

# Menghitung Jumlah Isomer Alkana dengan Penerapan Teori Graf

Iftitakhul Zakiah/13515114

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13515114@std.stei.itb.ac.id

iftitakhulzakiah@gmail.com

**Abstract**—Graf merupakan salah satu bahasan yang memiliki banyak sekali aplikasi dalam berbagai bidang, salah satunya adalah menentukan jumlah isomer dari senyawa kimia, khususnya alkana. Alkana memiliki rumus kimia  $C_nH_{2n+2}$ . Contoh alkana yang banyak digunakan adalah LPG (*Liquefied Petroleum Gas*) dan propelan pada semprotan aerosol untuk propane dan butane. Seiring dengan bertambahnya atom C pada alkana, maka jumlah isomer alkana bertambah secara drastis. Maka dari itu diperlukan suatu enumerasi khusus untuk menghitung jumlah isomer yang dapat terbentuk dari suatu rumus kimia yang kemudian ditemukan oleh Arthur Cayley, yang disebut dengan Enumerasi Cayley dan juga dengan perhitungan koreksinya.

**Keywords**—Alkana, isomer, Enumerasi Cayley, pohon *centered dan bcentered*.

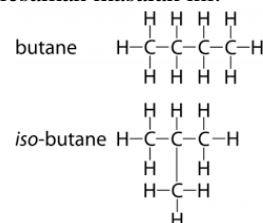
## I. PENDAHULUAN

Alkana merupakan salah satu senyawa kimia organik yang sudah akrab dengan kehidupan sehari-hari karena dari alkana yang bersuku rendah hingga bersuku tinggi, dapat diolah dan digunakan. Bahkan untuk rumus kimia yang sama, alkana dapat memiliki struktur yang berbeda sehingga berbeda pula kegunaannya. Struktur yang berbeda dengan rumus kimia yang sama disebut juga isomer.

Uniknya, sebagian besar isomer-isomer tersebut berasal dari alam dan tidak disintesis dari manusia. Banyaknya jenis isomer yang terbentuk ini menjadi alasan mengapa senyawa karbon sangat banyak ditemukan di alam dan sangat luas penggunaannya.

Misalkan digunakan butana sebagai contoh. Butana dengan rumus kimia  $C_4H_{10}$  memiliki dua buah isomer yaitu n-butana dan isobutana. Butana memiliki struktur dengan atom C yang berada pada satu rantai berjejer lurus, sedangkan isobutana memiliki tiga atom C sebagai rantai utama dan satu atom C lainnya menjadi cabang dari atom C kedua pada rantai utama. Untuk dekana ( $C_{10}H_{22}$ ) memiliki 75 isomer dan untuk senyawa dengan rumus kimia  $C_{30}H_{62}$  dapat memiliki lebih dari 400 juta isomer yang mungkin. Maka dari itu, tidak mungkin jika untuk mengetahui ada berapa jumlah isomer dari suatu alkana dengan menghitung semua kemungkinan-kemungkinan

yang dapat terbentuk. Sehingga dapat menggunakan teori graf untuk menyelesaikan masalah ini.



Gambar 1.1. Isomer butana

(Sumber : <http://fungsi.web.id/2015/10/pengertian-dan-contoh-isomer-hidrokarbon.html> )

## II. DASAR TEORI

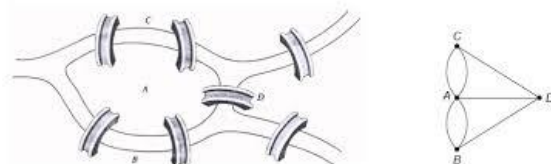
### 1. Graf

#### 1.1. Definisi

Secara matematis, graf didefinisikan seperti di bawah ini :

<b>Graf <math>G</math> didefinisikan sebagai pasangan himpunan <math>(V,E)</math> dengan</b>
<b><math>V</math> = himpunan tak kosong dari vertex atau node</b>
<b><math>E</math> = himpunan edges atau arcs yang menghubungkan suatu simpul</b>

Definisi diatas menunjukkan bahwa  $V$  tidak boleh kosong sedangkan  $E$  boleh kosong. Jadi sebuah graf minimal memiliki satu buah simpul walaupun tidak memiliki sisi satu pun. Graf yang seperti ini disebut juga graf trivial.



