

Aplikasi Graf dan Pohon Merentang Minimum dalam Menentukan Jalur Terpendek menuju Daerah Tujuan Wisata di Sumatera Utara

Rizki Halasan / 13515095
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13515095@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Pembangunan dan perawatan infrastruktur, khususnya jalan untuk sebuah daerah pariwisata adalah sebuah langkah strategis dalam peningkatan kualitas pariwisata di daerah tersebut. Dengan adanya jalan yang melewati suatu daerah tujuan wisata, daerah tujuan wisata tersebut akan lebih mudah dikunjungi sehingga pengunjungnya akan lebih banyak. Akan tetapi, diperlukan dana yang cukup banyak untuk membangun jalan maupun merawat jalan yang sudah ada. Sumatera Utara sebagai suatu provinsi di Indonesia yang mempunyai cukup banyak daerah tujuan wisata sebenarnya sudah memiliki jalur akses ke setiap daerah tujuan wisata, akan tetapi tidak semua jalan yang ada keadaannya sudah memadai. Dengan menggunakan graf dan algoritma kruskal, penulis akan mengilustrasikan jalur terpendek untuk menuju setiap daerah tujuan wisata yang ada di Sumatera Utara.

Kata Kunci—Jalur terpendek, Algoritma Kruskal, Graf, Daerah Tujuan Wisata

I. PENDAHULUAN

Di era modern ini, wisata seakan-akan sudah menjadi kebutuhan bagi kebanyakan orang. Persaingan yang semakin ketat dan kejenuhan yang melanda banyak orang mengakibatkan orang mencari cara untuk melepaskan diri dari kejenuhan yang ada. Salah satu cara yang ditempuh orang untuk melepaskan diri dari kejenuhan adalah berwisata ke suatu daerah tujuan wisata.

Daerah tujuan wisata adalah tempat yang menjadi sasaran kunjungan wisata. Yang menjadi pembeda antara daerah tujuan wisata dan daerah lainnya yang bukan tujuan wisata adalah fasilitasnya. Di daerah tujuan wisata, sudah ada fasilitas-fasilitas pendukung untuk sektor pariwisata, antara lain hotel, restoran, penyewaan kendaraan, dan fasilitas-fasilitas lain. Wisatawan akan membutuhkan fasilitas ini untuk mendukung kegiatan mereka dalam berwisata. Belakangan ini, berwisata sudah menjadi tren yang cukup umum di masyarakat.

Tren ini sebaiknya dimanfaatkan bagi tiap-tiap masyarakat dan pemerintah yang ada di daerah tujuan wisata. Mereka seharusnya meningkatkan potensi wilayah mereka sebagai daerah tujuan wisata supaya kualitas pariwisata semakin meningkat. Dengan meningkatnya

kualitas pariwisata, akan semakin banyak orang yang datang ke daerah tujuan wisata tersebut sehingga pendapatan wilayah dari sektor pariwisata akan meningkat.

Pembangunan infrastruktur merupakan kunci dalam peningkatan kualitas pariwisata di suatu daerah tujuan wisata. Salah satu infrastruktur yang cukup vital adalah jalan. Jalan merupakan tempat perlintasan bagi orang maupun kendaraan dari satu wilayah ke wilayah lainnya. Dengan adanya jalan, maka akan lebih mudah orang untuk ke suatu daerah tujuan wisata sehingga wisatawan yang akan berkunjung ke sana akan lebih banyak.

Pembangunan jalan saja tidaklah cukup. Dibutuhkan perawatan jalan yang optimal untuk setiap jalan yang sudah dibangun supaya jalan tersebut tetap optimal. Jangan sampai jalan yang sudah ada dibiarkan terbengkalai sehingga kualitasnya menurun atau bahkan tidak layak dipakai lagi.

Walaupun perawatan jalan untuk setiap jalan yang sudah dibangun itu adalah suatu tindakan yang harus dilakukan, namun tidak dapat kita pungkiri bahwa perawatan jalan memerlukan biaya yang sangat besar. Untuk itu, diperlukan penentuan prioritas untuk perawatan jalan supaya setiap daerah tujuan wisata bisa terhubung dengan baik dan tidak memakan biaya yang terlalu besar.



