Implementasi Pewarnaan Graf dan Kombinatorial pada Permainan Sudoku

Prama Legawa Halqavi / 13515132
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13515132@std.stei.itb.ac.id

Abstrak*—Aplikasi dari Teori Graf banyak diterapkan di kehidupan nyata, salah satunya yaitu Pewarnaan Graf. Pewarnaan Graf saat ini banyak dipakai dalam beberapa hal yang berguna antara lain dalam pemberian warna dalam peta, menyusun jadwal, merancang jadwal perkuliahan merancang permainan puzzle. Hal ini digunakan untuk menandai benda atau hal apa saja yang tidak bisa didampingkan atau dikelompokan. Dengan pengelompokan tersebut antara 1 variabel dengan yang lain yang tidak diinginkan tidak akan bertabrakan atau bercampur. Salah satu permainan puzzle yang memanfaatkan Pewarnaan Graf ini adalah Permainan Sudoku. Permainan Sudoku adalah permainan teka-teki puzzle yang cukup digemari banyak orang saat ini. Permainan ini dibutuhkan ketelitian dan kecermatan dalam menyelesaikannya. Untuk menyelesaikannya juga dapat diterapkan prinsip kombinatorial yang dapat membantu menemukan setiap angka pada papan sudoku. Permainan ini cukup mudah dimengerti, dapat dimainkan oleh semua umur. Seiring perkembangan zaman, permainan ini pun semakin populer dan diminati. Sudoku dipercaya dapat meningkatkan kemampuan analisis logika dan kognitif seseorang, mengingat untuk menyelesaikannya diperlukan pemikiran logis. Waktu pengerjaannya pun semakin lama seiring naiknya tingkat kesulitan yang diberikan.

***Keywords*—Pewarnaan Graf, Sudoku, Puzzle, Permainan.**

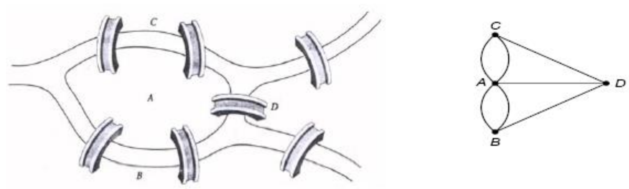
I. PENDAHULUAN

Sudoku adalah permainan teka-teki logika. Permainan ini merupakan teka-teki angka yang berasal dari jepang. Nama "Sudoku" adalah singkatan bahasa Jepang dari "Suuji wa dokushin ni kagiru" yang artinya adalah "angka-angkanya harus tetap tunggal"[3]. Tujuan dari permainan ini adalah mengisi kotak-kotak kosong yang ada dengan angka 1 sampai 9 dengan ketentuan angka yang diisikan harus menghasilkan setiap deret kolom dan baris angkanya berbeda beda dalam satu deret kolom atau baris. Dengan kata lain, tidak boleh ada angka berulang dalam satu kolom dan baris. Di dalam subkotak 3x3 yang dibatasi oleh garis tebal juga harus berisi angka-angka yang berbeda. Dengan begitu, dapat dipastikan bahwa setiap angka kemunculannya terulang sebanyak 9 pada papan sudoku yang terdiri dari 9x9 kotak. Untuk dapat menyelesaikannya tentu kita memerlukan kecermatan, ketelitian, kesabaran dan logika. Semakin cepat Anda menyelesaikan permainan ini semakin baik pula logika Anda.

II. TEORI DASAR

2.1 Definisi Graf

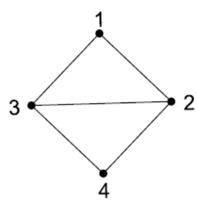
Graf adalah hubungan yang menghubungkan objek-objek diskrit antara satu dengan yang lainnya[1]. Pada tahun 1836, Leonhard Euler membuktikan bahwa perjalanan di kota Konigsberg dengan syarat melalui setiap jembatan tepat satu kali, tidak dapat dilakukan. Dalam pembuktiannya, Euler menyederhanakan gambaran jembatan Konigsberg itu menjadi suatu diagram:



Gambar 2.1: Graf yang menggambarkan kota Konigsberg.