Gambar 2.1. Jembatan Königsberg dan graf yang merepresentasikannya

(Sumber : <https://imeldaflorensia91.wordpress.com/2013/05/04/graf-matematika-diskrit/>)

#### 1.2. Terminologi

Pada graf tertentu, terdapat sisi ganda, sisi gelang,

atau keduanya. Sisi ganda yaitu jika kedua simpul yang sama dihubungkan oleh dua buah sisi. Sisi gelang ada jika sebuah simpul memiliki sisi yang dihubungkan ke dirinya sendiri.

Graf memiliki banyak jenis tergantung paradigma mana yang digunakan. Berdasarkan ada tidaknya sisi gelang atau sisi ganda suatu graf, graf dibedakan menjadi dua jenis yaitu graf sederhana dan graf tak sederhana. Graf sederhana tidak memiliki sisi gelang maupun sisi ganda. Sedangkan graf tak sederhana memiliki sisi ganda atau sisi gelang. Graf tak sederhana ini dibagi menjadi dua jenis juga yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda atau *multigraph* adalah graf yang mengandung sisi ganda. Graf semu (*pseudograph*) adalah graf yang mengandung sisi gelang, walaupun graf tersebut mengandung sisi ganda juga.

Berdasarkan jumlah simpulnya, terdapat graf berhingga (*limited graph*) yaitu graf yang jumlah simpulnya,  $n$ , berhingga dan graf tak berhingga (*unlimited graph*) atau graf dengan jumlah simpul,  $n$ , tidak berhingga.

Selanjutnya graf yang dilihat dari sisi mempunyai orientasi arah dibagi menjadi dua jenis, yaitu graf tak berarah (*undirected graph*) adalah graf yang sisinya tidak memiliki arah. Pada graf jenis ini, urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Kedua adalah graf berarah (*directed graph*) atau digraph, graf yang setiap sisinya memiliki arah. Urutan pasangan simpul dipengaruhi oleh arah sisinya. Untuk busur  $(v_j, v_k)$ , simpul  $v_j$  merupakan *initial vertex* atau simpul asal, dan  $v_k$  merupakan *terminal vertex* atau simpul terminal.

Terminologi graf lain yang sering dipakai misalnya derajat, bertetangga, bersisian, simpul terpencil, dll. Dua simpul bertetangga bila terhubung langsung oleh suatu sisi. Sedangkan suatu sisi yang menghubungkan dua buah simpul, maka sisi tersebut bersisian dengan simpul-simpul itu. Simpul terpencil ialah simpul yang tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya. Graf kosong merupakan graf yang berisi himpunan kosong untuk sisinya. Derajat atau *degree* suatu simpul pada graf tak berarah adalah jumlah sisi yang berisian dengan simpul tersebut. Lintasan atau *path* merupakan barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang menghubungkan simpul awal menuju simpul akhir. Lintasan yang berakhir di simpul yang sama dengan simpul awalnya, disebut lintasan tertutup. Jika berakhir di simpul yang berbeda, disebut juga lintasan terbuka. Lintasan tertutup bisa disebut juga sirkuit atau siklus. Graf terhubung jika untuk setiap pasang simpul  $v_{ii}$  dan  $v_j$  di dalam himpunan  $V$  terdapat lintasan dari  $v_i$  ke  $v_j$ . Jika tidak, maka disebut graf tak terhubung.

Misalkan  $G = (V, E)$  adalah sebuah graf.  $G_1 = (V_1, E_1)$  adalah upagraf dari  $G$  jika  $V_1$  adalah subset  $V$  dan  $E_1$  juga merupakan subset  $E$ . Sedangkan komplement dari upagraf  $G_1$  terhadap  $G$  adalah graf  $G_2 = (V_2, E_2)$  dimana  $E_2 = E - E_1$  dan  $V_2$  adalah himpunan simpul yang anggota-anggota  $E_2$  bersisian dengannya. Dikatakan upagraf merentang jika  $V_1 = V$  (yaitu  $G_1$  mengandung

semua simpul dari  $G$ ). Cut set dari sebuah graf terhubung  $G$  adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari  $G$  menyebabkan  $G$  tidak terhubung. Sedangkan graf yang sisinya memiliki nilai atau harga disebut graf berbobot.

