara lain seperti kawah putih Ciwidey, gunung Tangkuban Perahu, Trans Studio Bandung, dan masih banyak lagi.

Penduduk lokal di kota Bandung pun banyak yang mengandalkan pendapatannya dari para wisatawan. Dengan tambah ramainya wisatawan yang datang ke kota Bandung, maka pendapatan penduduk kota ini pun akan meningkat. Akibatnya kota Bandung pun akan semakin maju, makmur, dan sejahtera.

Sarana transportasi yang memadai pun menjadi salah satu faktor yang mendukung kesuksesan sektor pariwisata suatu daerah. Salah satu contohnya adalah kota Singapura yang mempunyai sarana transportasi terkenal bernama MRT (Mass Rapid Transit). Dengan adanya MRT yang menjangkau seluruh daerah di Singapura, para wisatawan pun tidak perlu khawatir lagi saat ingin menjelajahi daerah wisata kota tersebut.

Untuk meningkatkan sektor pariwisata kota Bandung pun juga dapat dibangun sarana transportasi yang murah

dan efisien di kota Bandung. Salah satunya adalah dengan adanya bus yang memudahkan wisatawan untuk mengunjungi tempat-tempat wisata di kota kembang ini.

Dalam pembangunan rute transportasi yang efisien dan tidak membuang-buang biaya, dibutuhkan kontribusi ilmu pengetahuan yang mempelajari hal tersebut, yaitu salah satunya adalah matematika diskrit.

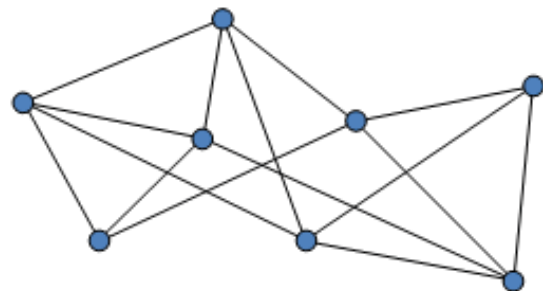
Dalam makalah ini, penulis akan mengaplikasikan teori graf dan pohon, khususnya algoritma Kruskal yang dipelajari di matematika diskrit untuk merancang suatu rute bus wisata yang menjangkau tempat-tempat wisata terkenal di kota Bandung.

II. LANDASAN TEORI

1. Graf

1.1 Definisi Graf

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V,E) , ditulis dengan notasi $G = (V,E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices atau node) dan E adalah himpunan sisi (edges atau arcs) yang menghubungkan sepasang simpul.



Gambar 1: Graf dengan 8 simpul dan 15 sisi.

Sumber: <http://www.uh.edu/engines/epi2467.htm>

1.2 Jenis-Jenis Graf

Jenis	Sisi	Sisi ganda	Sisi gelang
Graf sederhana	Tak berarah	Tidak	Tidak

Graf ganda	Tak berarah	Ya	Tidak
Graf semu	Tak berarah	Ya	Ya
Graf berarah	Berarah	Tidak	Ya
Graf ganda berarah	Berarah	Ya	Ya

1.3 Terminologi Dasar Graf

A. Bertetangga (Adjacent)

Dua buah simpul pada graf tak berarah G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, u bertetangga dengan v jika (u,v) adalah sebuah sisi pada graf G .

B. Bersisian (Incident)

Untuk sembarang sisi $e = (u,v)$, sisi e dikatakan bersisian dengan simpul u dan simpul v .

C. Simpul Terpencil (Isolated Vertex)

Simpul terpencil ialah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya. Atau, dapat juga dinyatakan bahwa simpul terpencil adalah simpul yang tidak satupun bertetangga dengan simpul-simpul lainnya.

D. Graf Kosong (Null Graph atau Empty Graph)

Graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong disebut sebagai graf kosong dan ditulis sebagai N_n , yang dalam hal ini n adalah jumlah simpul.

E. Derajat (Degree)

Derajat suatu simpul pada graf tak berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

F. Lintasan (Path)

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang terbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, ..., $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G .

G. Siklus (Cycle) atau Sirkuit (Circuit)

Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit atau siklus.

H. Terhubung (Connected)

Graf tak berarah G disebut graf terhubung (connected graph) jika untuk setiap pasang simpul u dan v di dalam himpunan V terdapat lintasan dari u ke v (yang juga harus berarti ada lintasan dari v ke u). Jika tidak, maka G disebut graf tak terhubung (disconnected graph).

Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tak berarahnya terhubung (graf tak berarah dari G diperoleh dengan menghilangkan arahnya).

Graf berarah G disebut graf terhubung kuat (strongly connected graph) apabila untuk setiap pasang simpul sembarang v_i dan v_j terhubung kuat. Kalau tidak, G disebut graf terhubung lemah.

I. Upagraf (Subgraph) dan Komplemen Upagraf

Misalkan $G = (V,E)$ adalah sebuah graf. $G_1 = (V_1, E_1)$ adalah upagraf (subgraph) dari G jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$.

Komplemen dari upagraf G_1 terhadap graf G adalah graf $G_2 = (V_2, E_2)$ sedemikian sehingga $E_2 = E - E_1$ dan V_2 adalah simpul yang anggota-anggota E_2 bersisian dengannya.

J. Upagraf Merentang (Spanning Subgraph)

Upagraf $G_1 = (V_1, E_1)$ dan $G = (V, E)$ dikatakan upagraf merentang jika $V_1 = V$ (yaitu G_1 mengandung semua simpul dari G).

K. Cut-Set

Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, cut-set selalu menghasilkan dua buah komponen terhubung.

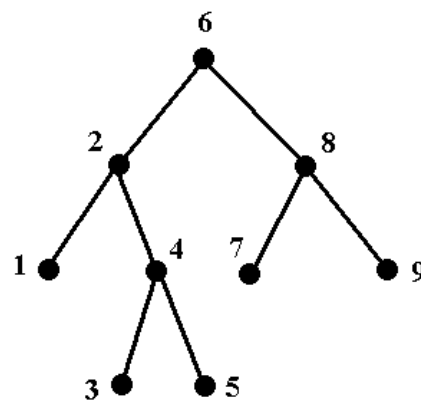
L. Graf Berbobot (Weighted Graph)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

2. Pohon

2.1 Definisi Pohon

Pohon adalah graf tak berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit.



Gambar 2: Pohon dengan 9 simpul dan 8 sisi.

Sumber:

<https://bsodtutorials.wordpress.com/2014/06/08/data-structures-red-and-black-trees/>

2.2 Sifat-Sifat Pohon

Misalkan $G = (V,E)$ adalah graf tak berarah sederhana dan jumlah simpulnya n . Maka, semua pernyataan di bawah ini adalah ekuivalen:

1. G adalah pohon.
2. Setiap simpul di dalam G terhubung dengan lintasan tunggal.
3. G terhubung dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
4. G tidak mengandung sirkuit dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
5. G tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
6. G terhubung dan semua sisinya adalah jembatan (jembatan adalah sisi yang bila dihapus menyebabkan graf terpecah menjadi dua komponen).

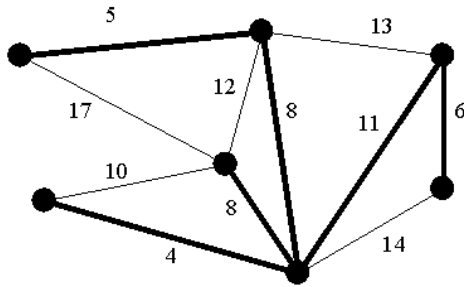
2.3 Pohon Merentang

Pohon merentang T pada graf tak berarah G adalah upagraf dari G yang mempunyai semua simpul pada G . Sisi pada pohon merentang yang disebut cabang adalah sisi dari graf semula, sedangkan tali hubung dari pohon adalah

sisi dari graf yang tidak terdapat di dalam pohon merentang.

2.4 Pohon Merentang Minimum

Pohon merentang minimum dari graf berbobot G adalah pohon merentang yang mempunyai jumlah bobot sisi minimum.



Gambar 3: Pohon merentang minimum.

Sumber:

<https://people.eecs.berkeley.edu/~jfc/cs174lects/lec19/lec19.html>

Terdapat dua buah algoritma membangun pohon merentang minimum. Yang pertama adalah algoritma Prim, dan yang kedua adalah algoritma Kruskal.