Sejak saat itulah penggunaan diagram semacam itu mulai populer dan teorinya dipakai sampai saat ini yang kita sebut sekarang sebagai graf. Sebagai contoh Graf G=(V,E) dalam hal ini:

V=himpunan yang tidak kosong dari simpul (*vertices*)
={v1,v2,...,vn}
E=himpunan dari sisi yang menghubungkan antarsimpul (*edges*)
={e1,e2,...,en}



Gambar 2.2: Graf G1

Pada Gambar 2.2 Graf G1 adalah Graf dengan
V={1,2,3,4}
E={(1,2),(1,3),(2,3),(2,4),(3,4)}

2.2 Jenis Graf

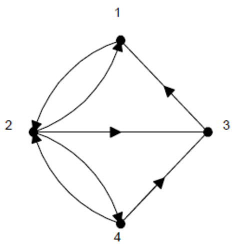
Berdasarkan representasi arahnya Graf digolongkan menjadi 2 yaitu:

1. Graf tak Berarah

Graf tak Berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah[1]. Graf jenis ini dapat diaplikasikan untuk merepresentasikan rangkaian elektrik, rantai makanan pada suatu ekosistem, penggambaran ikatan molekul-molekul kimia. Contoh Graf tak berarah seperti yang ada pada Gambar 2.2.

2. Graf Berarah

Graf Berarah adalah graf yang sisinya mempunyai orientasi arah[1].Graf jenis ini cukup banyak aplikasinya di dalam kehidupan nyata contohnya Persoalan Pedagang Keliling (*Travelling Salesman Problem*) yang setiap sisinya akan diberikan bobot untuk menentukan rute dengan bobot paling minimum yang dapat ditempuh. Contoh Graf Berarah seperti yang ada pada Gambar 2.3 di bawah ini.

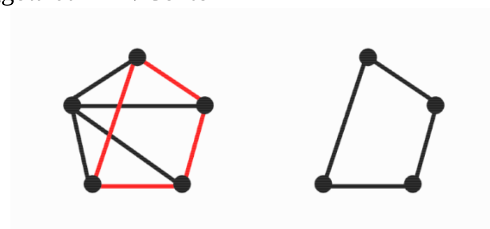


Gambar 2.3: Contoh Graf Berarah.

Sebuah graf berarah dikatakan Graf Terhubung Kuat (*Strongly Connected graph*) apabila setiap simpul pada graf tersebut mempunyai sisi yang masuk yang masuk dan sisi yang keluar.

2.3 Upagraf (*Subgraph)*

Misalkan dua graf H = (V, E) dan G = (V1, E1). Graf H disebut subgraf dari G, jika V adalah anggota dari V1 dan E anggota dari E1. Contoh

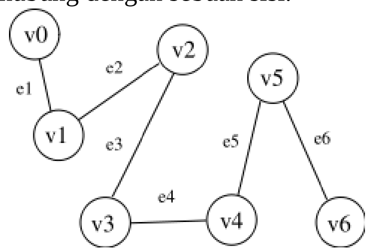


Gambar 2.4 *Gambar 2.5*

Gambar 2.5 adalah upagraf dari Gambar 2.4 karena memenuhi kondisi dimana simpul dan sisi Gambar 2.5 juga terdapat dalam Gambar 2.4. Aplikasi dari Upagraf salah satunya adalah untuk mencari tahu apakah suatu graftergolong planar atau tidak (teorema kuratowski). Jika suatu graf mengandung upagraf dari graf khusus kuratowski, maka graf tersebut tergolong graf tidak planar.

2.4 Graf Ketetanggaan

Dua buah simpul dikatakan bertetangga apabila keduanya terhubung dengan sebuah sisi.



Gambar 2.6: Contoh Graf dengan hubungan ketetanggan.

