Implementasi Pohon Probabilitas dalam Persoalan Monty Hall untuk Meningkatkan Peluang Kemenangan

Muhammad Akmal Pratama - 13515135
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
m.akmalpratama@students.itb.ac.id

***Abstract*—The abstract is to be in fully-justified italicized text, at the top of the left-hand column as it is here, below the author information. The abstract is to be in 9-point, single-spaced type, and may be up to 8 cm long. Define all symbols used in the abstract. Do not cite references in the abstract. Do not delete the blank line immediately above the abstract; it sets the footnote at the bottom of this column. Leave two blank lines after the index terms, then begin the main text. All manuscripts must be in English.**

***Keywords*— Monty Hall, brain teaser, pohon, pilihan.**

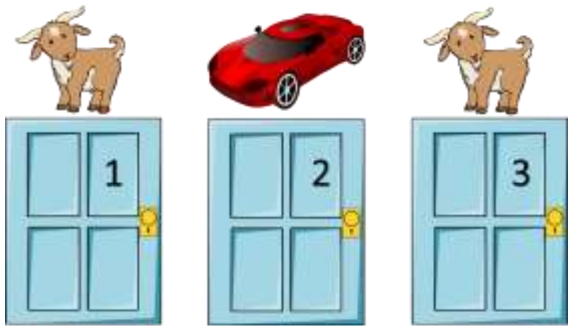
I. PENDAHULUAN

Persoalan Monty Hall merupakan permainan asah otak dalam bentuk teka-teki probabilistik. Persoalan ini terinspirasi dengan acara TV Let's Make A Deal pada tahun 1963 dimana pembawa acaranya sendiri bernama Monty Hall[1].

Gambar 1.1 Monty Hall (letsmakeadeal.com)

Persoalan Monty Hall sendiri dikemukakan Steve Selvin, seorang profesor biostatistik dari UC Berkeley, yang dimuat dalam jurnal saintifik *The American Statistician* pada tahun 1975[2].

Pada persoalan ini anggaplah anda seorang peserta dalam sebuah acara permainan. Monty akan menawarkan anda tiga pilihan berupa pintu. Dibalik tiap-tiap pintu memiliki hadiahnya sendiri. Pada salah satu pintu, anda berkesempatan memenangkan hadiah berupa mobil sedangkan pada pintu lainnya masing-masing terdapat seekor kambing. Anda diminta memilih salah satu pintu sebagai hadiah anda. Untuk membuat permainan semakin menarik, Monty sebagai orang yang tau letak pintu yang berisi mobil akan menunjukan salah satu pintu yang tidak anda pilih yang berisikan kambing. Selanjutnya, Monty akan menawarkan anda untuk mengganti pintu yang telah anda pilih sebelumnya. Apa yang sebaiknya anda pilih jika anda menginginkan hadiah berupa mobil?



Gambar 1.2 Ilustrasi pintu dengan hadiah dibaliknya (sciencemadesimple.co.uk/curriculum-blogs/maths-blogs/the-monty-hall-problem)

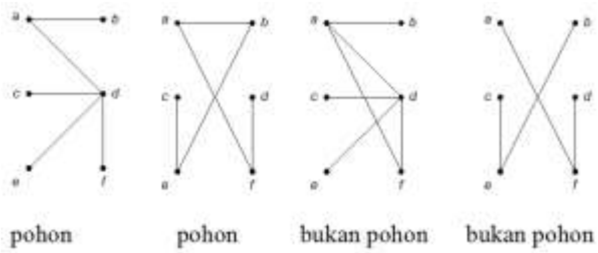
Persoalan Monty Hall menjadi heboh ketika Marilyn vos Savant, seorang wanita berkebangsaan Amerika yang dikenal memiliki IQ tertinggi, menjawab surat salah seorang pembaca dengan menganjurkan bahwa kemungkinan untuk menang akan bertambah menjadi 2:3 jika ia mengganti pilihannya dalam kolom *"Ask Marilyn"* pada majalah *Parade* 1990[3]. Semenjak itu, terdapat banyak kritikan yang dikirm dari akademisi, khususnya profesor dari suatu unversitas, yang menyangkal penalaran Marilyn dalam mengambil keputusan tersebut. Mereka berargumen bahwa peluang untuk menang adalah 1:2.