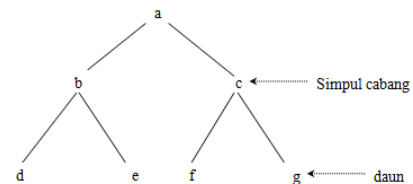
Selain itu terdapat beberapa jenis graf sederhana yaitu graf lengkap yang setiap simpulnya mempunyai sisi ke semua simpul lainnya, graf lingkaran yang setiap simpulnya berderajat dua, graf teratur yang setiap simpulnya mempunyai derajat yang sama, dan yang terakhir adalah graf bipartite yaitu jika graf  $G$  himpunan simpulnya dapat dipisah menjadi dua himpunan bagian  $V_1$  dan  $V_2$ .

## 2. Pohon

### 2.1. Definisi

Pohon atau *tree* merupakan suatu graf yang tak berarah terhubung yang tidak memiliki sirkuit.

Misalkan  $G = (V, E)$  adalah graf tak berarah sederhana dengan jumlah simpul,  $n$ . Maka graf  $G$  disebut pohon jika setiap pasang simpul di dalam graf  $G$  terhubung dengan lintasan tunggal sehingga  $G$  terhubung dengan jumlah sisi  $n-1$  buah dan tidak memiliki sirkuit. Akan tetapi dengan penambahan satu sisi, graf  $G$  dapat menjadi sirkuit.



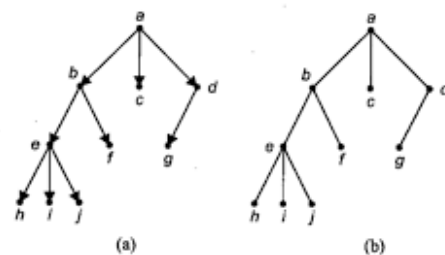
Gambar 2.2. Contoh representasi pohon

(Sumber : <http://uasmatdismutia.blogspot.co.id/2014/06/tree-pohon.html>)

### 2.2. Terminologi

Terdapat beberapa jenis pohon, yaitu pohon merentang, pohon berakar, pohon terurut, pohon  $n$ -ary, dan pohon biner.

Misalnya graf  $G = (V, E)$  yang tak berarah dan bukan pohon memiliki sirkuit dapat menjadi pohon  $T = (V_1, E_1)$  dengan cara memutuskan sirkuit dengan menghapus satu buah sisi pada sirkuit tertentu dengan simpul-simpul  $G$  yang masih tetap terhubung maka dapat menjadi pohon merentang.



Gambar 2.3. Pohon berakar (a) berarah, (b) tak berarah

(Sumber : <http://poetra70.blogspot.co.id/2015/09/pohon-matematika-diskrit.html>)

Sebuah pohon yang sebuah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisinya diberi arah sehingga menjadi graf berarah disebut pohon berakar.

Pada pohon berarah dikenal beberapa istilah seperti anak, orangtua, lintasan, keturunan, saudara kandung, upapohon, derajat, daun, simpul dalam, aras atau level, dan tinggi atau kedalaman.

Jika sebuah simpul  $x$  mempunyai sisi menuju simpul  $y$ , maka simpul  $x$  merupakan orangtua dari simpul  $y$  dan simpul  $y$  merupakan anak dari simpul  $x$ . Pada gambar 2.3., untuk menuju simpul  $h$  dari simpul  $a$ , lintasan yang ditempuh adalah  $a, b, e, h$  dengan panjang lintasannya 3. Simpul  $h$  dapat dikatakan keturunan dari simpul  $a$  dan simpul  $a$  merupakan leluhur dari simpul  $h$ . Simpul  $h$  memiliki saudara kandung  $i$  dan  $j$  karena  $h, i, j$  memiliki orangtua yang sama.

Misalkan  $x$  adalah simpul dalam pohon  $T$ . Disebut upapohon bila  $x$  sebagai akar dari upagraf  $T_1 = (V_1, E_1)$  sedemikian sehingga  $V_1$  mengandung  $x$  dan semua simpul yang merupakan keturunan dari simpul  $x$  dan  $E_1$  mengandung sisi-sisi yang berasal dari simpul  $x$ .

Derajat suatu simpul pada pohon berakar adalah jumlah anak dari simpul tersebut. Untuk simpul berderajat nol disebut daun. Sedangkan simpul yang mempunyai anak disebut simpul dalam. Aras atau level bisa juga disebut penomoran dengan akar yang paling atas memiliki aras 0. Untuk aras maksimum dapat juga dikatakan sebagai tinggi atau kedalaman. Contohnya gambar 2.3. mempunyai tinggi 3.

