

Solusi Kuis ke-3 IF2120 Matematika Diskrit (3 SKS) – Kombinatorial, Graf
Dosen: Rinaldi Munir, Harlili
Senin, 21 November 2015
Waktu: 55 menit

1. Berapa banyak nomor plat yang mengandung tiga huruf yang diikuti dengan tiga angka, dengan syarat tidak ada huruf yang diulang dan tidak ada angka yang diulang? Misal plat yang memenuhi kondisi tersebut adalah *AKB048* (Huruf besar dan huruf kecil dianggap sama, hasil dapat dinyatakan dalam notasi kombinasi atau permutasi).

Jawaban:
■ ■ ■ □ □ □
■ adalah slot untuk huruf
□ adalah slot untuk angka
Kemungkinan untuk ketiga huruf tersebut adalah $P(26,3)$ dan kemungkinan untuk angka adalah $P(10,3)$, sehingga banyak nomor plat yang memenuhi adalah $P(26,3) \times P(10,3) = 11232000$.

2. Berapa banyak string biner yang mengandung delapan angka 0 dan sepuluh angka 1 didalamnya jika setiap angka 0 harus diikuti dengan angka 1?

Jawaban:
Setiap angka 0 selalu diikuti angka 1, berarti karena harus ada delapan angka 0, harus ada delapan angka 1 yang mengikutinya. Dari tahap ini didapat delapan pasangan 0 dan 1 yang dapat ditaruh di string biner. Dua angka 1 sisanya dapat ditaruh sebelum atau sesudah pasangan 0 dan 1.

$$\frac{10!}{8! 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! 2!} = 45$$

Maka ada 45 string biner yang memenuhi.

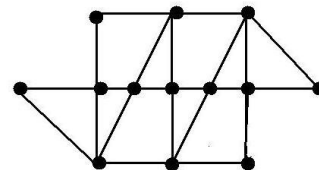
3. Tentukan koefisien $x^{101}y^{99}$ dari penjabaran perpangkatan $(2x - 3y)^{200}$!

Jawaban:
Koefisien binomial:
 $(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$

Sehingga koefisien $x^{101}y^{99}$ didapat ketika $k = 101$.

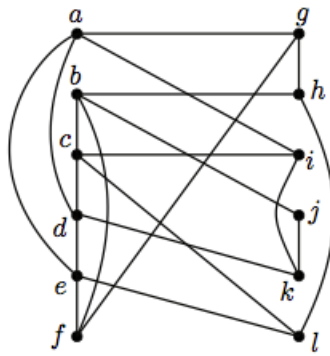
$$\text{Koefisien} = \binom{200}{101} (2)^{101} (-3)^{99} = -2^{101} \times 3^{99} \times \binom{200}{101}$$

4. Perhatikan graf di samping →
Dengan Teorema Euler, tentukanlah apakah graf tersebut memiliki :
a. Lintasan Euler (gambaran jika ada)
b. Sirkuit Euler (gambaran jika ada)



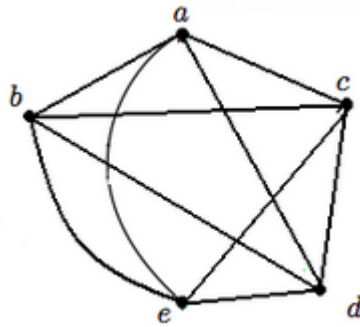
Jawaban:
Setiap node pada graf tersebut memiliki derajat genap. Menurut Teorema Euler, graf tersebut memiliki sirkuit Euler sekaligus lintasan Euler. Untuk gambarnya, cukup gambarkan dua sirkuit Euler karena sirkuit Euler adalah lintasan Euler.

5. Buktikanlah bahwa graf dibawah ini tidak planar dengan Teorema Kuratowski!



Jawaban:

Graf tersebut tidak planar karena mengandung upagraf



yang isomorfik dengan graf K_5

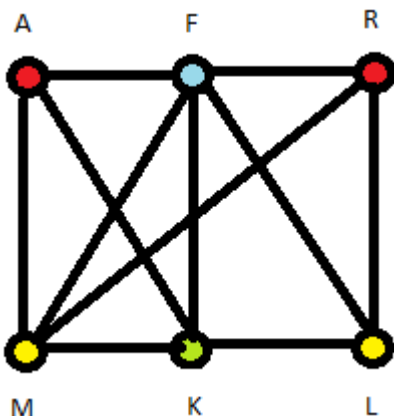
6. Pak Satria pemilik toko tanaman 'Alohomora' memiliki berbagai jenis tanaman jenis bunga yang dijual di tokonya. Tanaman jenis bunga tersebut adalah anggrek, mawar, melati, kamboja, lily, dan raflesia. Untuk menghemat lahan, beberapa tanaman harus di tempatkan sedemikian rupa sehingga ada tanaman yang bisa ditempatkan dalam satu blok lahan yang sama ada pula yang harus dibedakan tempatnya karena keterkaitan ekosistem diantara tanaman. Persebaran tersebut dapat dilihat pada tabel berikut :

Nama Tumbuhan	Tidak bisa ditempatkan dengan
Anggrek	Flamboyan, melati, kamboja
Flamboyan	Anggrek, melati, lily, raflesia, kamboja
Melati	Anggrek, flamboyan, kamboja, raflesia
Kamboja	Anggrek, melati, lily, flamboyan
Lily	Flamboyan, kamboja, raflesia
Raflesia	Flamboyan, melati, lily

Bantulah Pak Satria untuk mendesain tokonya sedemikian rupa sehingga memerlukan lahan yang terdiri atas beberapa blok sesedikit mungkin. **Modelkan permasalahan ini ke dalam bentuk graf (tuliskan sisi dan simpul menggambarkan apa) dan jelaskan termasuk kedalam permasalahan apa persoalan ini, serta tentukan ruangan minimum yang dibutuhkan oleh Pak Satria.**

Jawaban:

Graf terbentuk :



- Simpul menggambarkan bunga
- Sisi menggambarkan Bunga yang tidak bisa ditempatkan bersama
- Persoalan tersebut termasuk kedalam persoalan pewarnaan graf

Ruang Minimum = 4 (dilihat dari warna)