II. LANDASAN TEORI

A. *Pohon*

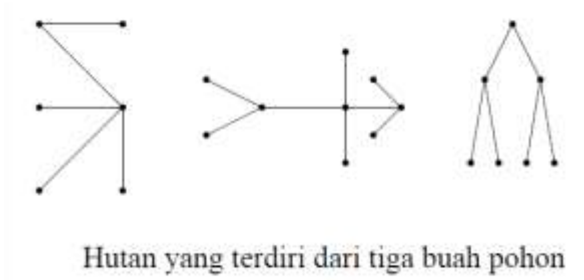
Pohon adalah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit. Definisi lain dari pohon adalah misalkan G = (V, E) adalah graf tak-berarah sederhana dan jumlah simpulnya *n*. Maka, semua pernyataan di bawah ini adalah ekivalen:

1. *G* adalah pohon.
2. Setiap pasang simpul di dalam *G* terhubung dengan lintasan tunggal.
3. *G* terhubung dan memiliki $m = n – 1$ buah sisi.
4. *G* tidak mengandung sirkuit dan memiliki $m = n – 1$ buah sisi.
5. *G* tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
6. *G* terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.



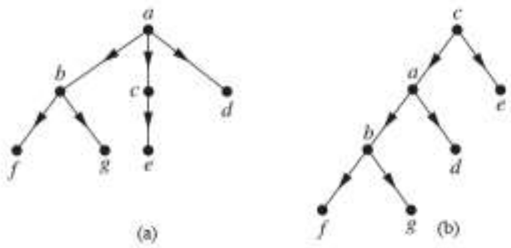
Gambar 2.1 Contoh pohon dan bukan pohon [4]

Hutan adalah kumpulan pohon yang saling lepas atau graf tidak terhubung yang tidak mengandung sirkuit. Setiap komponenn di dalam graf terhubung adalah pohon.



Gambar 2.2 Contoh hutan[4]

Bentuk lain dari pohon adalah pohon berakar. Pohon berakar satu buah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisi-sisinya diberi arah sehingga menjadi graf berarah



Gambar 2.3 Pohon berakar

Dalam pohon, kita mengenal terminologi berikut :

1. Akar
   Simpul yang utama disebut simpul akar. Setiap pohon memiliki satu akar. Akar merupakan awal mula dari cabang pohon.
2. Sisi
   Sisi adalah penghubung antara dua simpul. Pohon dengan N buah simpul memiliki paling banyak N-1 buah sisi.
3. Orangtua
   Simpul yang menjadi pendahulu suatu simpul.
4. Anak
   Simpul yang menjadi penerus suatu simpul.
5. Saudara kandung
   Bentuk relasi dari simpul yang memiliki orangtua yang sama.
6. Derajat
   Jumlah anak yang dimiliki simpul atau jumlah upapohon yang dimiliki. Derajat maksimum dari semua simpul adalah derajat pohon.
7. Simpul dalam
   Simpul yang memiliki paling sedikit satu anak
8. Daun
   Simpul dengan derajat nol atau simpul yang tidak memiliki anak
9. Aras
   Jumlah sisi yang dilalui ketika menelusuri dari suatu simpul ke akar. Simpul akar sendiri beraras nol.
10. Tinggi
    Aras maksimum dari suatu pohon.
11. Lintasan
    Urutan dari simpul dan sisi dari suatu simpul ke simpul lainnya.
12. Upapohon
    Anak dari suatu simpul yang ditinjau sebagai akar.

Pohon berakar yang setiap simpulnya mempunyai paling banyak N buah disebut pohon N-ary sedangkan apabila jumlah anaknya paling banyak dua, maka disebut pohon biner. pohon biner memiliki banyak sekali aplikasi, salah satunya yaitu, pohon keputusan.

B. Peluang

Ruang sampel adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu eksperimen. Setiap hasil dari ruang sampel disebut titik sample. Notasi: $S = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

Ruang sampel yang anggotanya berhingga disebut ruang sampel finit sedangkan yang tak berhingga disebut ruang sampel infinit. Ruang sampel yang anggotanya dapat dihitung disebut ruang sampel diskrit, jika tidak dapat dihitung dsebut ruang sampel kontinu.

