

Peluang Kesamaan Konfigurasi Sidik Jari

Elvina Riama K. Situmorang (13514045)

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13514045@std.stei.itb.ac.id

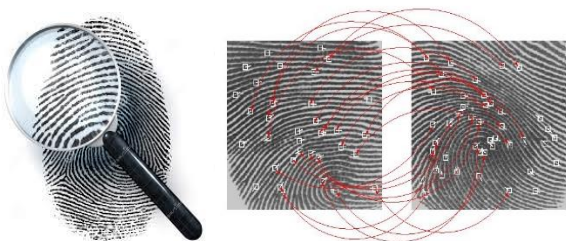
Abstrak—Sekarang ini, banyak kejahatan yang terjadi. Salah satu cara pihak kepolisian untuk melacak pelaku kejahatan melalui sidik jari. Pada makalah ini, dijelaskan bagaimana peluang kesamaan konfigurasi sidik jari. Terdapat banyak teorema dan permodelan yang telah dilakukan oleh para ahli matematikawan untuk menyelesaikan permasalahan ini. Perhitungan peluang yang telah dilakukan menegaskan bahwa peluang adanya kesamaan dari konfigurasi sidik jari sangat kecil dan dapat disimpulkan tidak mungkin ada sidik jari yang memiliki kesamaan konfigurasi.

Kata kunci—Sidik jari, peluang, permodelan.

I. PENDAHULUAN

Sekarang ini sangat banyak kejahatan yang terjadi. Kejahatan yang dilakukan dapat memiliki skala kecil hingga skala besar, contohnya merampok orang di jalan, merampok bank, pemerkosaan, hingga pembunuhan berantai. Banyak cara yang telah diupayakan oleh pemerintah untuk mengurangi tingkat kejahatan. Salah satunya melalui peraturan-peraturan yang telah dibuat serta upaya yang dilakukan oleh badan penegak hukum.

Salah satu upaya yang dilakukan badan penegak hukum adalah dengan menangkap pelaku kejahatan tersebut. Langkah awal yang dilakukan oleh badan penegak hukum adalah dengan mengumpulkan segala bukti yang ada. Salah satu contoh barang bukti yang sering digunakan adalah sidik jari.



Gambar 1. Sidik Jari^{[1],[7]}

Selama ini para ahli forensik selalu menganggap bahwa tidak ada dua sidik jari yang identik. Hal ini menyebabkan dalam penyelesaian tindakan kriminal laboratorium forensik mengidentifikasi pelaku kejahatan melalui sidik jari. Melalui makalah ini, penulis akan membahas adanya kemungkinan dua sidik jari yang identik dengan cara mengkaji peluang terdapat dua buah

konfigurasi sidik jari yang sama.

II. DASAR TEORI

A. Perhitungan

Perhitungan (*counting*) merupakan hal yang penting dalam matematika diskrit. Perhitungan digunakan dalam berbagai cabang seperti kombinatorika, enumerasi, menentukan kompleksitas sebuah algoritma, menentukan jumlah nomor telepon atau *internet protocol address* yang cukup dan sesuai dengan permintaan. Sekarang ini, perhitungan juga digunakan dalam matematika biologi khususnya dalam bidang DNA. Terakhir, teknik perhitungan digunakan dalam menghitung peluang.

Prinsip-prinsip dasar dalam perhitungan adalah

1. Hukum Perkalian / *Product Rule*

Misalkan terdapat sebuah prosedur yang dapat dipecah menjadi rangkaian dua tugas. Jika terdapat n_1 cara untuk menyelesaikan tugas pertama dan n_2 buah cara untuk menyelesaikan tugas yang kedua, maka akan terdapat $n_1 n_2$ cara untuk menyelesaikan prosedur tersebut.

Hukum perkalian ini juga digunakan dalam bidang matematika biologi yaitu dalam penentuan urutan DNA dan genom. Teknik yang digunakan adalah teknik pengurutan gen yang memanfaatkan algoritma kombinatorial.

2. Hukum Penjumlahan / *Sum Rule*

Jika sebuah tugas dapat diselesaikan dengan n_1 buah cara atau dengan n_2 buah cara dan tidak terdapat cara yang sama, maka untuk menyelesaikan tugas tersebut terdapat $n_1 + n_2$ cara.

