

Penerapan Teori Kombinatorial pada *Nine-dart finish*

Devin Lukianto - 13514040
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13514040@std.stei.itb.ac.id

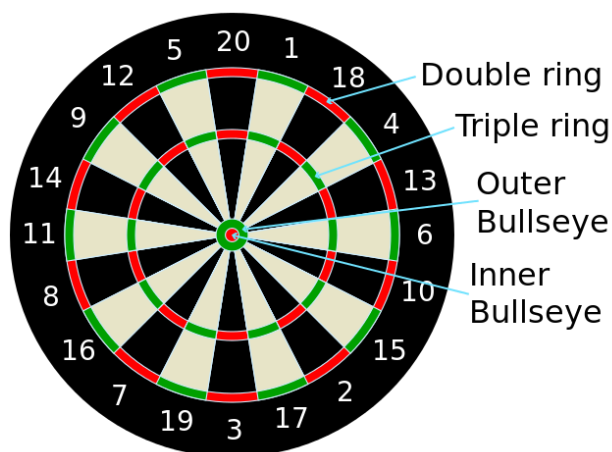
Abstract — Dart 501 merupakan jenis permainan Darts yang mengharuskan pemain menghabiskan 501 poin lebih cepat dari lawannya. Dalam permainan ini, terdapat kemungkinan bagi pemain untuk menyelesaikan permainan hanya dengan sembilan buah panah Dart, yang biasa disebut dengan *nine-dart finish*. Dengan menggunakan teori kombinatorial, dapat dinyatakan bahwa terdapat 3944 kemungkinan jalur yang dapat ditempuh oleh pemain untuk mencapai *finish* tersebut, melibatkan enam jenis lemparan *Double-out* yang harus dilakukan untuk panah terakhir.

Keywords — Darts 501, *Double-out* kombinatorial, *nine-dart finish*.

I. PENDAHULUAN

Darts merupakan sebuah permainan dimana pemain melempar panah kecil ke arah target yang berupa papan berbentuk lingkaran yang tergantung melekat pada dinding. Pada awalnya, Darts hanya menjadi permainan tradisional yang sering dimainkan oleh orang Eropa. Namun, Darts kini telah berkembang menjadi sebuah cabang kompetisi permainan profesional.

Terdapat dua alat utama yang dibutuhkan untuk memainkan Darts yaitu panah Dart dan Dartboard (papan Dart).



Gambar 1. Dartboard Diagram

(Sumber:

https://en.wikipedia.org/wiki/File:Dartboard_diagram.svg
diakses pada 8 Desember 2015 pukul 13:34 WIB)

Panah Dart biasa terbuat dari besi, kuningan, perak-nikel, atau paduan tungsten. Bobot dari panah Dart bisa bervariasi, dengan standar bobot 22 gram.

Papan Dart standar pertandingan biasa menggunakan ukuran diameter 451 mm, yang terbagi dalam 20 bagian radial. Tiap bagian-bagian tersebut dipisahkan oleh kawat besi tipis. Tiap bagian tersebut ditandai dengan angka yang menunjukkan skor dasar dari bagian radial yang bersangkutan. Selain itu, terdapat tiga bagian yang melingkar (biasa di sebut cincin) pada papan Dart. Bagian tersebut berpengaruh pada penilaian skor permainan.^[1]

Dalam permainan, poin yang didapatkan oleh pemain bergantung pada letak menancapnya panah Dart pemain tersebut. Jika panah Dart menancap pada bagian *Double Ring*, maka poin yang didapatkan oleh pemain dari panah Dart tersebut akan dikali dua (misal D20, berarti $20 \times 2 = 40$ poin), begitu juga dengan bagian *Triple Ring* (misal T20, berarti $20 \times 3 = 60$ poin), dimana poin yang didapat pada panah tersebut akan dikali tiga. Jika panah Dart menancap pada bagian *Outer Bullseye*, pemain akan mendapatkan poin tunggal *bullseye* sebanyak 25 poin. Sedangkan pemain yang panah Dartnya menancap pada bagian *Inner Bullseye* akan mendapatkan poin ganda untuk *bullseye*, yaitu 50 poin. Selain bagian-bagian di atas, poin yang didapatkan pemain adalah poin normal sesuai angka poin yang tertera pada bagian radialnya.^[2]