Kaidah menghitung titik sampel :

1. Kaidah perkalian
2. Kaidah penjumlahan

Permutasi adalah susunan berbeda pengaturan benda-benda di dalam kumpulannya yang dapat diambil sebagian atau seluruhnya. Banyaknya permutasi dari n benda berlainan adalah n!

$(n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n)$

Permutasi n buah benda yang mana n_1 buah berjenis pertama, n_2 buah berjenis kedua, …, n_k bola berjenis k adalah:

$P(n; n_1, n_2, ..., n_k) = n! / (n_1! \, n_2! \, ... \, n_k!)$

Bentuk khusus dari permutasi adalah kombinasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi, urutan kemunculan diabaikan. Jumlah kombinasi dari n benda yang berlainan bila diambil sebanyak r sekaligus adalah C(n, r).

$C(n, r) = n! / (r! \, (n - r)!)$

Kejadian adalah himpunan bagian (*subset*) dari ruang sampel S. Dengan kata lain, kejadian adalah himpunan dari hasil-hasil yang mungkin.

Misalkan A dan B adalah kejadian, maka:
1. $A \cup B$: kejadian "salah satu dari A atau B atau keduanya" => gabungan dari dua kejadian
2. $A \cap B$: kejadian "baik A maupun B" => irisan dari dua kejadian
3. A' : kejadian "bukan A" => komplemen kejadian A
4. A – B : kejadian "A tetapi bukan B"

Jika $A \cap B = \emptyset$, maka kejadian A dan B saling terpisah atau saling meniadakan (*mutually exlusive*).

$A' = S - A$

Peluang Suatu Kejadiaan

Derajat ketidakpastian (atau kepastian) dari suatu kejadian dapat dihitung

Peluang: derajat tingkat kepastian atau keyakinan terjadinya suatu kejadian dari eksperimen acak.

Nilai peluang adalah dari 0 sampai 1.

Suatu kejadian dapat merupakan gabungan atau irisan dari dua atau lebih kejadian lain.

- Kita ingin menghitung peluang suatu kejadian apabila diketahui peluang kejadian lain.
- Ada beberapa aturan yang dapat dipakai.

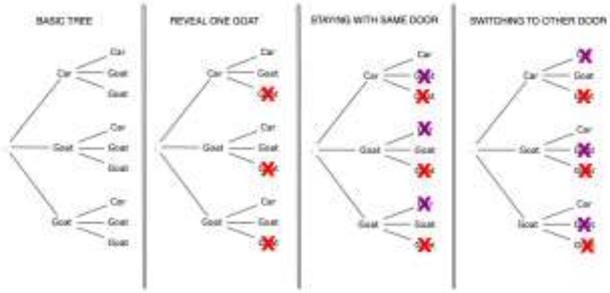
1. Aturan penjumlahan
2. Peluang bersyarat
3. Aturan perkalian
4. Aturan Bayes

III. Analisis dan Pembahasan

A. Analisis Strategi

Permainan bermulai ketika Anda memilih satu sembarang pintu dari tiga pintu yang disediakan. Kemudian anda diberi kesempatan untuk memilih ulang pintu setelah salah satu pintu yang berisi kambing dibuka. Pada kasus ini, terdapat dua pendekatan yang bisa diambil. Pertama adalah mengambil langkah untuk tetap pada pilihan dan yang kedua adalah mengganti pilihan.

Pada strategi tetap, kemungkinan untuk menang sebesar peluang pada saat pertama kali memilih pintu, yaitu satu dari tiga kemungkinan. Anda akan mendapatkan hadiah sesuai pada pilihan pertama Anda. Apabila pertama kali Anda memilih pintu berisi kambing, tentu anda akan mendapatkan kambing, akan tetapi apabila Anda memilih pintu berisi mobil, maka Anda akan mendapatkan mobil.