A. Algoritma Prim

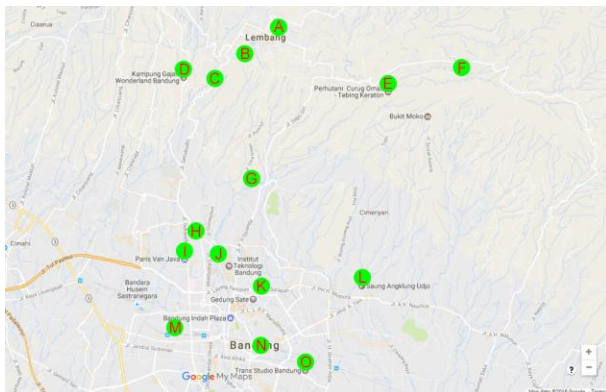
1. Ambil sisi dari graf G yang berbobot minimum, masukkan ke dalam T.
2. Pilih sisi e yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di T, tetapi e tidak membentuk sirkuit di T. Masukkan e ke dalam T.
3. Ulangi 2 sebanyak n-2 kali.

B. Algoritma Kruskal

(Asumsi: sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik berdasarkan bobotnya)

1. T masih kosong.
2. Pilih sisi e dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di T. Masukkan e ke dalam T.
3. Ulangi langkah 2 sebanyak n-1 kali.

III. TEMPAT-TEMPAT WISATA KOTA BANDUNG



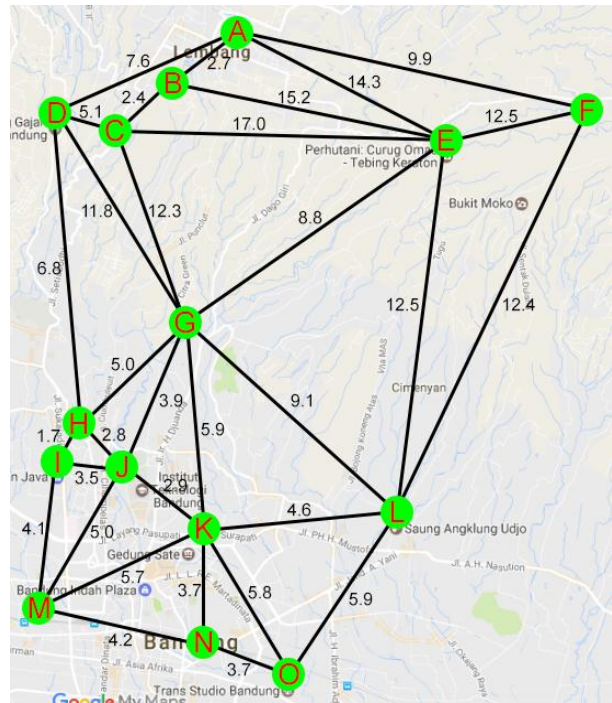
Gambar 4: Peta tempat-tempat wisata kota Bandung.

Sumber: <https://maps.google.com/> dengan perubahan

Berikut adalah tabel tempat-tempat wisata di Bandung beserta keterangannya. Tempat-tempat wisata disini tentunya tidak mencakup semua tempat wisata yang ada di Bandung, melainkan tempat-tempat wisata yang penulis rasa cukup terkenal di kalangan wisatawan.

No.	Nama	Keterangan
A	De'Ranch	De'Ranch merupakan tempat wisata dengan berbagai atraksi dan wahana permainan bertema ala cowboy.
B	Observatorium Bosscha	Observatorium Bosscha adalah salah satu tempat peneropongan bintang tertua di Indonesia yang juga merupakan bagian dari ITB.
C	Farm House Lembang	Farm House adalah tempat wisata outbound dengan bangunan-bangunan berdesain Eropa kuno.
D	Kampung Gajah	Kampung Gajah adalah tempat wisata lengkap yang terdiri dari wisata taman hiburan, wisata kuliner, wisata keluarga, dan wisata belanja.
E	Tebing Keraton	Dari Tebing Keraton ini wisatawan dapat menikmati keindahan Bandung dari ketinggian 1200 m diatas permukaan laut.
F	The Lodge Adventure Park	The Lodge adalah kawasan wisata outbound dan resort dengan pemandangan hutan pinus disekelilingnya.
G	Curug Dago	Curug Dago adalah objek wisata air terjun setinggi 12 m dan berada 800 m diatas permukaan laut.
H	Rumah Mode Factory Outlet	Rumah Mode adalah wisata belanja fashion terbesar, terlengkap, dan teramai di Bandung.
I	Paris Van Java	Paris Van Java adalah salah satu pusat perbelanjaan terbesar di Bandung dengan mengusung nuansa open air.
J	Kebun Binatang Bandung	Kebun binatang seluas 14 hektar ini adalah rumah bagi 213 jenis satwanya. Selain itu kebun binatang ini juga berfungsi sebagai cagar alam dan hutan lindung.
K	Museum Geologi Bandung	Di dalam museum bersejarah kota Bandung ini tersimpan materi-materi geologi yang