Pada permainan normal Dart 501, pemain harus membuat poin yang dimiliki menjadi nol poin, dari poin awal sejumlah 501, lebih cepat dari pemain lawan. Pemain mendapatkan poin dari total skor yang didapatkan dengan melempar tiga panah Dart tiap gilirannya. Poin pemain akan dikurangi poin yang didapatkan saat gilirannya tersebut. Biasanya, lemparan bernilai ganda (*Double*) harus dilakukan untuk dapat mengakhiri permainan. Sebagai contoh, jika poin pemain hanya tersisa sebanyak 40, maka salah satu cara untuk memenangkan permainan yaitu pemain tersebut harus mendapatkan D20, yang berarti *Double* 20 ($20 \times 2 = 40$). Jika total poin yang didapat melebihi poin tersisa (sehingga poin pemain menjadi negatif), atau poin yang tersisa hanyalah 1, maka diadakan *bust* untuk pemain tersebut, dan poin pemain tersebut akan dikembalikan ke poin terakhir semula.^[3]

Dengan melihat semua kemungkinan poin yang dapat diperoleh oleh pemain, dalam permainan normal Dart 501, pemain dapat memenangkan permainan dengan kombinasi poin hanya dari sembilan buah panah Dart yang

dilemparkan. Kemenangan ini biasa disebut dengan istilah *Nine-dart finish*. Pada makalah ini, penulis akan membahas mengenai penerapan kombinatorial dalam menentukan kombinasi *Nine-dart finish* tersebut.

II. TEORI DASAR

Kombinatorial (combinatoric) merupakan salah satu cabang matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek untuk menghitung jumlah dari penyusunan objek-objek tersebut dalam himpunannya.^[4] Terdapat beberapa contoh permasalahan yang dapat dipecahkan dengan teori kombinatorial diantaranya:

- Banyak kombinasi dari kata sandi (*password*) yang dapat dibuat jika kata sandi tersebut terdiri dari enam buah karakter alfanumerik.
- Menghitung peluang munculnya nomor lotere dari sekian nomor lotere yang tersedia.
- Banyak kombinasi dari plat nomor kendaraan jika harus diawali dengan angka 2 dan diakhiri dengan tiga buah huruf sebagai kode wilayah.

Cara termudah yang dapat dilakukan untuk memecahkan masalah-masalah di atas yaitu dengan menghitung satu-persatu kemungkinan yang ada, serta menguji semua kemungkinan susunannya (mencacah, mengenumerasi). Jika jumlah objek dan kemungkinan solusi dari permasalahan tersebut hanya sedikit, cara enumerasi masih dapat mungkin dilakukan. Namun, jika jumlah objek amat banyak, maka teori kombinatorial merupakan cara yang lebih efektif untuk menghitung banyaknya kemungkinan dari solusi yang ada.

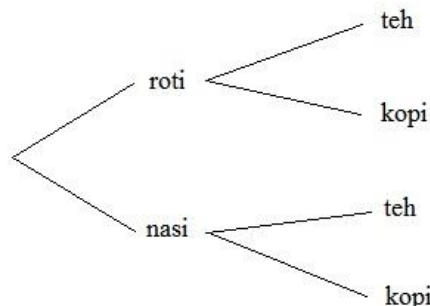
A. Kaidah Penghitungan

Dalam kombinatorial, terdapat dua kaidah dasar yang digunakan untuk menghitung semua kemungkinan dari pengaturan objek, yaitu kaidah penjumlahan dan kaidah perkalian.