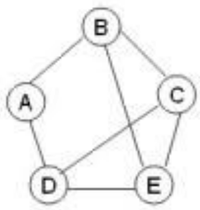
Tinjau Graf pada gambar di atas. Simpul v1 bertetangga dengan simpul v0 dan v2 karena simpul v1 mempunyai sisi yang menghubungkan antara simpul v1 dengan simpul v0 dan simpul v1 dengan simpul v2. Begitu juga simpul v3 bertetangga dengan simpul v2 dan v4. Simpul v5 tidak bertetangga dengan simpul v0, v1, v2 dan v3 karena tidak ada sisi yang menghubungkan antara simpul v5 dengan simpu-simpul tersebut.

Sebuah Graf juga dapat dinyatakan dalam matriks yang disebut matriks ketetanggaan. Matriks ketetanggaan merepresentasikan hubungan antarsimpul.

A = [a.i.j],

a.i.j =

- 1, jika simpul i dan j bertetangga
- 0, jika simpul i dan j tidak bertetangga



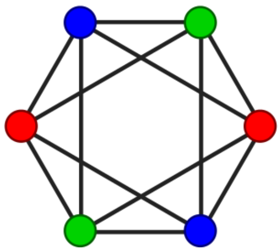
	A 0	B 1	C 2	D 3	E 4
A 0	0	1	0	1	0
B 1	1	0	1	0	1
C 2	0	1	0	1	1
D 3	1	0	1	0	1
E 4	0	1	1	1	0

Gambar 2.7: Graf dengan Representasi Matriks.

Graf tidak berarah yang direpresentasikan dalam matriks bertetanggaan akan memiliki elemen a.i.j=a.j.i sebagai contoh pada gambar di atas simpul B dengan E bertetangga, pada matriks elemen 4.1 = 1.4 = 1 hal ini menyatakan bahwa simpul B bertetangga dengan simpul E, begitu juga dengan simpul E bertetangga dengan simpul B. Graf dalam representasi matriks bertetanggaan ini dapat digunakan dalam merepresentasikan hubungan antar-angka yang ada pada sudoku.

2.5 Pewarnaan Graf

Pewarnaan Graf adalah pemberian warna-warna tertentu pada Graf yang berguna untuk membedakan atau memisahkan hubungan antarobyek yang ada di dalamnya. Terdapat 2 macam pewarnaan Graf yaitu pewarnaan simpul dan pewarnaan sisi. Penulis hanya akan membahas pewarnaan simpul. Pewarnaan simpul adalah memberi warna pada simpul dengan warna tertentu sedemikian rupa sehingga warna 2 simpul yang bertetangga akan berbeda.



Gambar 2.8: Graf yang telah diwarnai.

Suatu Graf G dapat dikatakan berwarna *k* apabila simpul-simpul pada Graf tersebut dapat diwarnai sebanyak *k* warna. Bilangan asli terkecil *k* sehingga Graf G berwarna *k* disebut bilangan kromatik dari G dan dinotasikan sebagai $\chi(G)$. Sebagai contoh, graf pada Gambar 2.8 mempunyai bilangan kromatik $\chi(G) = 3$ karena mempunyai 3 warna yaitu merah, biru dan hijau. Aplikasi dari pewarnaan Graf ini bermacam-macam antara lain mewarnai peta sehingga warna antara wilayah yang bersebelahan berbeda warnanya, memisahkan sekumpulan hewan berbeda jenis yang tidak dapat disatukan dalam satu kandang dengan jumlah kandang seminimal mungkin, aturan permainan dari sudoku, dan lain-lain.