Gambar 1 : Danau Toba, salah satu daerah tujuan wisata di Sumatera Utara (sumber : <http://www.indonesia.travel/en/post/the-greatest-caldere-ride-unveiling-the-stunning-beauty-of-lake-toba>)

Sumatera Utara memiliki banyak sekali potensi pariwisata. Beberapa daerah tujuan wisata yang paling terkenal adalah Danau Toba dan Kota Medan. Untuk menciptakan koneksi yang bagus terhadap semua daerah tujuan wisata yang ada di Sumatera Utara, pemerintah

telah membangun jalan lintas. Akan tetapi di Sumatera Utara, jalan-jalan yang ada kurang memadai. Tidak sedikit jalan-jalan di Sumatera Utara, khususnya jalan menuju suatu daerah wisata yang hanya memiliki 2 lajur sempit, satu lajur untuk ke suatu arah, satu lagi untuk arah sebaliknya. Selain itu, kondisinya juga banyak yang berlubang sehingga membahayakan pengguna jalan yang melewati jalan tersebut.

Kondisi tersebut tidak bisa dibiarkan begitu saja karena akan mengurangi minat wisatawan untuk berkunjung. Terlebih lagi, Presiden Jokowi sudah menetapkan Danau Toba sebagai salah satu dari 10 kawasan strategis pariwisata nasional yang diprioritaskan untuk dikembangkan. Oleh karena itu, perlu ditetapkan jalur-jalur mana saja yang diprioritaskan untuk dirawat ataupun dibangun di Sumatera Utara supaya setiap daerah tujuan wisata dapat saling terkoneksi antara satu dengan yang lainnya.

II. LANDASAN TEORI

A. Teori Mengenai Graf

1. Definisi Graf

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul. Secara geometri graf digambarkan sebagai sekumpulan noktah (simpul) di dalam bidang dwimatra (dua dimensi) yang dihubungkan dengan sekumpulan garis (sisi).

2. Jenis-jenis Graf

Gelang adalah sisi yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Sisi ganda adalah dua buah sisi yang menghubungkan dua simpul yang sama.

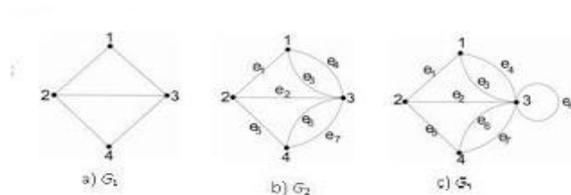
Berdasarkan ada atau tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

1) Graf sederhana

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda dinamakan graf sederhana. Pada graf sederhana, sisi adalah pasangan tak terurut (*unordered pairs*), sehingga menuliskan sisi (u, v) sama saja dengan menuliskan sisi (v, u) .

2) Graf tak-sederhana

Graf tak-sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Graf semu adalah graf yang mengandung gelang (loop).



Gambar a) Graf sederhana, b) Graf ganda, dan c) Graf semu

Gambar 2 :Contoh-contoh graf sederhana, ganda, dan semu. (sumber : <http://yunikhoirunnisa.blogspot.co.id/2011/12/asal-usul-teori-graf.html>)

Sisi pada graf dapat mempunyai orientasi arah. Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis:

1) Graf tak-berarah

Graf berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak-berarah, urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Jadi, $(u, v) = (v, u)$ adalah sisi yang sama.

2) Graf berarah

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah. Sisi berarah disebut busur (*arc*). Pada graf berarah, (u, v) dan (v, u) adalah dua busur yang berbeda.

3. Terminologi dasar Graf

Terdapat beberapa istilah yang berkaitan dengan graf, antara lain:

1) Bertetangga

Dua buah simpul pada graf tak-berarah G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi.

2) Bersisian

Untuk sembarang sisi $e = (u, v)$, sisi e dikatakan bersisian dengan simpul u dan simpul v .

3) Derajat

Derajat suatu simpul pada graf tak-berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

4) Lintasan

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang terbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, e_3, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G .

5) Sirkuit

Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit.

6) Terhubung

Graf tak-berarah G disebut graf terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasang simpul u dan v di dalam himpunan V terdapat lintasan dari u ke v .

