

# Penggunaan Graf Semi-Hamilton untuk Memecahkan Puzzle The Hands of Time pada Permainan Final Fantasy XIII-2

Michael - 13514108

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13514108@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**— Terkadang permainan *puzzle* tidak dapat diselesaikan hanya dengan membayangkannya. *Puzzle* yang sulit kadang memaksa pemain untuk menggambar atau menuliskan *puzzle* di kertas atau media lain untuk membantu menyelesaikannya. *Puzzle The Hands of Time* adalah salah satu *puzzle* yang pemecahannya kadang tidak dapat ditemukan dengan hanya dibayangkan. Penggunaan graf semi-Hamilton akan membantu pemecahannya.

**Keywords**— *The Hands of Time*, graf, Hamilton, lintasan

## I. PENDAHULUAN

Permainan *puzzle* adalah permainan teka-teki di mana sang pemain harus berpikir untuk memecahkan teka-teki tersebut. Saat ini, sudah banyak sekali permainan *puzzle*, baik yang dimainkan secara fisik maupun secara digital. Permainan *puzzle* pun seringkali muncul pada permainan lain. Salah satunya adalah permainan RPG (*Role Playing Game*). Pada permainan RPG, pemain mengendalikan seorang atau beberapa orang karakter. Karakter tersebut akan berinteraksi dengan karakter lain, bertarung melawan musuh, mencari benda atau harta karun, dan lain-lain untuk terus melanjutkan cerita permainan. Terkadang, karakter yang kita kendalikan akan menemukan sebuah teka-teki, misalnya saat berada pada suatu tempat kuno, karakter harus memecahkan teka-teki supaya bisa masuk ke dalam tempat tersebut. Biasanya, *puzzle* tersebut akan memiliki beberapa *level*, dimulai dengan *level* yang mudah dan kemudian akan menjadi lebih sulit.

Salah satu permainan RPG yang karakternya sering menemukan *puzzle* di perjalanannya adalah seri permainan Final Fantasy. Salah satu *puzzle* yang menarik adalah *puzzle The Hands of Time* pada permainan Final Fantasy XIII-2.

## II. FINAL FANTASY XIII-2



Gambar 1. Logo Final Fantasy XIII-2  
(finalfantasy.wikia.com)

Final Fantasy XIII-2 adalah sebuah *video game* RPG (*Role Playing Game*) yang dikembangkan dan dipasarkan oleh perusahaan Square Enix. Permainan ini pada awalnya dirilis untuk konsol permainan PlayStation 3 dan Xbox 360 pada tahun 2011 (untuk daerah Jepang) dan tahun 2012 (untuk daerah Amerika Utara). Permainan ini kemudian dirilis sehingga dapat dimainkan pada PC (*Personal Computer*) pada tahun 2014. Final Fantasy XIII-2 adalah sekuel dari permainan Final Fantasy XIII.

Pada permainan ini, pemain akan mengendalikan 2 orang karakter, yaitu Serah Farron dan Noel Kreiss. Jalan cerita yang diikuti adalah cerita di mana kedua karakter utama berpetualang mencari kakak dari Serah yang bernama Lightning. Lightning adalah karakter utama dari permainan Final Fantasy XIII. Pada akhir cerita Final Fantasy XIII, Lightning menghilang sehingga Serah harus mencarinya. Hilangnya Lightning berkaitan dengan nasib dari dunia mereka. Lightning menghilang secara misterius, dia tidak dapat ditemukan di mana pun di dunia mereka. Ketika Serah bertemu Noel, dia mengetahui bahwa Noel bukanlah orang yang datang dari dunia Serah, melainkan dari masa depan. Noel kembali ke masa lalu untuk mengubah sejarah supaya dunia tidak kiamat. Serah yang mengetahui bahwa manusia bisa pergi ke masa lalu dan masa depan, memutuskan untuk melakukan perjalanan melewati waktu untuk mencari kakaknya.

Pada saat Serah dan Noel mengunjungi kota Oerba pada tahun 400 AF (*After the Fall*, metode penanggalan

tahun pada seri permainan Final Fantasy XIII-2), mereka menemukan beberapa *puzzle* yang harus dipecahkan untuk mendapatkan *fragment* (*fragment* adalah benda yang harus dikumpulkan pada permainan ini). Salah satu *puzzle* yang harus dipecahkan bernama *The Hands of Time*.