Prinsip-prinsip perhitungan yang lebih kompleks adalah

1. *Subtraction Rule* (Inklusi-Eksklusi untuk 2 himpunan)

Jika sebuah tugas dapat diselesaikan baik dengan n_1 cara atau dengan n_2 cara, maka jumlah cara untuk menyelesaikan tugas tersebut adalah $n_1 + n_2$ dikurangi jumlah cara yang sama dari kedua cara tersebut.

Subtraction Rule dikenal juga dengan prinsip Inklusi-Eksklusi terutama ketika menghitung jumlah elemen dari dua himpunan. Misalkan terdapat himpunan A_1 dan himpunan A_2 , maka $|A_1|$ adalah jumlah elemen yang terdapat pada

himpunan A_1 dan $|A_2|$ adalah jumlah elemen himpunan A_2 . Untuk menghitung jumlah elemen kedua himpunan dapat dirumuskan dengan :

$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$
 $|A_1 \cup A_2|$ adalah banyak elemen kedua himpunan dan $|A_1 \cap A_2|$ adalah banyak elemen yang berada di kedua himpunan.

2. Hukum Pembagian (*Division Rule*)

Terdapat n/d cara untuk menyelesaikan sebuah pekerjaan apabila dilakukan dengan n cara, dengan untuk setiap cara C dan terdapat d cara dari n cara pengerjaan yang setara dengan cara C .

B. Peluang Diskrit

Peluang memiliki hal yang sangat erat dengan kombinatorika. Banyak teori peluang yang menggunakan konsep-konsep dari kombinatorika. Kedua teori ini lahir di arena judi. Orang pertama yang mengutarakan tentang peluang adalah Girolamo Cardano. Ia merupakan seorang matematikawan, fisikawan, dan pejudi. Girolamo Cardano menuliskan teori peluang pertama kali pada tahun 1526 pada sebuah buku yang berjudul *Liber de Ludo Aleae* (*Book on Games of Chance*).

Meskipun begitu, aplikasi teori peluang saat ini meluas ke berbagai bidang ilmu di luar bidang matematika dan diterapkan dalam kehidupan nyata. Teori peluang sering digunakan dalam penyelesaian masalah probabilitas, misalkan menentukan apakah kita harus menolak pesan email yang masuk sebagai *spam* berdasarkan kata-kata yang muncul dalam pesan dan kemungkinan adanya kesamaan sidik jari di dunia ini.

Selain itu, peluang sangat penting dalam dunia ilmu komputer. Peluang sering digunakan dalam desain algoritma serta dasar teori dalam pembuatan *game*, misalkan algoritma dan strategi *randomized*.

Sebuah eksperimen merupakan ruang contoh dari peluang. Sebuah kejadian adalah himpunan bagian dari ruang contoh. Peluang sebuah kejadian dirumuskan oleh Laplace sebagai berikut :

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \sum_{w \in E} p(w)$$

dengan $p(E)$ adalah peluang sebuah kejadian, $|E|$ jumlah kejadian tersebut terjadi (*event*), dan $|S|$ sebagai jumlah keseluruhan eksperimen (ruang contoh) terjadi.

Peluang sebuah kejadian selalu bernilai di antara 0 dan 1. Misalkan E sebuah kejadian dan S ruang sampel, berlaku $E \subseteq S$. Akibatnya, $0 \leq |E| \leq |S|$, sehingga berlaku

$$0 \leq p(E) = \frac{|E|}{|S|} \leq 1.$$

Misalkan E adalah kejadian yang berada di dalam ruang sampel S . Peluang dari kejadian $\bar{E} = S - E$, di mana \bar{E} adalah kejadian komplemen dari E . Sehingga diperoleh hukum komplemen, yaitu

$$p(\bar{E}) = 1 - p(E) \\ = 1 - \frac{|E|}{|S|}$$

Misalkan terdapat dua kejadian yaitu kejadian E_1 dan kejadian E_2 , kejadian yang disebut dengan kejadian saling lepas adalah ketika kejadian E_1 dan E_2 terjadi pada waktu yang tidak bersamaan.