2.6 Definisi Kombinatorial

Kombinatorial adalah cabang matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya[1]. Teori Kombinatorial telah berkembang dan banyak pengaplikasiannya. Salah satu contoh pengaplikasiannya yaitu menghitung kombinasi plat nomor kendaraan yang terdiri dari 4 angka dan diikuti 2 huruf. Dapat dilakukan pencacahan untuk mendapatkan jumlah kemungkinan plat nomor yang dapat dipakai. Demikian juga penerapan pada permainan poker, peluang dapatnya kombinasi kartu yang tepat dapat dihitung dengan teori kombinatorial. Pada dasarnya permainan ini bisa dibilang mengandalkan keberuntungan karena kemenangan dapat diraih dengan mudah apabila pemain mendapatkan kartu yang bagus. Kombinatorial erat kaitannya dengan teori peluang. Konsep kombinatorial banyak dipakai dalam teori peluang. Teori peluang pun kini banyak di pakai baik di berbagai bidang ilmu pengetahuan maupun dalam kehidupan sehari-hari.

2.7 Permutasi

Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek[1].Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian. Menurut kaidah perkalian, permutasi dari *n* objek adalah

$$P(n,n) = n(n-1)(n-2)\ldots(2)(1) = n!$$

Sedangkan permutasi n objek dari r:

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)\ldots(n-(r-1)) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Pada permutasi, urutan kemunculan objek diperhitungkan urutannya.

2.8 Kombinasi

Kombinasi adalah bentuk khusus dari Permutasi. Berbeda dengan Permutasi, pada Kombinasi urutan kemunculan objeknya tidak diperhitungkan. Kombinasi r elemen dari n elemen, atau C(n, r), adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut r elemen yang diambil dari n buah elemen[1].

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

2.9 Aturan Permainan Sudoku

Aturan dari permainan *puzzle* ini cukup sederhana. Tidak perlu memerlukan kepandaian, IQ tinggi atau kemampuan matematika yang mumpuni. Kita hanya perlu logika, ketelitian dan kesabaran untuk memainkannya.

Pada papan Sudoku terdapat kotak-kotak yang terdiri dari 3x3 kotak besar yang disebut blok yang di setiap kotaknya terdapat 3x3 kotak kecil, sehingga total kotaknya berjumlah 9x9 kotak kecil yang disusun rapat. Pada awal permainan beberapa kotak kecil ini sudah terisi angka sebagai petunjuk awal permainan yang akan mengarahkan kita untuk mengisi angka-angka lainnya yang masih belum terisi pada kotak yang kosong. Tugas pemain adalah melengkapi kotak-kotak yang masih kosong dengan menjadikan angka awal petunjuk yang ada sebagai acuan untuk mengisi kotak kecil. Aturan untuk pengisian angka pada setiap kotaknya cukup sederhana yaitu :

- Kotak-kotak pada setiap baris, kolom dan blok (kotak besar) harus berisi sebuah angka. Angka tersebut yaitu salah satu angka dari 1 sampai 9.

- Angka- angka yang diisikan pada setiap kotaknya dalam 1 blok harus berbeda satu sama lain. Begitu juga dengan kotak-kotak yang berada dalam 1 baris dan kolom juga harus unik, sehingga tidak ada angka yang berulang.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

Gambar 2.9: Papan Sudoku sebelum dan setelah diisi.

Angka-angka yang ada pada papan sudoku sebenarnya tidak ada hubungan letak simetris satu sama lain, sehingga kita tidak dapat mengisi angka pada kotak dengan pendekatan letak masing-masing angka.