1. Kaidah perkalian (*rule of product*)
Bila suatu kejadian 1 memiliki hasil percobaan sebanyak n , kejadian 2 memiliki hasil percobaan sebanyak m , maka bila kedua kejadian tersebut dilakukan secara bersamaan, akan terdapat $n \times m$ hasil percobaan (kemungkinan jawaban).
2. Kaidah penjumlahan (*rule of sum*)
Bila suatu kejadian 1 memiliki hasil percobaan sebanyak n , kejadian 2 memiliki hasil percobaan sebanyak m , maka bila hanya satu kejadian saja yang terjadi, akan kita dapatkan $n+m$ kemungkinan jawaban hasil percobaan.

Terdapat berbagai macam cara untuk menuliskan atau menggambarkan bentuk dari kombinatorial, yaitu menggunakan diagram pohon, tabel silang, dan himpunan pasangan terurut. Sebagai contoh terdapat permasalahan kombinasi menu makan pagi. Jika terdapat 2 menu

makanan, yaitu roti, dan nasi, serta 2 menu minuman yaitu teh dan kopi, maka kombinasi makanan dan minuman tersebut dapat kita tuliskan sebagai berikut:



Figur 1. Gambar Cara Diagram Pohon

makanan / minuman	teh	kopi
roti	roti, teh	roti, kopi
nasi	nasi, teh	nasi, kopi

Figur 2. Gambar Cara Tabel Silang

makanan = { roti, nasi } minuman = { teh, kopi } makanan \times minuman = { (roti, teh), (roti, kopi), (nasi, teh), (nasi, kopi) }
--

Figur 3. Gambar Cara Himpunan Pasangan Terurut

B. Prinsip Inklusi-Eksklusi

Prinsip Inklusi-Eksklusi merupakan perluasan dari kaidah penghitungan yang melibatkan operasi irisan dan gabungan. Prinsip ini harus digunakan agar penghitungan kombinatorial dapat menghasilkan hasil yang tepat jika kedua himpunan kejadian memiliki elemen yang sama. Banyaknya anggota himpunan gabungan antara himpunan A dan B merupakan jumlah dari anggota kedua himpunan tersebut, dikurangi banyaknya anggota yang terdapat dalam irisan kedua himpunan tersebut. Secara matematika, prinsip ini dapat dirumuskan sebagai:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$|A|$ merupakan banyaknya elemen himpunan A
 $|B|$ merupakan banyaknya elemen himpunan B
 $|A \cup B|$ merupakan banyaknya elemen gabungan himpunan A dan B
 $|A \cap B|$ merupakan banyaknya elemen irisan himpunan A dan B.

Perluasan dari kaidah menghitung yang lebih lanjut dapat dilakukan dengan berbagai macam cara diantaranya yang sering digunakan adalah permutasi dan kombinasi.

C. Permutasi

Permutasi adalah jumlah dari urutan berbeda suatu pengaturan objek-objek yang memperhatikan urutan pengurutan elemen-elemennya. Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi dari kaidah perkalian. Menurut Jika di ketahui terdapat sejumlah n elemen, maka permutasi r dari n elemen tersebut (dilambangkan dengan $P(n, r)$) dapat dihitung dengan cara:

$$P(n, r) = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - (r - 1))$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

D. Kombinasi

Kombinasi adalah bentuk khusus dari permutasi dimana urutan kemunculan elemen-elemen tidak diperhatikan. Pada kombinasi, urutan acb , bca , dan abc dianggap sama dan hanya dihitung sekali.

Kombinasi r dari n elemen memiliki arti yaitu jumlah kemungkinan pemilihan r elemen tidak terurut, yang di ambil dari n buah elemen. Adapun kombinasi ini dapat dirumuskan sebagai:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n - r)!}$$

III. KOMBINATORIAL NINE-DART FINISH

Dalam permainan Dart 501, pemain dapat melempar sebanyak tiga buah panah Darts tiap gilirannya. Tiap panah Darts tersebut akan menentukan poin yang didapatkan oleh pemain.