Peluang dari gabungan dua kejadian yang saling lepas dapat dirumuskan dengan :

$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2)$$

Sehingga berlaku pula Hukum Penjumlahan (*sum rule*), yaitu :

$$p\left[\bigcup_{n \in \mathbb{N}} E_n\right] = \sum_{n \in \mathbb{N}} p[E_n]$$

Sebuah kejadian dikatakan saling lepas jika

$$p(E_1 \cap E_2) = 0$$

Kejadian saling bebas adalah jika kejadian E_1 terjadi tidak mempengaruhi kemungkinan terjadinya kejadian E_2 . Jika dua kejadian merupakan kejadian saling bebas, maka aturan berikut ini akan berlaku,

$$p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \cdot p(E_2)$$

Sedangkan kejadian tidak saling lepas dan tidak saling bebas adalah kejadian E_1 mempengaruhi peluang terjadinya kejadian E_2 atau sebaliknya dan jika kejadian E_1 terjadi secara bersamaan dengan kejadian E_2 . Peluang gabungan dua kejadian yang tidak saling bebas dan tidak saling lepas dapat dirumuskan dengan :

$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$$

Hal ini dapat dibuktikan dengan cara :

$$|E_1 \cup E_2| = |E_1| + |E_2| - |E_1 \cap E_2|$$

Sehingga didapat,

$$p(E_1 \cup E_2) = \frac{|E_1 \cup E_2|}{|S|} \\ = \frac{|E_1| + |E_2| - |E_1 \cap E_2|}{|S|} \\ = \frac{|E_1|}{|S|} + \frac{|E_2|}{|S|} - \frac{|E_1 \cap E_2|}{|S|} \\ = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$$

Peluang diskrit memiliki kemiripan dengan kardinalitas sebuah himpunan, yang dapat dirumuskan sebagai berikut,

$$p(B - A) = p(B) - p(A \cap B) \quad (\text{Difference Rule})$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (\text{Inklusi-Eksklusi})$$

$$p(A \cup B) \leq p(A) + p(B) \quad (\text{Pertidaksamaan Boole})$$

$$\text{Jika } A \subseteq B, \text{ maka } p(A) \leq p(B) \quad (\text{Monotonicity})$$

Pertidaksamaan Boole dapat digeneralisasikan menjadi,

$$p(E_1 \cup \dots \cup E_n) \leq p(E_1) + \dots + p(E_n)$$

Peluang sebuah kejadian E dengan syarat F terjadi dapat dirumuskan dengan sebagai berikut,

$$p(E|F) = \frac{p(E \cap F)}{p(F)}$$

C. Sidik Jari

Sidik jari adalah kumpulan dari pegunungan (*ridge*), lingkaran atau alur yang berputar-putar (*whorl*), serta pola lembah dan pegunungan (*arches*). Sidik jari merupakan sebuah materi genetik yang ada dalam sel tubuh kita. Sidik jari lebih unik dibandingkan dengan DNA. Sidik jari seorang dengan yang lain berbeda meskipun merupakan saudara kembar identik. Selain itu, sidik jari tidak pernah berubah meskipun pemilik sidik jari bertambah tua. Sidik jari dapat hilang ketika sudah meninggal dan mayatnya telah membusuk atau karena menderita penyakit seperti eksim. Sidik jari dapat berubah jika dirusak seperti bagian yang akan diidentifikasi menjadi hancur karena terkena beban berat atau dipukul, dibakar, dan lain-lain.

Menurut Galton, terdapat 10 karkteristik *ridge/ minutiae type* sidik jari yaitu,

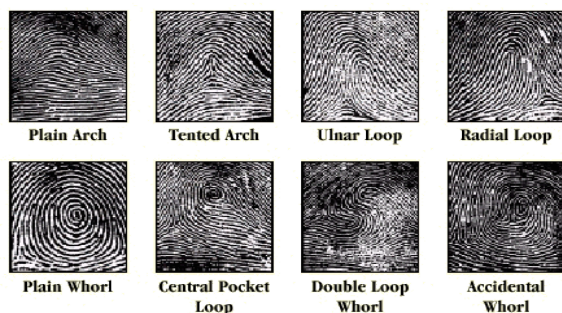
Nama	Penampakan Visual
<i>Ending ridge</i>	
<i>Fork</i>	
<i>Islan Ridge or Short Ridge</i>	
<i>Dot</i>	
<i>Bridge</i>	
<i>Spur</i>	
<i>Eye</i>	
<i>Double bifurcation</i>	
<i>Delta</i>	
<i>Trifurcation</i>	

Tabel 1. Nama dan bentuk 10 karakter garis pegunungan pada sidik jari menurut Galton