- 7) Upagraf
Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf. $G_1 = (V_1, E_1)$ adalah upagraf dari G jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$.
- 8) Upagraf merentang
Upagraf $G_1 = (V_1, E_1)$ dari $G = (V, E)$ dikatakan upagraf merentang jika $V_1 = V$ (yaitu G_1 mengandung semua simpul dari G).
- 9) Graf berbobot
Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

4. Lintasan dan Sirkuit Euler
Lintasan Euler adalah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali. Bila lintasan tersebut kembali ke simpul asal, membentuk lintasan tertutup (sirkuit), maka lintasan tertutup itu dinamakan sirkuit Euler.
5. Lintasan dan Sirkuit Hamilton
Lintasan Hamilton adalah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali. Bila lintasan itu kembali ke simpul asal membentuk lintasan tertutup (sirkuit), maka lintasan tertutup itu dinamakan sirkuit Hamilton.

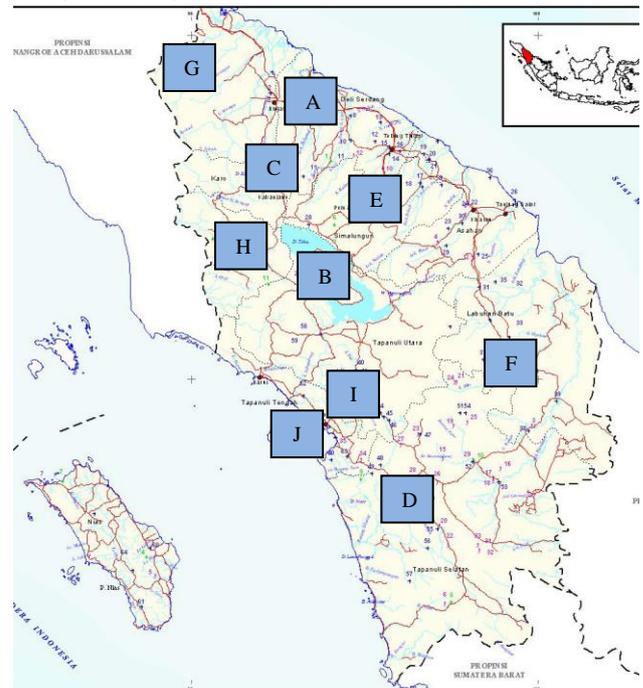
B. Teori Mengenai Pohon Merentang

1. Definisi Pohon Merentang
Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tak-berarah terhubung yang bukan pohon. G dapat diubah menjadi pohon $T(V, E_1)$ dengan cara memutuskan sirkuit-sirkuit yang ada.
2. Pohon Merentang Minimum
Jika G adalah graf berbobot, maka bobot pohon merentang T dari G didefinisikan sebagai jumlah bobot semua sisi di T . Di antara semua pohon merentang di G , pohon merentang minimum merupakan pohon merentang yang mempunyai bobot paling sedikit dibandingkan pohon merentang lain di G .
3. Algoritma Prim
Algoritma Prim adalah salah satu algoritma untuk membentuk pohon merentang minimum dari suatu graf. Langkah-langkahnya adalah:
 - 1) Ambil sisi dari graf G yang berbobot minimum, masukkan ke dalam T .
 - 2) Pilih sisi e yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di T , tetapi e tidak membentuk sirkuit di T . Masukkan e ke dalam T .
 - 3) Ulangi langkah 2) sebanyak $n-2$ kali.
4. Algoritma Kruskal
Tujuan algoritma Prim dan algoritma Kruskal pada dasarnya adalah untuk membuat pohon merentang minimum dari Graf. Perbedaan prinsip antara algoritma Prim dan Kruskal adalah jika pada algoritma Prim sisi yang dimasukkan ke dalam T harus bersisian dengan sebuah simpul di T , maka

pada algoritma Kruskal sisi yang dipilih tidak perlu bersisian dengan sebuah simpul di T asalkan penambahan sisi tersebut tidak membentuk sirkuit
Langkah-langkah algoritma Kruskal :
(Asumsi : sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik berdasarkan bobotnya)
1) T masih kosong
2) Pilih sisi e dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di T . Masukkan e ke dalam T .
3) Ulangi langkah 2 sebanyak $n-1$ kali.