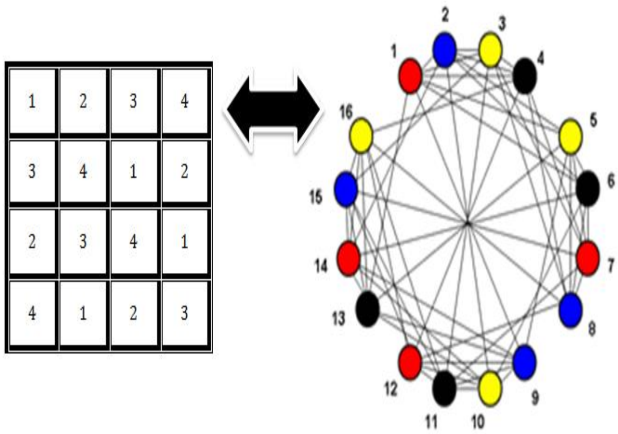
III. PEMBAHASAN

A. *Pewarnaan Graf pada Sudoku*

Pada *puzzle* Sudoku 9x9 jika direpresentasikan dalam graf akan menjadi Graf G yang memiliki 81 simpul yang menyatakan setiap angka yang ada di dalam kotak dengan setiap simpulnya memiliki sebanyak 20 sisi yang menunjukkan 1 angka tersebut tidak boleh bersama dengan angka yang sama yang berada di dalam satu baris, kolom maupun blok. Ada 20 sisi karena dalam 1 baris angka tersebut tidak boleh bersisian dengan 8 angka, dalam 1 kolom angka tersebut tidak boleh bersisian dengan 8 angka, dan dalam 1 blok angka tersebut tidak boleh bersisian dengan 8 angka tetapi karena 4 angka sudah termasuk ke dalam baris dan kolom tadi, jadi :

$8 + 8 + (8 - 4) = 20$

Sebagai ilustrasi, terdapat sudoku 4x4 pada gambar berikut:



Gambar 3.1: Pewarnaan Graf pada Sudoku 4x4. [6]

Pada Gambar 3.1 adalah graf sudoku 4x4 yang sudah diwarnai. Karena total total kotak pada papan sudoku ada 16 kotak saja maka simpul pada grafnya pun hanya terdapat 16 simpul. Lalu terlihat bahwa pada graf yang sudah diwarnai tersebut terdapat 4 warna berbeda yang berarti bilangan kromatiknya adalah $\chi(G) = 4$. Bilangan kromatik disini menyatakan hanya ada 4 kombinasi angka yang boleh diisikan pada tiap-tiap kotaknya. Lalu terdapat 7 sisi di setiap simpulnya yang menyatakan 3 angka di 1 baris, 3 angka di 1 kolom, dan 1 angka di 1 blok, sehingga setiap simpul mempunyai 7 simpul tetangga. Pada gambar, pengisian angka 1 direpresentasikan dengan warna merah, pengisian angka 2 direpresentasikan dengan warna biru, pengisian angka 3 direpresentasikan dengan warna kuning, pengisian angka 4 direpresentasikan dengan angka hitam. Dengan melihat graf, kita tahu bahwa angka 2 yang direpresentasikan dengan warna biru ada kotak nomor 2 (baris 1 kolom 2), nomor 8 (baris 2 kolom 4), nomor 9 (baris 3 kolom 1), nomor 15 (baris 4 kolom 4). Begitu juga dengan angka 1, 3, 4 yang dapat kita isikan bersesuaian dengan warna pada graf. Dengan begitu kita dapat membuat teka teki sudoku dengan menggunakan prinsip ini.

Hal yang sama dapat diterapkan pada sudoku dengan ukuran 9x9 kita akan mendapatkan Graf dengan bilangan kromatik $\chi(G) = 9$. Itu berarti akan ada 9 warna berbeda dalam graf ini kemudian setiap simpulnya mempunyai 20 sisi. Setiap warna pada simpulnya akan merepresentasikan salah satu dari angka 1 sampai 9. Setelah membuat graf dengan simpul yang sudah diberi warna, mengetahui angka yang mana akan diletakkan dimana. Prinsip ini bukan hanya bisa memungkinkan kita untuk memahami konsep dari permainan sudoku, tetapi juga memungkinkan kita untuk merancang sebuah *puzzle* Sudoku.

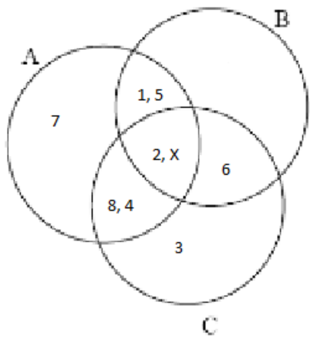
B. *Kombinatorial untuk Menyelesaikan Sudoku*

Dalam permainan sudoku ini terdapat banyak kombinasi yang terdapat dalam tiap baris, kolom dan blok. Setiap baris, kolom, dan blok harus diisi dengan kombinasi angka 1 sampai 9. Contoh dalam penerapannya adalah sebagai berikut:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4		8	7	5		2	1	
2	3			4					
3	6	2					7	8	
4	2			8					1
5	1	5			2			9	7
6	9					1			2
7		1	2					4	9
8						5			6
9		6	4		1	3	5		8

Gambar 3.2: Teka-Teki Sudoku.

