

Penerapan Aritmetika Modulo dalam Pembuatan Musik

Hafizh Dary Faridhan Hudoyo - 13514072

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13514072@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Makalah ini menjelaskan penerapan teori bilangan dalam matematika diskrit pada pembuatan musik. Bermain musik tidak hanya asal bermain, tetapi juga memperhatikan aspek harmonis. Alat musik yang disimulasikan dalam makalah ini adalah alat musik yang memakai not balok yang biasa terdapat pada piano. Dalam makalah ini akan dibahas cara membuat musik hanya dengan menerapkan teori bilangan.

Kata Kunci—Musik, Akor, Aritmetika Modulo, Harmoni

I. PENDAHULUAN

Musik adalah hal yang sudah tidak asing dalam kehidupan manusia. Setiap hari manusia selalu mendengarkan musik di mana saja dan kapan saja, baik musik klasik, *pop*, *rock*, *jazz*, dan genre musik lainnya. Setiap genre mempunyai penggemar tersendiri, contohnya adalah lagu *rock* yang mayoritas disukai oleh kalangan remaja dan dewasa muda dan lagu klasik yang mayoritas disukai oleh kalangan dewasa, tua, dan para musisi klasik.

Musik telah tercipta sejak lama. Pada zaman prasejarah, musik telah tercipta walaupun hanya dengan batu dan stik yang terbuat dari ranting pohon. Pada zaman ini, alat-alat tersebut dipercaya untuk melakukan ritual keagamaan.

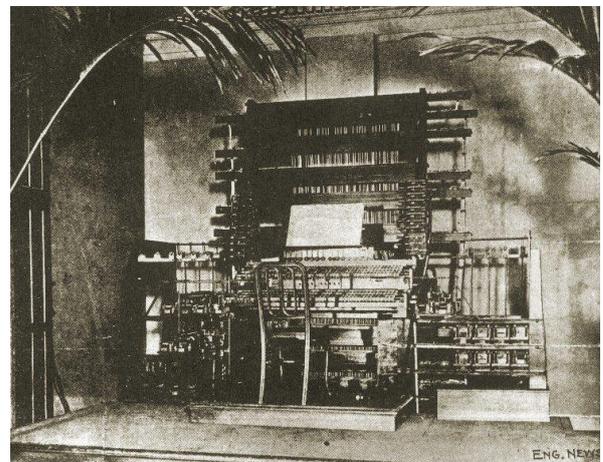
Pada tahun 4000 Sebelum Masehi, bangsa Mesir diketahui telah membuat alat musik seperti harpa dan *flute*. Lima ratus tahun setelahnya, sebuah klarinet telah tercipta. Lalu terompet diciptakan seribu tahun setelah penemuan klarinet. Klimaksnya pada tahun 1500 Sebelum Masehi, telah diciptakan alat musik yang sangat populer sampai sekarang, yaitu gitar.

Pada era sekarang, teknologi semakin berkembang yang salah satunya berdampak pada industri musik. Kini, musik tidak harus dimainkan dengan alat musik saja, melainkan juga dengan gawai yang umum seperti *laptop* dan *smartphone* dan yang tidak umum seperti *synthesizer* dan *launchpad*. Musik yang dimainkan dengan gawai seperti yang telah disebutkan di atas adalah musik elektronik.

Musik elektronik berawal dari penciptaan alat musik yang bernama “Denis D’or” atau “Golden Dionysis” oleh Václav Prokop Diviš pada tahun 1748. Alat musik ini tidak sepenuhnya merupakan alat musik elektronik karena masih menggunakan senar namun menghasilkan suara dengan

eksitasi elektromagnetik.[2]

Pada tahun 1897, alat musik yang diakui sebagai alat musik elektronik pertama diciptakan oleh Thaddeus Cahill yang bernama “Telharmonium” atau “Dynamophone”. Alat musik ini menghasilkan osilasi listrik yang pada akhirnya akan menghasilkan getaran yang dapat didengar oleh manusia. [3]



Gambar 1: Telharmonium

(Sumber: <http://www.ukizero.com/wp-content/uploads/2015/03/Storia-della-Musica-Elettronica-il-Denis-dOr.jpg> diakses pada tanggal 10 Desember 2015 20:15 WIB)

Pada tahun 1900 sampai sekarang, aneka alat dan program aplikasi musik elektronik tercipta. Tidak sedikit artis-artis papan atas yang menggunakan musik elektronik ini. Contohnya adalah Skrillex yang memopulerkan genre musik *dubstep*, Daft Punk, dan Gorillaz.