### III. THE HANDS OF TIME

*The Hands of Time* adalah sebuah *puzzle* yang terlihat seperti sebuah jam. Pada *puzzle* tersebut terdapat beberapa lingkaran bertuliskan angka dan dua buah jarum jam yang menunjuk pada angka yang berada di arah jam 12 (pada jam normal). Pada *puzzle* ini, pemain hanya bisa menklik angka yang ditunjuk oleh jarum jam, kecuali pada awal permainan. Pada awal permainan, pemain dapat memilih untuk memulai dari angka manapun. Pada saat pemain menklik suatu angka, kedua jarum jam akan bergerak kesana, kemudian satu jarum akan bergerak sebesar angka yang diklik ke kiri, dan satu jarum akan bergerak sebesar angka yang diklik ke kanan, sehingga pada langkah selanjutnya, pemain memiliki dua pilihan. Setelah suatu angka diklik, angka tersebut hilang, sehingga jika jarum jam kembali menunjuk ke tempat tersebut, pemain tidak dapat menklik tempat tersebut. *Puzzle* ini selesai jika pemain berhasil menghilangkan semua angka yang ada pada papan permainan. Pemain dianggap gagal dan harus mengulang permainan jika kedua jarum jam menunjuk ke tempat yang sudah tidak ada angka sehingga pemain tidak dapat melanjutkan permainan.



Gambar 2. Dua jarum pada The Hands of Time (youtube.com)

Ada 4 *level puzzle* *The Hands of Time* yang harus diselesaikan oleh pemain untuk mendapatkan *fragment*. Pemain juga diberikan waktu yang terbatas untuk menyelesaikan masing-masing *level*.

Pada *level* pertama, ada 5 angka pada papan permainan.



Gambar 3. *Puzzle Level 1* dengan 5 angka (youtube.com)

Pada *level* kedua, ada 7 atau 8 angka pada papan permainan.



Gambar 4. *Puzzle Level 2* dengan 8 angka (youtube.com)

Pada *level* ketiga, ada 9 atau 10 angka pada papan permainan.



Gambar 5. *Puzzle Level 3* dengan 9 angka (youtube.com)

Pada *level* keempat, ada 11 atau 12 angka pada papan permainan.



Gambar 6. *Puzzle Level 4* dengan 12 angka (youtube.com)

## IV. DASAR TEORI

### A. Graf

Graf adalah pasangan himpunan  $(V,E)$  dimana  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari simpul (*vertices/nodes*) dan  $E$  adalah himpunan sisi (*edges/arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul.

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

$$E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

Graf  $G$  dapat dituliskan dengan notasi  $G = (V,E)$ .

### B. Terminologi Graf

#### 1. Bertetangga (*Adjacent*)

Dua buah simpul pada graf dikatakan bertetangga jika keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi.

#### 2. Bersisian (*Incident*)

Sisi  $e = (u,v)$  dikatakan bersisian dengan simpul  $u$  dan  $v$ .

#### 3. Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)

Simpul terpencil adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengan dengan simpul tersebut.

#### 4. Graf Kosong (*Null Graph* atau *Empty Graph*)

Graf kosong adalah graf yang tidak memiliki sisi (himpunan sisinya kosong).

#### 5. Derajat (*Degree*)

Derajat simpul pada graf tak berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

Derajat simpul pada graf berarah dibagi menjadi dua, yaitu :

1. Derajat masuk, yaitu jumlah busur masuk ke simpul tersebut.

2. Derajat keluar, yaitu jumlah busur yang keluar dari simpul tersebut.

#### 6. Lintasan (*Path*)

Lintasan dari simpul awal  $v_0$  ke simpul tujuan  $v_n$  pada graf  $G$  adalah barisan selang-seling simpul dan sisi  $v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ , dimana  $e_1 = (v_0, v_1)$ ,  $e_2 = (v_1, v_2)$ ,  $\dots$ ,  $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ .

#### 7. Sirkuit (*Circuit*) atau Siklus (*Cycle*)

Sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

#### 8. Terhubung (*Connected*)

Graf dikatakan terhubung jika untuk setiap pasang simpul  $u$  dan  $v$  pada graf, terdapat lintasan dari  $u$  dan  $v$ .