Seperti yang kita ketahui dalam satu baris, kolom dan blok, angkanya harus unik. Pada Gambar 3.2 di atas, kita akan mencoba mengisi kotak pada baris 1 kolom 2. Angka 1, 2, 5, 6 sudah terdapat pada kolom 2. Angka 4, 5, 1, 2, 7, 8 sudah terdapat pada baris 1. Angka 4, 3, 8, 2, 6 sudah ada pada blok 1. Sehingga kita dapatkan himpunan solusinya sebagai berikut:



Gambar 3.3: Himpunan Solusi.

Himpunan A menyatakan himpunan angka yang ada dalam baris 1, Himpunan B menyatakan himpunan yang ada dalam kolom 2, Himpunan C menyatakan himpunan angkka yang ada dalam blok 1, Sehingga kita dapat mendapatkan angka pada baris 1, kolom 2 dan blok 1 dengan:

$X = \{1..9\} – ((A \cup B \cup C) – \{X\})$

X = {1..9} – {1,2,3,4,5,6,7,8}
X = 9

Sehingga didapat X adalah 9. Dengan cara tersebut kita dapat menemukan solusi-solusi yang harus diisikan pada kotak kosong berikutnya. Setiap 1 solusi yang pemain isikan, pastinya akan menambah angka petunjuk yang akan digunakan sebagai acuan untuk mengisi kotak-kotak selanjutnya. Oleh sebab itu, pemain sebaiknya memilih kotak yang memiliki angka petunjuk baris, kolom dan blok terbanyak terlebih dahulu.

Namun bagaimana jika kurangnya petunjuk angka sehingga kemungkinan bilangan yang dapat diisikan pada kotak Sudoku lebih dari 1 kemungkinan kombinasi? Sebagai contoh:

				8	3	4		
3					4	8	2	1
7								
		9	4		1		8	3
4	6		5		7	1		
								7
1	2	5	3					9
		7	2	4				

Gambar 3.4: Teka-Teki Sudoku.

Dalam kasus ini kita melihat pada baris 9 kolom 9, jika kita menggunakan cara solusi himpunan tadi, masih terdapat lebih dari 1 kemungkinan kombinasi angka untuk dapat diisikan ke dalam kotak tersebut. Solusi kemungkinannya adalah {5, 6, 8}. Untuk bisa memecahkan masalah ini, kita dapat menggabungkan prinsip keunikan angka dalam 1 kolom dan 1 blok atau dalam 1 baris dan 1 blok. Kita lihat bahwa pada kolom 7 dan kolom 8 terdapat angka 8 yang merupakan salah satu dari 3 kemungkinan kombinasi angka pada baris 9 kolom 9 tadi. Kemudian kita tahu bahwa dalam 1 blok pasti terdapat 1 angka diantara angka 1 sampai 9. Dengan begitu kita tahu bahwa angka 8 pasti ada pada kolom 9 blok 9. Lalu pada kolom 9 blok 9 hanya tersisa 1 kotak yang kosong. Jadi pada kotak dengan baris 9 kolom 9 pasti solusinya adalah angka 8.

Hal yang sama dapat diterapkan pada kotak dengan baris 7 kolom 7 dengan sedikit tambahan analisis. Karena angka 2 sudah terdapat pada baris 8 dan 9, maka kemungkinan angka 2 ada pada baris 7 kolom 7 dan baris 7 kolom 8. Tetapi kita lihat disana pada kolom 8 sudah terdapat angka 2, sehingga kolom 8 tidak mungkin lagi terisi angka 2. Jadi kemungkinan angka 2 pada blok 8 tinggal di baris 7 kolom 7, lalu solusi pada kotak tersebut adalah 2. Dengan prinsip ini kita dapat menemukan solusi-solusi yang tersisa pada papan sudoku.