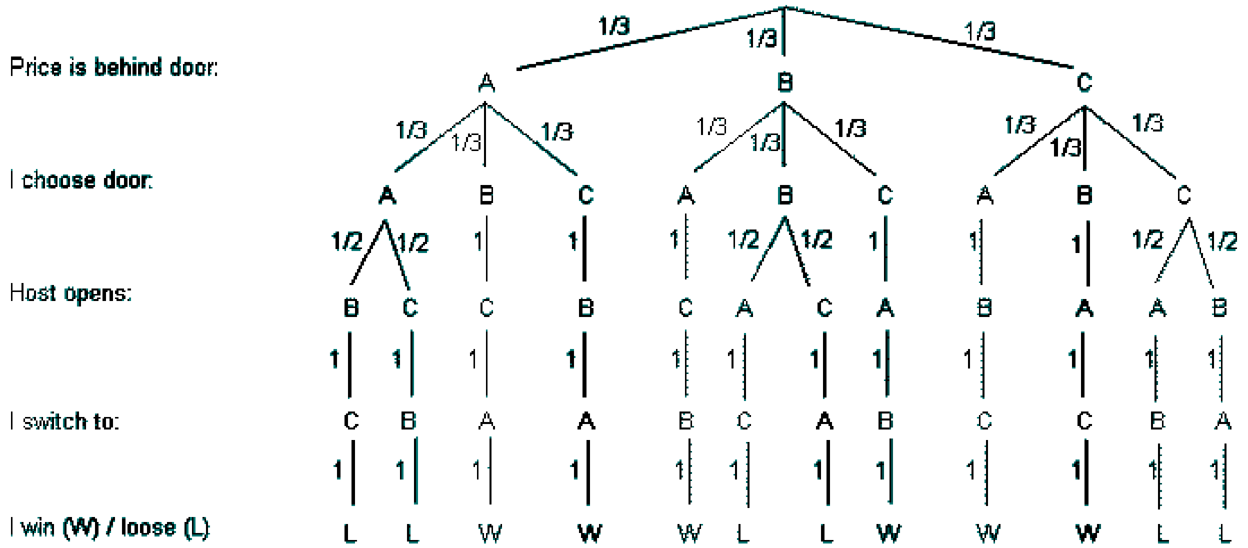


Gambar 3.1 Ilustrasi strategi yang diambil (http://www.kilala.nl/index.php?id=879)

Di sisi lain, apabila menerapkan strategi ganti maka permainan menjadi sedikit lebih menarik. Ketika pilihan pertama Anda adalah pintu berisi mobil, maka anda akan mendapatkan kambing sedangkan jika Anda memilih pintu berisi kambing, maka Anda akan mendapatkan mobil.

B. Menentukan Strategi Terbaik

Di sini terlihat jelas bahwa syarat cukup untuk memenangkan mobil adalah menebak pintu berisi mobil dengan strategi tetap atau menebak pintu berisi kambing dengan strategi ganti. Dengan pertimbangan peluang terpilihnya pintu berisi kambing sebesar 2/3, strategi terbaik adalah untuk mengganti pintu. Peluang untuk menang setelah salah satu pintu dibuka tidak berupa 1/2, tetapi 2/3 sebab peluang terpilihnya pintu berisi kambing sebesar 2/3.



Gambar 3.2 Pohon probabilistik persoalan Monty Hall (http://www.tigerdroppings.com/rant/o-t-lounge/marilyn-vos-savant-and-the-history-of-the-montel-hall-question/55653256/page-2/)

C. Pembahasan Eliminasi Pintu

Untuk memahami mengapa peluang untuk memilih pintu ulang bukan 1/2 mari gunakan kasus yang ekstrem. Anggap alih-alih tiga, terdapat seratus pintu dengan 99 pintu berisi kambing dan satu pintu berisi mobil. Permainan berjalan sama, namun Monty akan membuka satu persatu pintu berisi kambing hingga tersisa dua pintu yang salah satunya berisi mobil. Apakah peluang memilih ulang pintu berisi mobil masih sebesar 1/2? Dengan mempertimbangkan besar kemungkinan terpilihnya kambing pada pemilihan pertama, besar kemungkinan mobil berada di balik pintu yang tersisa sehingga kemungkinan terdapatnya mobil di pintu tersebut sebesar 99/100.

IV. KESALAHAN UMUM

Kesalahan umum yang paling sering terjadi adalah kemungkinan untuk menang adalah 1/2 untuk pintu manapun yang pemain pilih setelah Monty membuka salah satu pintu. Banyak orang berasumsi bahwa peluang pintu yang berisi mobil terdistribusi secara merata di antara ketiga pintu sebelum dan sesudah pembukaan salah satu pintu. Mereka percaya bahwa mereka tidak memiliki alasan untuk mengganti atau tetap memilih pilihan pintu pertama kali[5].