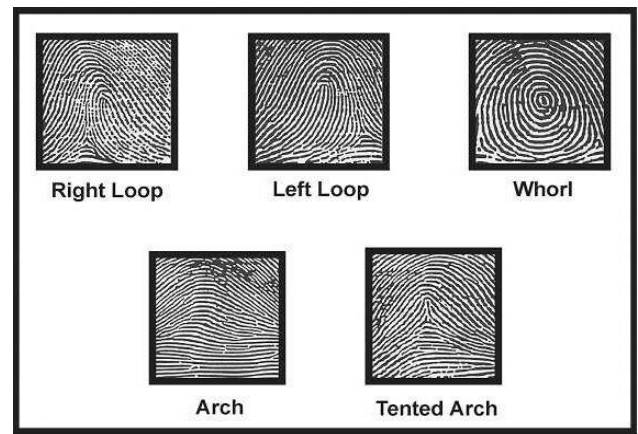
Secara umum, pola yang ada pada sidik jari dapat dibagi menjadi 3 jenis, yaitu

- *Loop* dimulai dari satu sisi jari kurva sekitar atau ke atas, dan keluar dari sisi lain.
- *Whorls* membentuk lingkaran atau pola spiral.
- *Arches* / lengkungan miring ke atas dan kemudian ke bawah, bentuknya seperti gunung-gunung yang memiliki lebar celah lebih sempit.

Pada Gambar 2 dan 3 ditunjukkan beberapa pola yang mungkin ada pada sebuah sidik jari,



Gambar 2. Kemungkinan pola yang ada pada sidik jari^[9]



Gambar 3. Pola yang mungkin pada sidik jari^[10]

III. PELUANG KESAMAAN SIDIK JARI

Pada tahun 1892, Galton mulai menyelesaikan permasalahan peluang konfigurasi sidik jari. Galton melakukan pendekatan dengan membagi sidik jari yang ada ke dalam wilayah-wilayah berbentuk persegi kecil yang ternyata untuk setiap persegi terdapat *six ridge interval*. Dalam pengamatannya, Galton menganggap semua wilayah tersebut adalah wilayah yang saling bebas. Galton menyimpulkan bahwa sebuah sidik jari yang lengkap akan memiliki 24 wilayah persegi kecil berupa *six ridge interval*. Galton beranggapan bahwa ia dapat merekonstruksi setiap wilayah dengan peluang 1/2 atau 50% benar ketika diberikan pegunungan sidik jari di sekitarnya. Sementara, peluang dari konfigurasi sidik jari secara spesifik adalah $(\frac{1}{2})^{24}$. Sehingga kemungkinan dari Galton untuk dapat menemukan pegunungan sekitarnya dapat dirumuskan menjadi,

$$p(\text{Fingerprint Configuration}) = \frac{1}{16} \times \frac{1}{256} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{24} = 1,45 \times 10^{-11}$$

di mana $\frac{1}{16}$ adalah peluang terjadinya jenis sidik jari tertentu (*arch, tented arch, left loop, right loop, double loop, whorl*, dll) dan $\frac{1}{256}$ adalah kemungkinan dari terjadinya jumlah yang benar dari pegunungan masuk dan keluar setiap 24 daerah

Namun, banyak yang tidak setuju dengan pendapat Galton bahwa kemungkinannya hanya 1/2. Pearson berpendapat bahwa terdapat 36 (6 × 6) kemungkinan *minutiae*, sehingga kemungkinan konfigurasi sidik jari menjadi,

$$p(\text{Fingerprint Configuration}) = \frac{1}{16} \times \frac{1}{256} \times \left(\frac{1}{36}\right)^{24} = 1,09 \times 10^{-41}$$

Sedangkan Henry, Balthazard, Bose, Wentworth dan Wilder, Cummins dan Midlo, serta Gupta sepakat dengan

$$p(\text{Fingerprint Configuration}) = p^N$$

Nilai p dari masing-masing penemu berbeda-beda. Hendry memilih $p = \frac{1}{4}$ serta menambahkan 2 jenis *minutiae* (N). Henry merumuskan peluang menemukan suatu konfigurasi

sidik jari sebagai

$$p(\text{Fingerprint Configuration}) = p^{N+2}$$

Balthazard juga memilih $p = \frac{1}{4}$ dengan asumsi terdapat 4 tipe yang mirip dalam sebuah kejadian *minutiae*, yaitu:

1. *fork (bifurcation)* ke kanan,
2. *fork* ke kiri,
3. *ending* ke kanan, and
4. *ending* ke kiri.