Seperti yang telah kita ketahui bahwa pada Dartboard, terdapat 20 bagian radial yang tiap bagiannya dilambangkan oleh satu angka. Jika kita melihat pada satu bagian radial Dartboard, maka terdapat empat petak dimana satu petak terletak di *Double Ring*, satu petak di *Treble Ring*, dan dua petak merupakan petak normal (yang berwarna hitam atau putih). Dari petak-petak tersebut maka dapat diketahui bahwa untuk tiap satu bagian radial, dimungkinkan terdapat tiga kemungkinan skor yang dapat diperoleh oleh pemain. Selain itu, ada petak *Outer Bullseye* yang memiliki nilai 25, dan *Inner Bullseye* yang memiliki nilai 50. Maka dapat disimpulkan bahwa untuk satu panah Dart yang dilempar, pemain bisa mendapatkan 44 jenis angka poin. Hal ini dapat kita buktikan dengan prinsip inklusi-eksklusi sebagai berikut:

$$|N| = 20 \text{ (normal point)}$$

$$|D| = 20 \text{ (Double point)}$$

$$|T| = 20 \text{ (Triple point)}$$

$$|B| = 2 \text{ (bullseye point)}$$

$$|F| = 1 \text{ (lemparan meleset, bernilai 0 poin)}$$

$$|N \cap D| = 10 \text{ (warna hijau pada Tabel 1)}$$

$$|N \cup D| = |N| + |D| - |N \cap D|$$

$$= 20 + 20 - 10 = 30$$

$$|(N \cap D) \cap T| = 9 \text{ (warna biru pada Tabel 1)}$$

$$|(N \cup D) \cup T| = |N \cup D| + |T| - |(N \cap D) \cap T|$$

$$= 30 + 20 - 9 = 41$$

(warna kuning pada Tabel 1)

$$|Total| = |(N \cup D) \cup T| + |B| + |F|$$

$$= 41 + 2 + 1 = 44$$

NORMAL	DOUBLE	TREBLE
1	2	3
2	4	6
3	6	9
4	8	12
5	10	15
6	12	18
7	14	21
8	16	24
9	18	27
10	20	30
11	22	33
12	24	36
13	26	39
14	28	42
15	30	45
16	32	48
17	34	51
18	36	54
19	38	57
20	40	60
25	50	BULLSEYE

Tabel 1. Tabel Kemungkinan Poin Permainan Darts untuk Pelemparan Satu Panah Dart

Untuk mendapatkan *finish* tercepat, pemain membutuhkan minimal sembilan buah panah Dart (tiga giliran) untuk dapat menghabiskan poin 501. *finish* tercepat ini disebut sebagai *Nine-dart finish*, yang berarti *finish* sempurna hanya dengan menggunakan sembilan kali lemparan panah Dart tanpa ada lemparan meleset. Perlu diingat lemparan terakhir untuk memenangkan pertandingan harus merupakan lemparan pada *Double Ring* atau *Inner Bullseye*.^[5]

Karena lemparan terakhir (*Double-out*) harus merupakan lemparan *Double Ring*, atau *Inner Bullseye*, maka skor yang dapat pemain peroleh pada panah kesembilan adalah seluruh skor yang terdapat pada kolom *Double* di Tabel 1. Selain itu, delapan panah awal merupakan kombinasi skor yang dapat diubah urutannya. Namun, perlu diingat bahwa tidak semua skor dalam *Double-out* dapat menghasilkan *nine-dart finish*. Adapun Tabel *Double-out* yang lebih jelas dapat dilihat di Tabel 2.

Jika kita mengasumsikan setiap panah mendapatkan skor T20 (60 poin), maka untuk sembilan buah panah, total skor yang didapatkan adalah 540, melebihi batas 501.

Maka setidaknya kita dapat memperkecil kemungkinan bahwa skor T20 hanya boleh diperoleh untuk delapan panah saja.