Anggaplah setelah Monty membuka pintu, pemain digantikan oleh orang lain yang tidak mengikuti permainan ini dari awal dan tidak tahu apa-apa tentang alasan Monty membuka pintunya. Dia melihat dua pintu kemudian dia memilih salah satunya. Orang tersebut memiliki peluang 1/2. Dia tidak tahu mengapa salah satu pintu lebih baik dari pintu satunya. Kesalahpahaman utama adalah kita berpikir sebagaimana orang tersebut, kita lupa atau tidak menyadari akibat dari eliminasi pintu Monty[7].

V. KESIMPULAN

Berikut beberapa poin penting untuk memahami persoalan Monty Hall :

1. Dua pilihan dikatakan 1/2 apabila tidak diketahui informasi apapun sebelumnya
2. Disisi lain, Monty membantu mengeliminasi pilihan yang buruk
3. Secara umum, lebih banyak informasi yang didapat berarti mengevaluasi ulang pilihan sebelumnya.
4. Dengan menerapkan strategi ganti, peluang untuk memenangkan mobil meningkat dua kali lipat menjadi 2/3

VI. LAMPIRAN

Implementasi persoalan Monty Hall dalam bahasa C (sumber rosettacode.org/wiki/Monty_Hall_problem#C)

```
 //Evidence of the Monty Hall solution.

 #include <stdio.h>
 #include <stdlib.h>
 #include <time.h>
```

```
  #define GAMES 3000000

  int main(void){
      unsigned   i,   j,   k,   choice,
winsbyswitch=0, door[3];

      srand(time(NULL));
//initialize random seed.
      for(i=0; i<GAMES; i++){
          door[0] = (!(rand()%2)) ? 1:
0;
//give door 1 either a car or a goat
randomly.
          if(door[0])
door[1]=door[2]=0;
//if 1st door has car, give other
doors goats.
          else{        door[1]        =
(!(rand()%2))  ?  1:  0;  door[2]  =
(!door[1]) ? 1: 0; }     //else, give
2nd door car or goat, give 3rd door
what's left.
          choice       =       rand()%3;
//choose a random door.

          //if the next door has a
goat, and the following door has a
car, or vice versa, you'd win if you
switch.

if(((!(door[((choice+1)%3)]))        &&
(door[((choice+2)%3)]))              ||
(!(door[((choice+2)%3)])             &&
(door[((choice+1)%3)])))
winsbyswitch++;
      }
      printf("\nAfter %u games, I won
%u by switching.  That is %f%%. ",
GAMES,                  winsbyswitch,
(float)winsbyswitch*100.0/(float)i);
  }
```


VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala nikmat yang diberikan sehingga penulis dapat   makalah ini. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada dosen mata kuliah Matematika Diskrit Bapak Dr.Ir. Rinaldi Munir, MT. atas bimbingan dan ilmu yang didapat selama kuliah berlangsung. Terakhir, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang turu berkontribusi dalam pengerjaan makalah ini baik secara langsung maupun tidak langsung.

REFERENSI

[1] Knelman, Martin (October 7, 2009). "How Monty Hall made a deal with fame". *The Star*. Toronto. Retrieved May 13, 2010. Diakses pada 8 Desember 2016, 19.39

[2] Selvin, Steve (February 1975a). "A problem in probability (letter to the editor)". *American Statistician*. **29** (1): 67. JSTOR 2683689

[3] *vos Savant, Marilyn (9 September 1990a). "Ask Marilyn". Parade Magazine: 16.*

[4] Munir, R. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung

[5] http://mathforum.org/mathimages/index.php/The_Monty_Hall_Problem diakses pada 9 Desember 2016, 2.54

[6] Tree Terminology, http://btechsmartclass.com/DS/U3_T1.html diakses pada 9 Desember 2016, 2.26

[7] Understanding The Monty Hall Problem, https://betterexplained.com/articles/understanding-the-monty-hall-problem/ diakses pada 9 Desember 2016, 3.20

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2015

Muhammad Akmal Pratama 13515135