Akan tetapi, Balthazard tidak memperhitungkan faktor dari tipe-tipe pola sidik jari yang ada.

Bose juga memilih $p = \frac{1}{4}$, dengan asumsi bahwa ada 4 kemungkinan di setiap wilayah persegi pada sebuah lebar selang pegunungan, yaitu

1. sebuah *dot*,
2. sebuah *fork*,
3. sebuah *ending*, dan
4. sebuah *ridge* yang bersambung.

Padahal terdapat banyak jenis *minutiae* serta terdapat berbagai macam tipe pegunungan.

Wentworth dan Wilder menggunakan model milik Henry, namun memilih $p = \frac{1}{50}$ karena menurut mereka, mereka masih belum memiliki data yang pasti mengenai bagaimana presentase terjadinya *minutiae* dan terasa tidak masuk akal jika menggunakan peluang 1 dari 4. Bagi mereka lebih masuk akal jika menggunakan 1 dari 50 atau bahkan 1 dari 100. Cummins dan Midlo memilih p yang sama dengan Wentword dan Wilder, namun menggunakan $\frac{1}{31}$ sebagai sebuah konstanta yang dikalikan. Konstanta ini digunakan untuk menghitung jumlah variasi dari pola sidik jari. Sementara Gupta memprediksi bahwa nilai $p = \frac{1}{10}$ untuk *forks* dan *endings* dan $\frac{1}{100}$ untuk kemungkinan tipe *minutiae* lainnya. Gupta juga menggunakan faktor pengali tipe sidik jari, yaitu $\frac{1}{10}$.

Roxburgh mengusulkan analisis yang lebih komprehensif untuk menghitung peluang konfigurasi sidik jari. Analisisnya didasarkan pada mempertimbangkan pola dari sidik jari sebagai pola lingkaran konsentris, satu interval penggunaan terpisah, serta dalam sistem koordinat polar. Roxburgh juga memperhitungkan jelas atau tidaknya sebuah sidik jari. Sehingga perhitungan peluang konfigurasi sidik jari modelnya menjadi:

$$p(\text{Fingerprint Configuration}) = \left(\frac{C}{P}\right) \left(\frac{Q}{RT}\right)^N$$

di mana P adalah peluang dari jenis sidik jari tertentu dan tipe *core*, Q adalah standar kualitas. Terdapat 4 klasifikasi kualitas yaitu ideal, baik atau standar, buruk, dan sangat buruk ($Q = 1.5$ untuk kualitas standar dan $Q = 3.0$ untuk kualitas yang jelek), R untuk menandai pegunungan yang semisirkuler ($R = 10$), T adalah faktor koreksi dari tipe *minutiae* ($T = 2,412$), dan C adalah nilai kemungkinan dari posisi untuk konfigurasi sebuah sidik jari ($C = 1$).

Osterburg, Parthasarathy, Raghavan, dan Sclove membagi sidik jari ke dalam sebuah sel diskrit berukuran $1\text{mm} \times 1\text{mm}$. Kemudian menghitung 13 tipe dari

minutiae seperti *ending ridge*, *bifurcation*, *island*, *dot*, dan lain-lain, termasuk sel kosong dari 39 sidik jari (8.591 sel) dan memperkirakan peluang dari 12 *ending ridge* dan 60 sel kosong yang akan cocok dengan dua sidik jari yang memiliki rata-rata luas sidik jari 72mm^2 adalah

$$(0,766)^{60}(0,0832)^{12} = 1,25 \times 10^{-20}$$

dengan 0,766 dan 0,0832 adalah frekuensi dari sel kosong dan *ending ridge*. Sayangnya, Osterburgh, Parthasarathy, Raghavan, dan Sclove hanya membandingkan 39 sidik jari. Selain itu, kelemahan model dari Osterburgh, Parthasarathy, Raghavan, dan Sclove adalah mengasumsikan bahwa setiap kejadian merupakan kejadian yang saling bebas. Misalkan terdapat delapan sel yang memiliki *minutiae* yang sama, *minutiae* tersebut tidak dikelompokkan dalam kelompok yang sama.