#### 9. Upagraf (*Subgraph*)

Sebuah graf  $A = (V_a, E_a)$  disebut upagraf dari graf  $G = (V, E)$  jika  $V_a \subseteq V$  dan  $E_a \subseteq E$ .

#### 10. Upagraf Merentang (*Spanning Subgraph*)

Upagraf  $A = (V_a, E_a)$  disebut upagraf merentang jika  $V_a = V$ .

#### 11. Cut-Set

*Cut-set* adalah himpunan sisi yang jika dibuang dari graf  $G$ , graf  $G$  menjadi tidak terhubung.

### C. Jenis-Jenis Graf

Graf dapat diklasifikasikan berdasarkan ada tidaknya sisi gelang atau sisi ganda, jumlah simpul, dan orientasi arah.

Berdasarkan ada tidaknya sisi gelang atau sisi ganda, graf dapat dibagi menjadi :

1. Graf sederhana (*simple graph*), yaitu graf yang tidak memiliki sisi gelang maupun sisi ganda.

2. Graf tidak sederhana (*unsimple graph*), yaitu graf yang memiliki sisi gelang atau sisi ganda. Graf yang memiliki sisi ganda disebut graf ganda (*multigraph*). Graf yang memiliki sisi gelang disebut graf semu (*pseudograph*).

Berdasarkan jumlah simpulnya, graf dapat dibagi menjadi :

1. Graf berhingga, yaitu graf yang jumlah simpulnya berhingga banyaknya.

2. Graf tidak berhingga, yaitu graf yang jumlah simpulnya tak berhingga banyaknya.

Berdasarkan orientasi arahnya, graf dapat dibagi menjadi :

1. Graf tak berarah (*undirected graph*), yaitu graf yang tidak memiliki orientasi arah.

2. Graf berarah (*directed graph*), yaitu graf yang memiliki orientasi arah.

### D. Lintasan dan Sirkuit Hamilton

Lintasan Hamilton adalah lintasan dimana semua simpul di dalam graf dilalui tepat satu kali. Jika lintasan Hamilton kembali pada simpul asal dan membentuk lintasan tertutup, namanya menjadi sirkuit Hamilton. Sirkuit Hamilton adalah sirkuit dimana semua simpul di dalam graf dilalui tepat satu kali. Graf yang memiliki sirkuit Hamilton disebut graf Hamilton. Graf yang memiliki lintasan Hamilton disebut graf semi-Hamilton.

Beberapa teorema yang berkaitan dengan sirkuit Hamilton :

#### 1. Teorema Ore

Di dalam graf dengan jumlah simpul lebih besar atau sama dengan 3 ( $n \geq 3$ ), jika untuk setiap pasang simpul  $u$  dan  $v$  yang tidak bertetangga,  $d(u) + d(v) \geq n$ , maka graf tersebut memiliki sirkuit Hamilton.

#### 2. Teorema Dirac

Di dalam graf dengan jumlah simpul lebih besar atau sama dengan 3 ( $n \geq 3$ ), jika setiap simpul memiliki derajat lebih besar atau sama dengan jumlah simpul/2 ( $d(v) \geq n/2$ , untuk  $v$  adalah setiap simpul pada graf), maka graf tersebut mengandung sirkuit Hamilton.

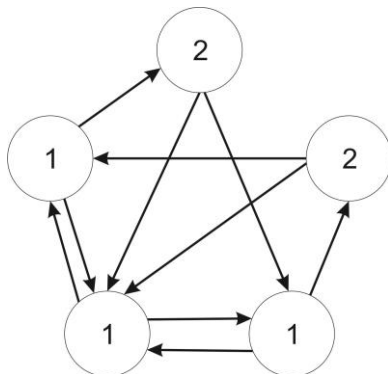
#### 3. Graf lengkap adalah graf Hamilton.

Dalam graf lengkap dengan  $n$  buah simpul ( $n \geq 3$ ), terdapat  $(n-1)!/2$  buah sirkuit Hamilton. Jika  $n$  ganjil, terdapat  $(n-1)/2$  buah sirkuit Hamilton saling lepas. Jika  $n$  genap dan  $n \geq 4$ , terdapat  $(n-2)/2$  sirkuit Hamilton saling lepas.