Ternyata, jika kita mengasumsikan kembali untuk setiap panah akan mendapatkan skor T20 untuk delapan buah panah Dart pertama, maka sisa skor yang dimiliki pemain yaitu $501 - 8 \times 60 = 21$. Kombinasi kali ini jelas mustahil untuk dapat membuat permainan selesai hanya dengan sembilan buah panah Dart, sebab untuk panah ke-sembilan, pemain harus bisa mendapatkan skor 21 dengan kondisi *Double*, yang berarti pemain harus mendapat D11.5 dimana angka tersebut tidak ada dalam permainan (lihat Tabel 2).

1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16
9	18
10	20
11	22
12	24
13	26
14	28
15	30
16	32
17	34
18	36
19	38
20	40
BULLSEYE	50

Tabel 2. Tabel Lemparan Panah Dart ke-9

(sah diwarnai kuning, kolom pertama menunjukkan petak *Double-out*, kolom kedua menunjukkan poin yang didapat)

Pengecekan di atas sekaligus membuktikan bahwa semua skor *Double* di bawah D11.5 tidak akan bisa menyelesaikan permainan hanya dengan sembilan buah panah. Sehingga dapat kita nyatakan bahwa D1 hingga D11 tidak akan menjadi solusi dari *Nine-dart finish*.

Untuk mempermudah pengecekan selanjutnya, kita dapat membuat model permasalahan:

Jika 8 panah bernilai 60, maka berapa poin yang harus didapatkan panah terakhir untuk mencapai nilai 501?
 Jika 7 panah bernilai 60 (T20), maka berapa poin yang didapatkan 2 panah terakhir untuk mencapai nilai 501?
 dst.

Kita melakukan pengujian ini terus-menerus hingga jika hanya 1 panah yang bernilai 60. Dengan melakukan percobaan ini, kita akan sekaligus membuat semua

kemungkinan dari poin-poin yang dapat diperoleh untuk tiap anak panahnya, dengan tidak melupakan syarat bahwa anak panah terakhir harus merupakan lemparan *Double-out* yang sah. Secara matematis dapat dituliskan sebagai:

$$a + b + c + d + e + f + g + h + i = 501$$

a merupakan skor panah pertama

b merupakan skor panah kedua, dst.

dimana

$$21 \leq a \leq 60$$

$$81 - a \leq b \leq 60$$

$$141 - a - b \leq c \leq 60$$

$$201 - a - b - c \leq d \leq 60$$

$$261 - a - b - c - d \leq e \leq 60$$

$$321 - a - b - c - d - e \leq f \leq 60$$

$$381 - a - b - c - d - e - f \leq g \leq 60$$

$$441 - a - b - c - d - e - f - g \leq h \leq 60$$

$$501 - a - b - c - d - e - f - g - h \leq i \leq 60$$

dengan nilai i merupakan nilai yang harus dipenuhi untuk *Double-out*.

Pertidaksamaan matematis tersebut dapat kita uji untuk menentukan semua kemungkinan jalur yang mungkin untuk mencapai *nine-dart finish*. Dalam hal ini, penulis mengimplementasikan algoritma pengecekan ke dalam program untuk mempercepat dan mempermudah pengecekan.

Setelah menguji nilai i yang mungkin, penulis menemukan hanya terdapat enam jenis skor panah *Double-out* yang dapat mengakibatkan *nine-dart finish* ini terjadi. Keenam jenis skor tersebut adalah D12 (24 poin), D15 (30 poin), D17 (34 poin), D18 (36 poin), D20 (40 poin), dan *Inner Bullseye* (50 poin). Hal ini sesuai dengan data yang telah kita lihat pada Tabel 2.

Panah <i>Double-out</i>	Jumlah Permutasi Jalur
D12 (24)	8
D15 (30)	120
D17 (34)	56
D18 (36)	792
D20 (40)	621
<i>Inner Bullseye</i> (50)	2296

Tabel 3. Tabel Permutasi Kemungkinan Jalur Lemparan Panah Dart ke-9 (Double-out)

Berikut penulis sertakan *screenshot* dari *output* program:

```
57 60 60 60 60 60 60 60 24
60 57 60 60 60 60 60 60 24
60 60 57 60 60 60 60 60 24
60 60 60 57 60 60 60 60 24
60 60 60 60 57 60 60 60 24
60 60 60 60 60 57 60 60 24
60 60 60 60 60 60 57 60 24
60 60 60 60 60 60 60 57 24
8
Process returned 2 (0x2)  execution time : 1.701 s
Press any key to continue.
```