Stoney dan Thornton tidak setuju dengan model Osterburg, Parthasarathy, Raghavan, dan Sclove karena menurut mereka model seperti ini tidak mempertimbangan struktur dari sidik jari, distorsi dan ketidaktentuan posisi. Oleh karena itu, Stoney dan Thornton mencoba untuk mendeklarasikan beberapa komponen yang memiliki karakteristik yang signifikan dari beberapa pasangan *minutiae* yang saling bergantung, yaitu

1. Struktur dari pegunungan dan deskripsi lokasi *minutiae*
Perhitungan pegunungan harus memperhitungkan jarak antar fitur. Perhitungan jarak fitur-fitur yang berada pada pegunungan yang sama dapat dihitung dengan perhitungan linier dan terdapat toleransi terhadap kedistorsian.
2. Deskripsi dari pendistribusian *minutiae*
Minutiae muncul secara acak dan memiliki variasi kepadatan.
3. Orientasi dari *minutiae*
Minutiae memiliki orientasi di sepanjang alur pegunungan yang harus diperhatikan kecuali *dot* atau *ending ridge*.
4. Variasi dari tipe-tipe *minutiae*
Harus mempertimbangkan "model yang ideal" atau yang mirip dengan model Osterburg.
5. Variasi yang ada pada sebuah sidik jari
Model ideal Osterburg harus memperhitungkan fleksibilitas letak dari beberapa fitur seperti alur pegunungan dan jarak linier. Hal-hal lainnya yang perlu diperhatikan adalah kejernihan sidik jari, distorsi, variabel-variabel lain dari sumber sidik jari yang perlu diperhitungkan.
6. Angka dari orientasi dan perbandingan
Cara untuk menemukan jejak sidik jari yang benar sangat bervariasi. Misalnya, delta memiliki tiga jenis orientasi yang berbeda, pola lingkaran setiap individu yang berbeda untuk setiap jari di tangan atau di kaki, dan sebagainya. Semakin banyak orientasi dari sebuah sidik jari, maka akan semakin banyak juga jumlah perbandingannya.

Sehingga, perhitungan peluang yang digunakan oleh Stoney adalah sebagai berikut,

$$p(\text{FA}) = 1 - (1 - 0,6 \times (0,5 \times 10^{-3})^{(N-1)})^{\lfloor \frac{N}{5} \rfloor}$$

$$\approx \frac{N}{5} \times 0,6 * (0,5 \times 10^{-3})^{(N-1)}$$

Kelemahan dari perhitungan peluang yang dimodelkan oleh Stoney dan Thornton adalah mereka kurang mempertimbangan variasi cetakan sidik jari dalam memulai perhitungan. Mereka menoleransi beberapa hal kecil yang berasal dari cetakan yang berturut-turut.

Kemudian Trauring, orang pertama yang berkonsentrasi secara eksplisit pada pengukuran jumlah detail yang dibutuhkan dalam membangun korespondensi antara dua sidik jari yang sama (variasi *intraclassi*) menggunakan *Automated Fingerprint Identification Systems* (AFIS) dan mengamati bahwa hubungan dari sidik jari yang memiliki fitur yang sama dapat memiliki perpindahan dari satu tempat ke tempat yang lain sebanyak 1,5 kali dari jarak antar pegunungan. Kemudian Trauring berasumsi bahwa :

1. *minutiae* didistribusikan secara acak,
2. *minutiae* hanya terdiri dari 2 tipe yaitu *ending* dan

bifurcation,

3. dua jenis *minutiae* mungkin sama,
4. dua kemungkinan orientasi dari *minutiae* sama, dan
5. tipe *minutiae*, orientasi *minutiae*, dan posisi dari *minutiae* adalah variabel-variabel yang saling lepas.

Kemudian perhitungan peluang dirumuskan oleh Trauring sebagai,

$$p(\text{Fingerprint Correspondence}) = (0,1944)^N$$

Stoney dan Thornton tidak setuju dengan model Trauring. Menurut Stone dan Thornton, asumsi Trauring tentang kemungkinan adanya tipe dan orientasi *minutiae* yang sama adalah salah. Selain itu, Trauring tidak memperhitungkan pegunungan yang ada pada sidik jari, keambiguan hubungan antar pola, dan korelasi dari setiap posisi dari *minutiae*. Ada berbagai macam pemodelan yang telah dilakukan. Sebagai perbandingan, disajikan Tabel 2 yang berisi perhitungan peluang dari setiap model agar lebih mudah dibandingkan antara model yang satu dengan model yang lainnya.