## V. PENGGUNAAN GRAF SEMI-HAMILTON UNTUK MEMECAHKAN *PUZZLE THE HANDS OF TIME*

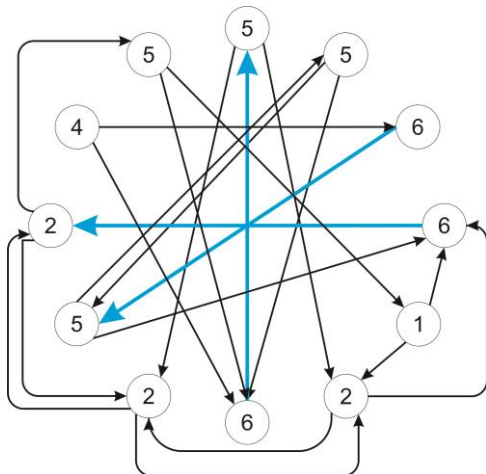
Pada *puzzle The Hands of Time*, pemain harus mengklik semua angka tepat 1 kali. Setelah mengklik sebuah angka, angka selanjutnya yang dapat diklik bergantung pada angka sebelumnya, yang menunjukkan adanya hubungan antara kedua angka tersebut. Bila setiap angka pada papan permainan diibaratkan sebagai sebuah simpul, dan perpindahan jarum jam dari suatu angka ke angka lain diibaratkan sebagai sebuah sisi berarah, maka *puzzle The Hands of Time* dapat direpresentasikan sebagai graf sederhana berarah. Setiap simpul pada graf tersebut akan memiliki derajat keluar sebesar dua, kecuali jika jumlah simpul pada graf adalah genap dan angka pada simpul tersebut akan menyebabkan perpindahan tepat ke seberang simpul asal.

*Puzzle* pada gambar 3 dapat direpresentasikan sebagai graf di bawah ini.



Gambar 7. Graf representasi *puzzle* pada Gambar 3

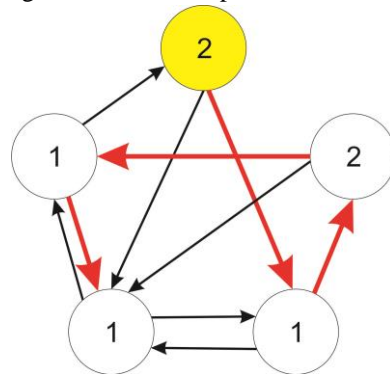
*Puzzle* pada gambar 6 dapat direpresentasikan sebagai graf di bawah ini. Garis berwarna biru digunakan untuk menunjukkan bahwa simpul dengan angka 6 hanya memiliki 1 sisi keluar.



Gambar 8. Graf representasi *puzzle* pada Gambar 6

Setiap angka hanya dapat diklik satu kali, dan setiap angka harus diklik. Hal tersebut menunjukkan bahwa pemain harus membuat sebuah lintasan Hamilton.

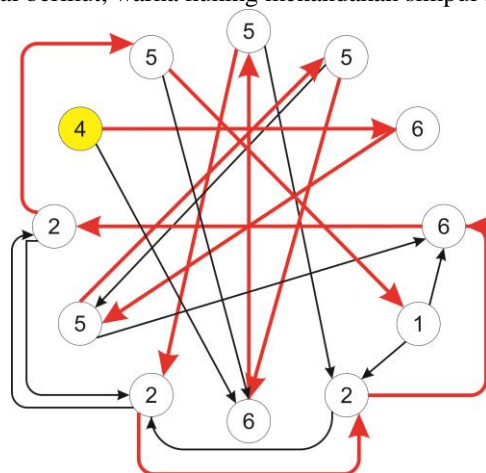
Dapat terlihat dengan mudah bahwa graf pada gambar 6 memiliki lintasan Hamilton sebagai berikut, warna kuning menandakan simpul awal.