Pohon berakar yang urutan-urutan anaknya penting disebut pohon terurut (*ordered tree*). Sedangkan pohon berakar yang setiap simpul cabang memiliki paling banyak  $n$  buah anak disebut pohon  $n$ -ary. Kemudian pohon yang memiliki paling banyak dua buah anak disebut juga pohon biner.

### 3. Alkana



Gambar 2.4. Struktur beberapa jenis alkana  
(Sumber : )

Karbon dapat membentuk lebih banyak senyawa dibandingkan unsur lain sebab atom karbon tidak hanya dapat membentuk ikatan karbon tunggal, rangkap dua, dan rangkap tiga, tetapi bisa berkait satu sama lain membentuk struktur rantai dan cincin.

Penggolongan senyawa organik dapat dibedakan menurut gugus fungsi yang dikandungnya. Gugus fungsi merupakan sekelompok atom yang menyebabkan perilaku kimia molekul induk. Semua senyawa organik merupakan turunan dari golongan senyawa yang dikenal sebagai hidrokarbon.

Berdasarkan strukturnya, hidrokarbon dibagi

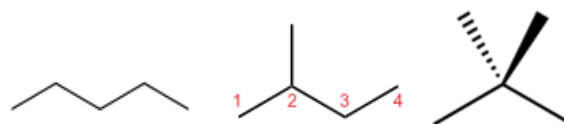
menjadi dua yaitu hidrokarbon alifatik dan aromatic. Hidrokarbon alifatik tidak mengandung gugus benzene atau cincin benzene, sedangkan hidrokarbon aromatic mengandung satu atau lebih gugus benzene. Hidrokarbon alifatik dibagi menjadi tiga, yaitu alkana, alkena, dan alkuna.

Alkana merupakan suatu jenis senyawa organik yang banyak ditemukan di alam dan digunakan oleh makhluk hidup, baik itu manusia, hewan, maupun tumbuhan.

Alkana memiliki rumus umum  $C_nH_{2n+2}$  dengan  $n = 1, 2, \dots$ . Ciri utama dari alkana adalah hanya terdapat ikatan kovalen tunggal. Alkana disebut juga hidrokarbon jenuh karena mengandung jumlah maksimum atom hydrogen yang dapat berikatan dengan sejumlah atom karbon yang ada.

#### 4. Isomer

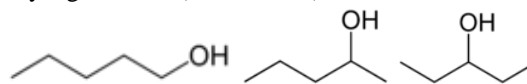
Berasal dari bahasa Yunani, isomer dari kata isomeres dimana isos berarti sama dan meros artinya bagian. Sehingga isomer merupakan suatu senyawa kimia yang memiliki rumus kimia yang sama tetapi memiliki susunan atom yang berbeda dan sifat yang belum tentu sama, kecuali memiliki gugus fungsi yang sama. Isomer terdapat tiga jenis, yaitu isomer kerangka, isomer posisi, dan isomer gugus fungsi.



Gambar 2.5. n-pentana, isopentana, neopentana  
(Sumber : <http://www.ilmukimia.org/2014/11/isomer-kerangka-posisi-dan-gugus-fungsi.html>)

Isomer rantai atau kerangka adalah molekul yang mempunyai kerangka yang berbeda tetapi memiliki rumus molekul yang sama. Jenis isomer ini sangat banyak ditemukan pada alkana. Gambar 2.5. menunjukkan contoh isomer kerangka yaitu n-pentana, isopentana, dan neopentana.

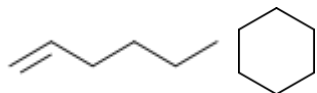
Isomer posisi atau regioisomer adalah molekul yang mempunyai posisi gugus fungsi yang berbeda tetapi berikatan pada rantai induk yang sama. Contohnya adalah gugus hidroksil yang berikatan pada pentane dengan posisi yang berbeda (Gambar 2.6).



Gambar 2.6. 1-pentanol, 2-pentanol, dan 3-pentanol  
(Sumber : <http://www.ilmukimia.org/2014/11/isomer-kerangka-posisi-dan-gugus-fungsi.html>)

Selanjutnya isomer yang terakhir yaitu isomer gugus fungsi, ialah isomer struktur yang mempunyai rumus molekul yang sama namun atom-atomnya terhuung dengan cara lain sehingga membentuk gugus fungsi yang berbeda. Misalnya 1-heksena dan sikloheksena yang memiliki rumus molekul yang sama tetapi sikloheksana merupakan sikloalkana sedangkan 1-heksena merupakan

alkena sehingga keduanya digolongkan menjadi isomer gugus fungsi.