Penulis	$p(\text{fingerprint configuration})$	N=36,R=24,M=72	(N=12,R=8,M=24)
Galton (1892)	$\frac{1}{16} \times \frac{1}{256} \times \left(\frac{1}{2}\right)^R$	$1,45 \times 10^{-11}$	(9.54×10^{-7})
Pearson (1930)	$\frac{1}{16} \times \frac{1}{256} \times \left(\frac{1}{36}\right)^R$	$1,09 \times 10^{-41}$	(8.65×10^{-17})
Henry (1900)	$\left(\frac{1}{4}\right)^{N+2}$	$1,32 \times 10^{-23}$	(3.72×10^{-9})
Balthazard (1911)	$\left(\frac{1}{4}\right)^N$	$2,12 \times 10^{-22}$	(5.96×10^{-8})
Bose (1917)	$\left(\frac{1}{4}\right)^N$	$2,12 \times 10^{-22}$	(5.96×10^{-8})
Wentworth & Wilder (1918)	$\left(\frac{1}{50}\right)^N$	$6,87 \times 10^{-62}$	(4.10×10^{-21})
Cummins & Midlo (1943)	$\frac{1}{31} \times \left(\frac{1}{50}\right)^N$	$2,22 \times 10^{-63}$	(1.32×10^{-22})
Gupta (1968)	$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \left(\frac{1}{10}\right)^N$	$1,00 \times 10^{-38}$	(1.00×10^{-14})
Roxburgh (1933)	$\frac{1}{1000} \times \left(\frac{1}{10 \times 2,412}\right)^N$	$3,75 \times 10^{-47}$	(3.35×10^{-18})
Trauring (1963)	$(0,1944)^N$	$2,47 \times 10^{-26}$	(2.91×10^{-9})
Osterburg, Parthasarathy, Raghavan, dan Sclove (1977)	$(0,766)^{M-N} (0,234)^N$	$1,33 \times 10^{-27}$	(1.10×10^{-9})
Stoney dan Thornton (1985)	$\frac{N}{5} \times 0,6 \times (0,5 \times 10^{-3})^{N-1}$	$1,2 \times 10^{-80}$	(3.5×10^{-26})

Tabel 2. Perbandingan peluang berbagai model konfigurasi sidik jari^[1]

Pada tahun 2001, Pankanti, Prabhakar, dan Jain mengembangkan kembali teori-teori yang sudah ada sebelumnya. Pankanti, Prabhakar, dan Jain menggunakan AFIS model dan menghitung peluang dari rata-rata kesamaan sidik jari yang palsu atau salah. Pankanti, Prabhakar, dan Jain berpedoman dengan perhitungan AFIS model yaitu dengan memperhitungkan jumlah *ridge endings* dan

bifurcations dan menambahkan hal-hal yang perlu diperhitungkan lainnya seperti variasi interklas dari sebuah sidik jari.

Asumsi yang digunakan oleh Pankanti, Prabhakar, dan Jain adalah (i) hanya memperhitungkan 2 tipe fitur *minutiae* yaitu *ridge endings* dan *ridge bifurcations*,

- (ii) diasumsikan bahwa pendistribusian *minutiae* adalah terurut yaitu *ridge endings* dan *ridge bifurcations* tidak dapat berada pada jarak yang dekat,
- (iii) setiap kejadian dianggap saling bebas dan sama penting,
- (iv) kualitas gambar tidak diperhitungkan secara eksplisit, karena dianggap sulit untuk menetapkan kualitas sebuah sidik jari,
- (v) lebar antar ridge dianggap sama dalam sebuah populasi,
- (vi) arah *minutiae* saling bebas dengan letaknya. Dari permodelan yang dibuat didapatkan.

Peluang dari kesamaan konfigurasi sidik jari adalah,

$$P(\min(|\theta'_i - \theta_j|, 360 - |\theta'_i - \theta_j|) \leq \theta_0) = l$$

atau dapat juga direpresentasikan dengan

$$l = \frac{2\theta_0}{360}$$

dengan θ adalah sudut yang toleransi antar *minutiae*. Sedemikian sehingga,

$$p(M, m, n, q) = \sum_{p=q}^{\min(m,n)} \left(\frac{\binom{m}{p} \binom{M-m}{n-p}}{\binom{M}{n}} \times \binom{p}{q} (l)^q (1-l)^{p-q} \right)$$

Tabel 3 akan merepresentasikan hasil permodelan Pankanti, Prabhakar, dan Jain.