		berlimpah, seperti fosil, batuan, dan mineral.
L	Saung Angklung Udjo	Saung Angklung Udjo adalah pusat pelestarian dan pertunjukan kebudayaan tradisional yang ada di Bandung.
M	Paskal Food Market	Paskal Food Market merupakan tempat wisata kuliner paling terkenal di Bandung. Disini disajikan lebih dari 1001 menu dengan lebih dari 50 stand penjual makanan.
N	Pasar Baru	Salah satu wisata belanja Bandung yang terkenal sampai ke turis mancanegara.
O	Trans Studio Bandung	Trans Studio Bandung merupakan taman hiburan tertutup terbesar di Indonesia dengan lebih dari 20 wahana.



Gambar 5: Graf tempat-tempat wisata kota Bandung.
Sumber: <https://maps.google.com/> dengan perubahan

IV. PEMODELAN TEMPAT-TEMPAT WISATA KOTA BANDUNG

Tempat-tempat wisata kota Bandung akan dimodelkan sebagai graf berbobot dengan simpul menyatakan tempat-tempat wisata dan sisi menyatakan jalan dari satu tempat wisata ke tempat wisata lainnya yang berseberangan dengannya. Adapun bobot sisi ditentukan oleh jarak antara kedua tempat wisata tersebut.

Jarak disini merupakan jarak sebenarnya yang harus ditempuh bus dari satu tempat ke tempat yang lain dan bukan sekedar jarak antara dua titik pada peta sehingga dapat dilihat kalau ada jarak dua tempat yang kelihatannya dekat di peta tetapi ternyata mempunyai jarak yang cukup jauh. Perihal sisi yang direpresentasikan sebagai garis lurus dan tidak berkelok seperti jalan sebenarnya hanya sebagai mempermudah pemodelan menjadi graf.

Lalu, karena pada kenyataannya penentuan tempat asal dan tujuan berpengaruh pada jarak, maka bobot sisi merupakan jarak rata-rata antara dari tempat asal ke tujuan dan dari tempat tujuan ke tempat asal. Misalnya kalau bus berangkat dari kota A ke kota B harus menempuh jarak 6.3 km, sedangkan bila pulang dari kota B ke kota A hanya perlu menempuh jarak 4.7 km (karena ada jalan yang lebih pendek), maka jarak rata-ratanya adalah 5.5 km.

Berikut adalah pemodelan graf tempat-tempat wisata kota Bandung dengan ketentuan diatas.

V. PEMBENTUKAN POHON MERENTANG MINIMUM DENGAN ALGORITMA KRUSKAL

1. Pengurutan Sisi Berdasarkan Bobot

Berikut adalah sisi-sisi dari graf tempat wisata kota Bandung secara terurut membesar.

No.	Sisi	Bobot	No.	Sisi	Bobot
1	(H,I)	1.7	17	(K,O)	5.8
2	(B,C)	2.4	18	(G,K)	5.9
3	(A,B)	2.7	19	(L,O)	5.9
4	(H,J)	2.8	20	(D,H)	6.8
5	(J,K)	2.9	21	(A,D)	7.6
6	(I,J)	3.5	22	(E,G)	8.8
7	(K,N)	3.7	23	(G,L)	9.1
8	(N,O)	3.7	24	(A,F)	9.9
9	(G,J)	3.9	25	(D,G)	11.8
10	(I,M)	4.1	26	(C,G)	12.3
11	(M,N)	4.2	27	(F,L)	12.4
12	(K,L)	4.6	28	(E,F)	12.5
13	(G,H)	5.0	29	(E,L)	12.5
14	(J,M)	5.0	30	(A,E)	14.3
15	(D,C)	5.1	31	(B,E)	15.2
16	(K,M)	5.7	32	(C,E)	17.0

2. Membentuk Pohon Merentang Minimum

No.	Sisi	Bobot	Pohon Merentang
1	(H,I)	1.7	
2	(B,C)	2.4	
3	(A,B)	2.7	
4	(H,J)	2.8	
5	(J,K)	2.9	
6	(K,N)	3.7	
7	(N,O)	3.7	
8	(G,J)	3.9	
9	(I,M)	4.1	
10	(K,L)	4.6	
11	(D,C)	5.1	
12	(D,H)	6.8	