Gambar 2. Permutasi untuk *Double-out* D12 (24 poin)

```
60 60 60 60 54 40 57 60 50
60 60 60 60 54 40 60 57 50
60 60 60 60 54 50 50 57 50
60 60 60 60 54 50 57 50 50
60 60 60 60 54 57 40 60 50
60 60 60 60 54 57 50 50 50
60 60 60 60 54 57 60 40 50
60 60 60 60 54 60 40 57 50
60 60 60 60 54 60 57 40 50
60 60 60 60 57 34 60 60 50
60 60 60 60 57 40 54 60 50
60 60 60 60 57 40 57 57 50
60 60 60 60 57 40 60 54 50
60 60 60 60 57 50 50 54 50
60 60 60 60 57 50 54 50 50
60 60 60 60 57 54 40 60 50
60 60 60 60 57 54 50 50 50
60 60 60 60 57 54 60 40 50
60 60 60 60 57 57 40 57 50
60 60 60 60 57 57 57 40 50
60 60 60 60 57 60 34 60 50
60 60 60 60 57 60 40 54 50
60 60 60 60 57 60 54 40 50
60 60 60 60 57 60 60 34 50
60 60 60 60 60 34 57 60 50
60 60 60 60 60 34 60 57 50
60 60 60 60 60 40 51 60 50
60 60 60 60 60 40 54 57 50
60 60 60 60 60 40 57 54 50
60 60 60 60 60 40 60 51 50
60 60 60 60 60 50 50 51 50
60 60 60 60 60 51 40 60 50
60 60 60 60 60 51 50 50 50
60 60 60 60 60 51 60 40 50
60 60 60 60 60 54 40 57 50
60 60 60 60 60 54 57 40 50
60 60 60 60 60 57 34 60 50
60 60 60 60 60 57 54 40 50
60 60 60 60 60 60 34 57 50
60 60 60 60 60 60 40 51 50
60 60 60 60 60 60 51 40 50
60 60 60 60 60 60 51 60 40 50
60 60 60 60 60 60 54 40 57 50
60 60 60 60 60 60 57 40 50
60 60 60 60 60 60 57 34 60 50
60 60 60 60 60 60 57 54 40 50
60 60 60 60 60 60 60 34 50
60 60 60 60 60 60 40 51 50
60 60 60 60 60 60 51 40 50
60 60 60 60 60 60 57 34 50
2296
Process returned 5 (0x5)  execution time : 6.891 s
Press any key to continue.
```

Gambar 3. Permutasi untuk *Double-out* Bullseye (50)

Untuk mendapatkan berapa jumlah kombinasi dari semua kemungkinan jalur lemparan, penulis mengimplementasikan aturan bahwa penulis hanya menghitung jumlah kemungkinan yang urutannya terurut membesar dari semua kemungkinan permutasi solusi dari *nine-dart finish*. Hal ini dapat dilakukan, sebab dalam permutasi urutan dari elemen-elemen diperhatikan. Jika terdapat urutan solusi yang urutannya elemennya sama, maka kemungkinan tersebut akan disederhanakan menjadi 1 buah saja oleh program yang digunakan penulis sehingga kita bisa mendapatkan hasil kombinasinya.

```
34 57 60 60 60 60 60 60 50
40 51 60 60 60 60 60 60 50
40 54 57 60 60 60 60 60 50
40 57 57 57 60 60 60 60 50
50 50 51 60 60 60 60 60 50
50 50 54 57 60 60 60 60 50
50 50 57 57 57 60 60 60 50
7
Process returned 2 (0x2)  execution time : 1.500 s
Press any key to continue.
```

Gambar 4. Kombinasi untuk *Double-out* Bullseye (50)

```
57 60 60 60 60 60 60 60 24
1
Process returned 2 (0x2)  execution time : 1.678 s
Press any key to continue.
```