Jika seterusnya dilakukan pencarian solusi dengan cara-cara seperti yang sudah dijelaskan diatas maka semua solusi dari sudoku pada Gambar 3.4 akan menjadi seperti:

9	1	2	6	8	3	4	7	5
3	5	6	7	9	4	8	2	1
7	8	4	1	5	2	9	3	6
2	7	9	4	1	6	5	8	3
5	3	1	8	2	9	7	6	4
4	6	8	5	3	7	1	9	2
8	4	3	9	6	5	2	1	7
1	2	5	3	7	8	6	4	9
6	9	7	2	4	1	3	5	8

Gambar 3.5: Solusi.

Solusi semacam ini bersifat tunggal untuk setiap kombinasi angka petunjuk awal yang diberikan. Jadi jika diberikan sebuah teka-teki Sudoku seperti pada Gambar 3.4 maka solusinya hanya 1 yaitu Gambar 3.5.

IV. KESIMPULAN

Teori Graf dan Kombinatorial yang merupakan materi dari mata kuliah Matematika Diskrit penerapannya sangat banyak dalam kehidupan sehari – hari. Beberapa penerapannya mulai dari penggambaran peta, menghitung banyaknya kemungkinan kombinasi plat nomor yang dapat di gunakan di dalam suatu kota sampai penerapan kedua konsep ini pada permainan sudoku.

Permainan Sudoku merupakan permainan yang cukup menantang dengan permainan angka-angka yang dapat menguras pikiran untuk memecahkan teka-teki ini. Pemecahan masalahnya pun bisa dengan teori kombinatorial yaitu dengan menghitung kombinasi angka yang dapat muncul dalam satu kotak, mengeliminasi kemungkinannya dan menggabungkan prinsip baris dan blok atau kolom dan blok. Selain itu untuk penggunaan pewarnaan graf dapat digunakan untuk menemukan solusi sekaligus dapat digunakan juga untuk merancang sendiri papan permainan sudoku.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih kepada Allah swt. yang senantiasa memberikan rahmat serta karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan makalah ini tepat waktu. Terima kasih juga kepada Dra. Harlili dan Dr. Rinaldi Munir selaku dosen mata kuliah Matematika Diskrit yang telah mengajarkan ilmu Mata Kuliah Matematika Diskrit ini. Terima kasih kepada orang tua penulis dan semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyelesaian makalah ini baik dalam bentuk materil maupun moril. Tentunya dalam proses pembuatan makalah ini masih terdapat kesalahan yang tidak disengaja. Oleh karena itu, penulis sangat terbuka dalam menerima kritik, saran, serta komentar dari berbagai pihak. Semoga dengan adanya makalah ini dapat bermanfaat bagi banyak orang dan dapat digunakan sebagaimana mestinya.

REFERENSI

[1] Munir, Rinaldi. *Matematiaka Diskrit* (Edisi Kedua). Bandung: Informatika Bandung, 2003

[2] Hasmawati. *Bahan Ajar Teori Graf*. Makassar: Prodi Matematika Jurusan Matematika Universitas Hasanudin, 2015

[3] https://id.wikipedia.org/wiki/Sudoku tanggal akses : 3 Desember 2016 Pukul 01:00 WIB

[4] http://ovieciinduts.blogspot.co.id/2012/01/teori-kombinatorial.html Tanggal akses : 9 Desember 2016 Pukul 10:00 WIB

[5] http://materialeducation.blogspot.co.id/2014/11/operasi-logika-kombinatorial-dalam.html Tanggal akses : 9 Desember 2016 Pukul 10:00 WIB

[6] https://www.codeproject.com/articles/801268/a-sudoku-solver-using-graph-coloring Tanggal akses : 9 Desember 2016 Pukul 10:00 WIB

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 9 Desember 2016

Prama Legawa Halqavi
13515132