III. PEMBENTUKAN POHON MERENTANG MINIMUM UNTUK MENENTUKAN JALUR TERPENDEK MENUJU DAERAH TUJUAN WISATA DI SUMATERA UTARA

Daerah tujuan wisata di Sumatera Utara tersebar di berbagai belahan provinsi tersebut. Peta di bawah ini akan menjelaskan daerah-daerah tujuan wisata apa saja yang ada di Sumatera Utara :



Gambar 3 : Peta Sumatera Utara (telah dimodifikasi penulis dengan menambahkan penulisan) (sumber : <http://loketpeta.pu.go.id/hidro-provinsi-sumatera-utara>)

Penulisan yang ada pada peta tersebut adalah lokasi daerah-daerah tujuan wisata yang ada di Sumatera Utara. Penulis tidak menuliskan semua daerah tujuan wisata yang ada di Sumatera Utara karena beberapa daerah tujuan wisata terletak sangat berdekatan. Keterangan penulisan :

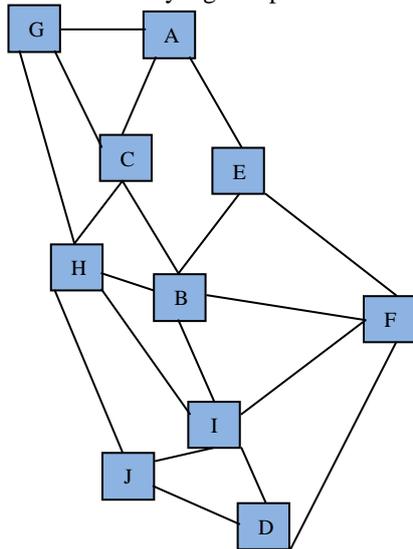
- A : Kota Medan
- B : Danau Toba
- C : Kota Berastagi
- D : Kota Padang Sidempuan
- E : Kota Pematangsiantar
- F : Kota Rantau Prapat
- G : Bukit Lawang
- H : Kota Sidikalang
- I : Kota Tarutung

J : Kota Sibolga

Akan dibuat graf berbobot yang terdiri atas simpul-simpul yang menunjukkan daerah tujuan wisata dan sisi-sisi yang menunjukkan jarak antara kedua daerah tujuan wisata. Dalam pembuatan graf penulis berasumsi bahwa :

1. Penulis mencari jarak antara dua daerah tujuan wisata dengan *Google Maps*. Penulis mengasumsikan *Google Maps* telah memberikan jarak antar wilayah yang cukup akurat.
2. Bobot yang ada pada sisi menggambarkan jarak antar simpul dalam satuan kilometer.
3. Tidak semua sisi digambarkan penulis. Beberapa sisi tidak efisien jika digambarkan dan akan mengakibatkan graf sulit untuk dibaca. Penghilangan beberapa sisi tidak akan mengubah pohon merentang minimum yang akan didapat.
4. Jarak perjalanan dari suatu wilayah ke wilayah lain yang bertetangga sama dengan jalan sebaliknya. Misalnya, jarak perjalanan dari wilayah A ke wilayah B dianggap sama dengan jarak perjalanan dari wilayah B ke wilayah A.
5. Jarak perjalanan dari Danau Toba ke wilayah lainnya diambil dari Kota Balige, sebuah kota di pesisir Danau Toba yang juga merupakan Ibukota Kabupaten Toba Samosir.

Graf berbobot yang didapatkan adalah :



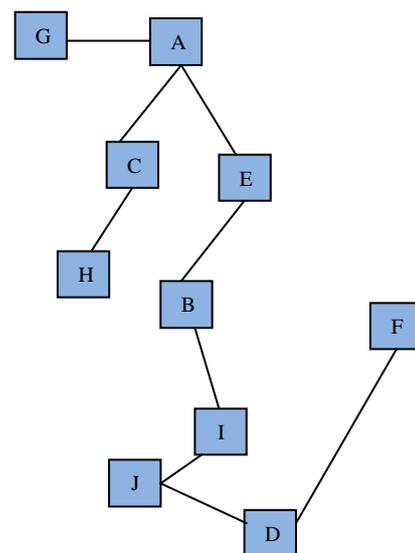
Gambar 4 : Graf yang menggambarkan jarak antara daerah tujuan wisata dengan daerah tujuan wisata lainnya. (Sumber : buatan penulis)

Dengan bobot untuk tiap-tiap sisi (sudah terurut membesar) :

No.	Sisi	Bobot (Km)
1.	(B, I)	52.4
2.	(I, J)	62.6
3.	(A, C)	66.5
4.	(C, H)	86
5.	(D, J)	86.8
6.	(A, G)	87.7

7.	(D, I)	103
8.	(B, E)	107
9.	(C, G)	130
10.	(A, E)	135
11.	(B, H)	141
12.	(H, I)	143
13.	(D, F)	167
14.	(B, C)	170
15.	(B, F)	186
16.	(H, J)	203
17.	(E, F)	209
18.	(G, H)	213
19.	(F, I)	234