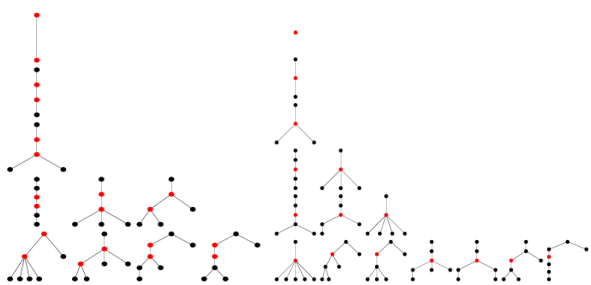


Gambar 2.7. 1-heksena dan sikloheksena  
(Sumber : <http://www.ilmukimia.org/2014/11/isomer-kerangka-posisi-dan-gugus-fungsi.html>)

### III. PEMBAHASAN

Permasalahan perhitungan jumlah isomer ini pertama kali dipecahkan oleh Arthur Cayley pada tahun 1875 dengan mengenumerasi *centered* dan *bicentered* alkana dengan simpul berderajat 4 untuk alkana dengan atom karbon kurang dari empat belas. Oleh karena itu, sebelum membahas tentang enumerasi Cayley, akan dibahas pohon *centered* dan *bicentered*.

#### A. Pohon *Centered* dan *Bicentered*



Gambar 3.1. Pohon *bicentered* (kiri) dan pohon *centered* (kanan)

(Sumber : <http://mathworld.wolfram.com/CenteredTree.html> dan <http://mathworld.wolfram.com/BicenteredTree.html>)

Pohon *centered* merupakan pohon yang memiliki satu node unik pada pusat dari lintasan sembarang sepanjang  $2m$  seperti yang ditunjukkan pada gambar 3.1. Sedangkan pohon *bicentered* adalah pohon yang memiliki dua node pada pusat lintasan sembarang dengan panjang  $2m+1$ . Setiap pohon merupakan pohon *centered* atau *bicentered* tetapi tidak bisa keduanya.

#### B. Enumerasi Cayley

n	<i>Centered</i>	<i>Bicentered</i>	Total
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	2
5	2	1	3
6	2	3	5
7	6	3	9
8	9	9	18
9	20	15	35
10	37	38	75

n	<i>Centered</i>	<i>Bicentered</i>	Total
11	86	73	159
12	183	174	357
13	419	380	799

Table 3.1.Enumerasi Cayley pada tahun 1875  
(Sumber : <https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/cayley.html>)

Metode yang digunakan oleh Cayley dengan menganggap setiap simpul (dalam hal ini adalah atom karbon) merupakan pohon *centered* atau *bicentered* yang kemudian membuang *center* atau *bicenter* sehingga terbentuk pohon yang lebih kecil dan terdapat relasi rekurens yang terbentuk. Dari sanalah Cayley menghitung jumlah isomer alkana. Untuk  $n=1$  hingga  $n=11$  Cayley menghitung dengan tepat jumlah isomer yang terbentuk.

#### C. Perhitungan Koreksi untuk Enumerasi Cayley

Di atas telah disebutkan bahwa Enumerasi Cayley hanya tepat untuk jumlah  $n=11$ . Terdapat kesalahan perhitungan untuk  $n=12$  dan  $n=13$ . Untuk  $n=12$ , hasil yang benar adalah 355 dan 802 untuk  $n=13$ . Ini menunjukkan bahwa perhitungan dengan metode Cayley perlu disempurnakan lagi. Oleh karena itu para ahli berusaha untuk menyempurnakan lagi dan akhirnya pada tahun 1999, E. M. Rainss dan N. J. A. Sloane berhasil menambahkan koreksi untuk enumerasi Cayley.

Untuk suatu pohon  $k$ -valent, setiap simpulnya maksimal memiliki derajat empat karena atom karbon hanya dapat mengikat maksimal empat atom karbon lainnya. Dan terdapat suatu pohon berakar  $b$ -ary dimana pohon tersebut merupakan pohon kosong atau pohon yang derajat setiap simpulnya paling besar adalah  $b$ .