M, m, n, q	$P(\text{Fingerprint Correspondence})$
104, 26, 26, 26	$5,27 \times 10^{-40}$
104, 26, 26, 12	$3,87 \times 10^{-9}$
176, 36, 36, 36	$5,47 \times 10^{-59}$
176, 36, 36, 12	$6,10 \times 10^{-8}$
248, 46, 46, 46	$1,33 \times 10^{-77}$
248, 46, 46, 12	$5,86 \times 10^{-7}$
70, 12, 12, 12	$1,22 \times 10^{-20}$

Tabel 3. Peluang kemungkinan kesamaan konfigurasi sidik jari oleh Pankanti, Prabhakar, dan Jain.^[1]

Berdasarkan fakta-fakta di atas, dapat dilihat bahwa peluang kesamaan sidik jari sangat kecil, bahkan kurang dari 1/7,125 milyar (7,125 milyar merupakan jumlah penduduk di bumi sekarang. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak ada manusia yang memiliki sidik jari yang sama.

V. KESIMPULAN

Ada berbagai macam permodelan untuk menentukan peluang kesamaan konfigurasi sidik jari. Telah dibahas model yang dibuat oleh Galton(beserta modifikasi lain yang dilakukan oleh penemu lainnya), Henry (beserta modifikasi lain yang dilakukan oleh penemu lainnya), Osterburg Parthasarathy, Raghavan, dan Sclove, serta Pankanti, Prabhakar, dan Jain. Hal ini membuktikan bahwa peluang adanya kesamaan konfigurasi sidik jari sangat kecil sehingga dapat dikatakan tidak ada makhluk di bumi ini yang memiliki konfigurasi sidik jari

yang sama.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala berkat yang telah diberikannya kepada penulis sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan baik.

Selanjutnya, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu serta memberikan masukan dalam penyelesaian makalah ini :

1. Ibu Dra. Harlili S., M.Sc. dan Bapak Dr.Ir. Pak Rinaldi Munir, M.T. selaku pengajar mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit atas segala bimbingan serta ilmu yang telah diberikan kepada penulis.
2. Teman-teman yang telah memberikan ide dan inspirasi tentang bagaimana peluang adanya kesamaan sidik jari individu.
3. Pihak-pihak lain yang telah membantu.

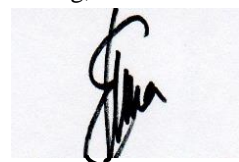
REFERENSI

- [1] Pankanti, Sharath, dkk. 2001. *On the Individuality of Fingerprints* http://biometrics.cse.msu.edu/Publications/Fingerprint/PankantiPrabhakarJain_FpIndividuality_PAMI02.pdf#search=%22On%20the%20Individuality%20of%20Fingerprints%22, diakses pada 4 Desember 2015.
- [2] Lehman, Eric, dkk. 2010. *Mathematics for Computer Science*.
- [3] Rosen, Kenneth H. 2012. *Discrete Mathematics and Its Application 7th Ed.*
- [4] https://www.dartmouth.edu/~chance/chance_news/for_chance_news/ChanceNews11.03/Galton.pdf, diakses pada 7 Desember 2015.
- [5] <https://www.ncjrs.gov/pdffiles1/nij/225334.pdf>, diakses pada 7 Desember 2015
- [6] <http://science.howstuffworks.com/fingerprinting1.htm>, diakses pada tanggal 5 Desember 2015.
- [7] <http://www.barcode.ro/tutorials/biometrics/img/fingermatch.jpg>, diakses pada 5 Desember 2015.
- [8] https://www.darhtmout.edu/~chance/chance_news/recent_news/chance_news_11.03.html, diakses pada 5 Desember 2015
- [9] <http://pslc.ws/macrog/kidsmac/firehouse/arson/images/fprints.gif>, diakses pada 5 Desember 2015.
- [10] <http://taylormadescience.com/wp-content/uploads/2014/07/fingerprint-patterns.jpg>, diakses pada 5 Desember 2015
- [11] <http://rbach.net/blog/wp-content/uploads/2015/03/fingerprint-magnifying-glass.jpg>, diakses pada 5 Desember 2015.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 6 Desember 2015



Elvina R. K. Situmorang (13514045)