Gambar 9. Solusi *puzzle* pada Gambar 3

Namun, untuk graf dengan jumlah simpul yang lebih banyak seperti graf pada gambar 7, mencari lintasan Hamilton menjadi lebih sulit. Sampai saat ini, belum ditemukan algoritma untuk mencari lintasan dan sirkuit Hamilton yang efektif. Namun, untuk graf dengan jumlah simpul yang sedikit, seperti pada graf yang merepresentasikan *puzzle The Hand of Time*, masih dapat digunakan algoritma yang melakukan pengecekan secara *brute force*. Pengecekan dapat dilakukan dengan mengiterasi satu per satu lintasan yang ada pada graf. Jika lintasan yang sedang diiterasi membentuk sirkuit yang bukan sirkuit Hamilton, pengecekan untuk lintasan itu dihentikan, kemudian lanjut melakukan pengecekan dari lintasan terakhir yang belum membentuk sirkuit. Pengecekan dilakukan terus-menerus hingga menemukan lintasan Hamilton.

Lintasan Hamilton untuk graf pada gambar 7 adalah sebagai berikut, warna kuning menandakan simpul awal.



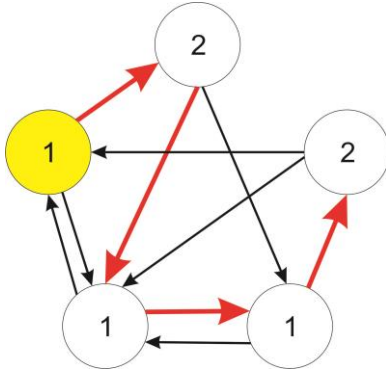
Gambar 10. Solusi *puzzle* pada Gambar 6.

Sebuah *puzzle The Hand of Time* belum tentu memiliki solusi yang unik. Sebuah *puzzle* bisa saja memiliki lebih dari satu solusi atau tidak memiliki solusi sama sekali. *Puzzle* bisa saja tidak memiliki solusi sama sekali jika angka-angka untuk *puzzle* benar-benar diperoleh secara acak.

*Puzzle* pada gambar 2, yang direpresentasikan sebagai graf pada gambar 6 memiliki lebih dari solusi.

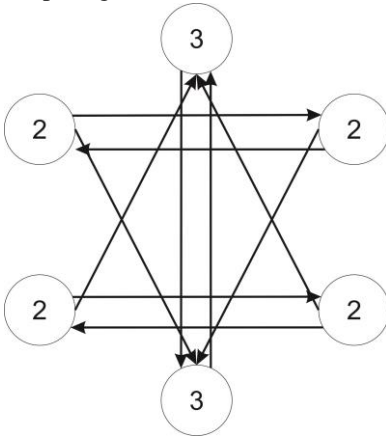


Salah satu alternatif solusinya adalah sebagai berikut, warna kuning menandakan simpul awal.



Gambar 11. Solusi alternatif *puzzle* pada Gambar 3

Jika ada sebuah *puzzle* yang direpresentasikan sebagai graf seperti graf di bawah ini.



Gambar 12. Contoh representasi *puzzle* yang tidak memiliki solusi

*Puzzle* ini tidak memiliki solusi karena tidak ada lintasan Hamilton di dalam graf tersebut.

## VI. KESIMPULAN

*Puzzle The Hands of Time* yang terdapat pada permainan Final Fantasy XIII-2 dapat diselesaikan dengan menggunakan teori graf. *Puzzle* tersebut dapat direpresentasikan sebagai graf sederhana berarah. Selanjutnya, solusi untuk *puzzle* tersebut dapat ditemukan dengan mencari lintasan Hamilton pada graf. Karena jumlah simpul dan sisi yang terdapat graf yang merepresentasikan *puzzle The Hands of Time* tidak terlalu banyak, dapat digunakan algoritma *brute force* untuk mencari lintasan Hamilton.

## REFERENCES

- [1] Munir, Rinaldi. 2003. *Matematika Diskrit Edisi Kedua*. Bandung : Penerbit Informatika.
- [2] Ruohonen, Keijo. 2013. *Graph Theory*.
- [3] <https://www.youtube.com/watch?v=29wQvtMDnyo> , diakses pada tanggal 8 Desember 2015 pukul 9.25.
- [4] [http://finalfantasy.wikia.com/wiki/Final\\_Fantasy\\_XIII-2](http://finalfantasy.wikia.com/wiki/Final_Fantasy_XIII-2) , diakses pada tanggal 8 Desember 2015 pukul 9.27.

- [5] <https://www.cs.sfu.ca/~ggbaker/zju/math/euler-ham.html> , diakses pada tanggal 8 Desember 2015 pukul 11.08

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2015

Michael – 13514108