Misalnya  $T_{h,n}$  jumlah pohon berakar  $(k-1)$ -ary dengan  $h$  adalah tinggi maksimal dan  $n$  adalah jumlah simpul. Untuk pohon kosong memiliki tinggi  $-1$  karena tidak ada simpul yang merepresentasikannya.

Dimisalkan  $T_h(z) = \sum_{n \geq 0} T_{h,n} z^n$ . Maka:

$$T_{-1}(z) = 1$$

$$T_0(z) = 1 + z$$

$$T_{h+1}(z) = 1 + z S_{k-1}(T_h(z)); \text{ untuk } h > 1 \dots (i)$$

Dengan  $S_m(f(z))$  menyatakan hasil substitusi indeks siklus dari kelompok dengan orde  $m!$ . Contohnya :

$$S_3(f(z)) = (f(z)^3 + 3(f(z)f(z^2) + 2f(z^3)))/3!$$

Jika kita membuang akar dan sisi-sisi yang bersisian dengannya dari pohon dengan tinggi  $h+1$ , maka ada  $(k-1)$  tuple dari pohon-pohon yang memiliki tinggi  $h$ .

Dari sini dapat dibedakan dua perhitungan, yaitu perhitungan untuk pohon *centered* dan perhitungan untuk pohon *bicentered*.

Untuk pemisalan,  $C_{2h,n}$  jumlah pohon  $k$ -valent *centered* dengan simpul sebanyak  $n$  dan diameter  $2h$  dan  $C_{2h}(z) = \sum_{n \geq 0} C_{2h,n} z^n$ . Dengan menghapus simpul *center* dan sisi yang bersisian dengannya secara rekurens, maka diperoleh bahwa pohon tersebut merupakan  $k$ -tupel tak terurut dari pohon berakar  $(k-1)$ -ary dengan tinggi maksimum  $h-1$  dan sedikitnya terdapat dua yang memiliki

tinggi tepat h-1. Maka diperoleh :

$$C_{2h} = (1+z S_k (T_{h-1}(z))) - (1+z S_k (T_{h-2}(z))) - (T_{h-1}(z) - T_{h-2}(z))(T_{h-1}(z)-1)$$

Pada persamaan di atas terdapat tiga ekspresi yang menyatakan k-tupel dari pohon berakar dengan tinggi maksimal h-1 untuk ekspresi pertama dari kiri. Kemudian ekspresi kedua menyatakan k-tupel dari pohon berakar dengan tinggi maksimal h-2. Dan ekspresi terakhir bermakna pohon berakar dengan satu subpohon pada akar dengan tinggi h-1.

Jika  $C_n$  menyatakan jumlah pohon *centered* k-valent dengan n simpul dan  $C(z) = \sum_{n \geq 0} C_n z^n$ . Maka diperoleh :

$$C(z) = \sum_{n \geq 0} C_{2h}(z)$$

Sehingga jika k = 4, didapatkan :

$$C(z) = z + z^3 + z^4 + 2 z^5 + 2 z^6 + 6 z^7 + 9 z^8 + 20 z^9 + 37 z^{10} + 86 z^{11} + 181 z^{12} + 422 z^{13} + \dots, \dots(ii)$$

Sedangkan untuk pohon *bicentered* lebih mudah untuk dikelola. Misalkan  $B_{2h+1,n}$  dengan k-valent pohon dengan n buah simpul dan diameter 2h+1,  $B_{2h+1}(z) = \sum_{n \geq 0} B_{2h+1,n} z^n$  dengan  $B_n$  merupakan total pohon, maka  $B(z) = \sum_{n \geq 0} B_n z^n$ . Karena pohon *bicentered* berkorespondensi dengan pasangan tak terurut dari pohon berakar (k-1)-ary dengan tinggi tepat h, sehingga diperoleh :

$$B_{2h+1,n}(z) = S_2(T_h(z) - T_{h-1}(z)), \text{ kemudian } B(z) = \sum_{n \geq 0} B_{2h+1}(z)$$

Untuk k = 4 kita dapatkan :

$$B(z) = z^2 + z^4 + z^5 + 3 z^6 + 3 z^7 + 9 z^8 + 15 z^9 + 38 z^{10} + 73 z^{11} + 174 z^{12} + 380 z^{13} + \dots, \dots(iii)$$

Dengan menjumlahkan persamaan (ii) dengan (iii), diperoleh :

$$C(z) + B(z) = z + z^2 + z^3 + 2 z^4 + 3 z^5 + 5 z^6 + 9 z^7 + 18 z^8 + 35 z^9 + 75 z^{10} + 159 z^{11} + 355 z^{12} + 802 z^{13} + \dots, \dots(iv)$$