Dari graf berbobot di atas dapat dibuat sebuah pohon merentang minimum dengan algoritma Kruskal sebagai berikut :



Gambar 5 : Pohon merentang minimum yang didapat dari graf pada gambar 4 (Sumber : buatan penulis)

Pohon merentang minimum pada gambar di atas menggambarkan jalur terpendek yang melewati semua daerah tujuan wisata di Sumatera Utara yang sudah ditentukan sebelumnya. Jumlah total bobot dari pohon tersebut adalah :

$$52.4 + 62.6 + 66.5 + 86 + 86.8 + 87.7 + 103 + 135 + 167 = 847.$$

Angka 847 di atas berarti panjang seluruh jalur terpendek menuju seluruh daerah tujuan wisata di Sumatera Utara adalah 847 km. Dengan lintasan yang sudah mengelilingi semua daerah tujuan wisata di suatu provinsi, 847 km bukanlah sebuah angka yang terlalu besar.

IV. MANFAAT MENENTUKAN JALUR TERPENDEK MENUJU DAERAH TUJUAN WISATA DI SUMATERA UTARA

Dengan mengetahui jalur terpendek menuju daerah tujuan wisata di Sumatera Utara, akan banyak manfaat yang kita dapatkan, yaitu : menghemat pengeluaran negara dalam perawatan jalan, dan meningkatkan kualitas jalan yang melalui daerah tujuan wisata.

Jika sudah diketahui jalur-jalur tersingkat yang melewati daerah-daerah tujuan wisata di Sumatera Utara, maka pemerintah hanya perlu memprioritaskan perawatan jalur-jalur tersebut saja. Dengan prioritas yang lebih jelas dan sedikit, biaya yang dikeluarkan negara untuk perawatan jalan pasti akan lebih sedikit apabila prioritasnya belum jelas.

Dengan prioritas perawatan jalan yang lebih jelas, niscaya kualitas jalan akan lebih baik. Membaiknya kualitas jalan akan menimbulkan efek yang signifikan bagi sektor pariwisata di sana. Wisatawan semakin tidak ragu lagi untuk ke daerah tersebut dibandingkan apabila jalan menuju daerah tersebut masih dalam kondisi buruk.

V. KESIMPULAN

Teori graf dan pohon merentang minimum dapat digunakan untuk menyelesaikan banyak persoalan, salah satunya adalah menentukan jalur terpendek menuju daerah tujuan wisata di Sumatera Utara. Dengan mengumpakan sisi yang ada pada pohon merentang menggambarkan jalan antar wilayah yang dihubungkannya dan simpul sebagai daerah tujuan wisata, akan didapatkan jaringan jalan terpendek yang melewati semua daerah tujuan wisata di Sumatera Utara.

Dengan didapatnya jalur-jalur terpendek yang melewati daerah tujuan wisata di Sumatera Utara, akan banyak manfaat yang dapat dipetik oleh pemerintah, wisatawan, dan masyarakat lokal. Pada kenyataannya percobaan penulis untuk mencari jalur terpendek belum tentu merupakan jalur terpendek yang sesungguhnya. Terdapat beberapa asumsi yang digunakan sehingga perhitungan pada makalah ini tidak sama persis dengan perhitungan di lapangan.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama penulis ingin menyampaikan terimakasih kepada Tuhan Yang Maha Esa karena dengan berkat-Nya lah penulis dapat menyelesaikan makalah ini. Kemudian, penulis juga ingin mengucapkan terimakasih kepada orang tua yang mendukung penulis, baik dalam doa, dukungan moral, dan pembiayaan. Penulis juga ingin berterimakasih kepada Bapak Rinaldi Munir yang telah mengajarkan penulis semua materi matematika diskrit secara efektif sehingga menjadi salah satu mata kuliah yang paling dapat dimengerti oleh penulis di semester 3 ini.

REFERENSI

- [1] Kenneth H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Application*. 7th Edition. New York: Mc-Graw-Hill, 2012.
- [2] Munir, R. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung, 2014.
- [3] <http://www.indonesia.travel/en/highlight/medan> Diakses pada tanggal 8 Desember 2016
- [4] <https://www.google.co.id/maps?source=tldsi&hl=en> Diakses pada tanggal 8 Desember 2016

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 9 Desember 2016



Rizki Halasan - 13515095