Gambar 5. Kombinasi untuk *Double-out* D12 (24 poin)

Panah <i>Double-out</i>	Jumlah Kombinasi Jalur
D12 (24)	1
D15 (30)	3
D17 (34)	1
D18 (36)	7
D20 (40)	3
<i>Inner Bullseye</i> (50)	7

Tabel 4. Tabel Kombinasi Kemungkinan Jalur Lemparan Panah Dart ke-9 (*Double-out*)

Possible paths for a nine-dart finish

Double-Out	The other 8 darts							Paths		
	T20	T19	T18	T17	T16	T15	Bull		D20	D17
D12	7	1								8
D15	7			1						8
	6	1	1							56
	5	3								56
D17	6	1					1			56
D18	7					1				8
	6	1			1					56
	5	2	1	1						168
	5	1	2							168
	4	3	1							280
	3	5								56
D20	6			1				1		56
	5	1	1					1		336
	4	3						1		280
Bull	5			1				2		168
	4	1	1					2		840
	3	3						2		560
	6			1					1	56
	5	1	1						1	336
	4	3							1	280
	6	1							1	56
Sum									3944	

Gambar 6. Possible Paths for a Nine-dart Finish

(Sumber: https://en.wikipedia.org/wiki/Nine-dart_finish#/media/File:Possible_paths_for_a_nine-dart_finish.png diakses pada 9 Desember 2015 pukul 11:30 WIB)

Dari semua penghitungan di atas maka dapat kita peroleh jumlah jalur langkah yang mungkin terjadi untuk mendapatkan *Nine-dart finish* adalah sebanyak 3944 jalur.

Jika kita membuat kombinasi dari 3944 jalur tersebut, dimana urutan delapan panah awal tidak diperhatikan, maka akan terdapat 22 jenis langkah yang sah.

IV. KESIMPULAN

Setelah menganalisis permasalahan kombinasi *nine-dart finish* dalam permainan Dart 501, terdapat sebanyak 3944 jalur bagi para pemain untuk mendapatkan *finish* ini. Adapun *finish* tersebut terdiri dari 8 jalur untuk D12 sebagai *Double-out*, 120 jalur untuk D15 sebagai *Double-out*, 56 jalur untuk D17 sebagai *Double-out*, 792 jalur untuk D18 sebagai *Double-out*, 672 jalur untuk D20 sebagai *Double-out*, dan 2296 jalur untuk Bull sebagai *Double-out*.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama penulis mengucapkan terima kasih dan segala puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala berkat yang diberikan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan makalah ini tepat pada waktunya. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada orang tua penulis, yang senantiasa mendidik dan mendukung penulis sehingga sekarang penulis dapat menuntut ilmu di Institut Teknologi Bandung dan mengerjakan makalah ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada dosen mata kuliah IF2120 yang penulis hormati, yaitu Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir, atas segala ilmu dan pelajaran yang beliau berikan kepada penulis selama kurang lebih satu semester ini. Tidak lupa penulis berterima kasih kepada teman-teman yang telah mendukung dan memberikan semangat selama penulis membuat makalah ini. Akhir kata, semoga makalah ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

REFERENSI

- [1] <http://dartsinfoworld.com/about-darts/> diakses pada 7 Desember 2015 pukul 21:23
- [2] <http://www.dartswdf.com/basicsofdarts/> diakses pada 7 Desember 2015 pukul 21:50
- [3] <http://www.mastersgames.com/rules/darts-rules.htm> diakses pada 7 Desember 2015 pukul 22:15
- [4] Munir, Rinaldi. "Diktat Kuliah IF2120 Matematika Diskrit" edisi keempat. Program Studi Teknik Informatika STEI ITB. 2006.
- [5] <http://dartsinfoworld.com/9-dart-finish/> diakses pada pukul diakses pada 7 Desember 2015 pukul 22:30

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 10 Desember 2015



Devin Lukianto
13514040