Berdasarkan persamaan (iv) dapat kita peroleh

n	centered	bicentered	total
1	(A000022)	(A000200)	(A000602)
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	2
5	2	1	3
6	2	3	5
7	6	3	9
8	9	9	18
9	20	15	35
10	37	38	75
11	86	73	159
12	181	174	355
13	422	380	802
14	943	915	1858
15	2223	2124	4347
16	5225	5134	10359
17	12613	12281	24894
18	30513	30010	60523
19	74883	73401	148284
20	184484	181835	366319
21	458561	452165	910726
22	1145406	1133252	2278658
...	...	...	...

Table 3.2. Hasil penyempurnaan enumerasi Cayley  
(Sumber : <https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/cayley.html>)

#### IV. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian-uraian sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Teori graf sangat luas penggunaannya, contohnya adalah untuk menghitung jumlah isomer alkana melalui struktur kimia yang dapat dimisalkan sebagai pohon *centered* ataupun *bicentered* yang kemudian dijumlahkan hasil perhitungan dari masing-masing pohon sehingga diperoleh jumlah total isomer yang dapat terbentuk.
2. Arthur Cayley berhasil membangun pondasi tentang bagaimana cara menggunakan teori graf untuk menghitung dari isomer alkana sehingga memacu para ahli lain untuk mengaplikasikan juga.
3. Aplikasi teori graf tidak sebatas dalam dunia matematika, tetapi juga dapat diaplikasikan dalam bidang keilmuan lain, salah satunya adalah kimia.

#### V. UCAPAN TERIMA KASIH

Dengan terbentuknya makalah ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada Allah SWT yang memberikan nikmat dan izin sehingga penulis dapat menyelesaikan makalah. Tidak lupa penulis mengucapkan terima kasih juga kepada keluarga penulis, terutama kedua orangtua yang telah memberikan dukungan moral dan juga berbagai fasilitas yang menunjang untuk penulisan makalah. Kemudian terima kasih untuk Bapak Rinaldi Munir dan Ibu Harlili yang telah bersedia menjadi dosen mata kuliah Matematika Diskrit ini selama satu semester dengan sabar dan selalu mencurahkan ilmu-ilmu yang dimiliki. Begitu juga untuk teman-teman dari Teknik Informatika 2015 yang saling mendukung dalam pembuatan makalah.

Dan terima kasih untuk para pembaca yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk membaca makalah ini. Karena kesempurnaan hanya datang dari Allah SWT dan kesalahan berasal dari penulis, maka penulis bersedia menerima kritik dan saran untuk perbaikan makalah. Semoga ilmu yang terdapat dari makalah dapat dikembangkan lagi dan diimplementasikan kepada masyarakat. Terima kasih.

#### REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. Diktat Kuliah IF2120 Matematika Diskrit, Edisi Keempat. Bandung: Institut Teknologi Bandung. 2006.
- [2] Chang, Raymond. *Kimia Dasar Konsep-Konsep Inti Jilid I*, Edisi Ketiga. Jakarta: Gramedia. 2005.
- [3] Wibisono, Okiriza. 2010. *Penerapan Teori Graf Untuk Menghitung Jumlah Isomer Alkana*. <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Madis/2010-2011/Makalah2010/MakalahStrukdis2010-058.pdf> diakses pada : 10 November pukul 15:54.
- [4] Rains, E.M. and N. J. A. Sloane "On Cayley's Enumeration of Alkanas" from : <https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/cayley.html> diakses tanggal 9 Desember 2016 pukul 07:15
- [5] Anonymous. "Isomer Kerangka, Posisi, dan Gugus Fungsi" from : <http://www.ilmukimia.org/2014/11/isomer-kerangka-posisi-dan-gugus-fungsi.html> diakses tanggal 9 Desember 2016 pukul 07:59

- [6] Wolfram. “*Bicentered Tree*” from :  
<http://mathworld.wolfram.com/BicenteredTree.html> diakses  
tanggal 9 Desember 2016 pukul 08:45
- [7] Wolfram. “*Centered Tree*” from :  
<http://mathworld.wolfram.com/CenteredTree.html> diakses tanggal  
9 Desember 2016 pukul 08:45

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 9 Desember 2016



Ifitakhul Zakiah  
13515114