Dengan dibuatnya makalah ini, diharapkan pembaca mengerti dan bertambah wawasannya tentang bermain musik. Selain itu dapat juga menambah pengetahuan dan wawasan tentang teori bilangan yang diterapkan pada not balok.

II. DASAR TEORI

Dasar teori yang digunakan adalah teori bilangan, yang dikhususkan kepada aritmetika modulo.

A. Teori Bilangan

Teori bilangan adalah cabang matematika yang sangat luas yang terdiri dari studi tentang sifat-sifat bilangan bulat. Teori bilangan sendiri mempunyai banyak cabang, contohnya adalah aritmetika, pembulatan, dan macam-macam bilangan seperti bilangan prima, bilangan irrasional, dan masih banyak lagi. Dalam materi kuliah IF2120, materi teori bilangan terdiri dari bilangan bulat, pembagi bersama terbesar (PBB), algoritma Euclidean, dan aritmetika modulo.

B. Aritmetika Modulo

Aritmetika modulo (*modular arithmetic*) berperan penting pada komputasi bilangan bulat. Operator yang digunakan pada aritmetika modulo adalah “mod”. Cara penulisannya sebagai berikut.

$$a \bmod m = r$$

Misalkan a adalah bilangan bulat dan m adalah “modulus” atau “modulo” yang merupakan bilangan bulat yang lebih besar dari nol. Operasi a modulo m memberikan sisa jika a dibagi dengan m yang disimbolkan dengan r . Dengan kata lain, $a \bmod m = r$ sedemikian sehingga $a = mq + r$ dengan $0 \leq r < m$.

Di dalam aritmetika modulo terdapat beberapa aspek yang dibahas, contohnya adalah kongruensi, balikan modulo, dan kekongruenan lanjar.

1) Kongruensi

Misalkan terdapat bilangan bulat a dan b yang mempunyai sisa yang sama jika dibagi dengan sebuah bilangan m . Dapat kita katakan bahwa a dan b “kongruen dalam modulo m ” dan dilambangkan sebagai

$$a \equiv b \pmod{m}$$

Dari sini juga dapat kita simpulkan bahwa a dan b kongruen jika $a-b$ habis dibagi m .

2) Balikan Modulo

Jika suatu bilangan bulat a dan m relatif prima dan $m > 1$, maka kita dapat menemukan balikan dari a modulo m . Balikan dari a modulo m adalah bilangan bulat a' sedemikian sehingga

$$aa' \equiv 1 \pmod{m}$$

3) Kekongruenan Lanjar

Kekongruenan lanjar adalah kongruensi yang berbentuk

$$ax \equiv b \pmod{m}$$

dengan m adalah bilangan bulat positif, a dan b sembarang bilangan bulat, dan x adalah variabel bilangan

bulat. Bentuk kongruen lanjar berarti menentukan nilai-nilai x yang memenuhi kongruensi tersebut.

III. PERMAINAN NOT BALOK PADA MUSIK

A. Latar Belakang

Dalam bermain musik, kita perlu tahu dasar-dasar dalam bermusik dan juga teknik bermain musik. Dasar-dasar teori bermain musik terdiri dari alfabet atau not balok, *scale*, interval, akor, dan kunci.

Alfabet adalah jenis-jenis not balok yang terdiri dari C, C#/D♭, D, D#/E♭, E, F, F#/G♭, G, G#/A♭, A, A#/B♭, dan B yang terurut membesar. Semua alfabet yang tidak terdapat # dan ♭ merupakan “not putih” dan sisanya adalah “not hitam”. Urutan not-not di atas masing-masing berjarak satu *semitone*.

Scale adalah himpunan not-not yang kita pilih untuk dimainkan dalam sebuah lagu. Himpunan ini berisi not-not yang terdengar bagus jika dimainkan bersama.

Interval adalah jarak dari satu not ke not lain. Jarak pada interval tidak dihitung berdasarkan *semitone*. Contohnya, *fourth* dari C adalah F dan *fourth* dari B adalah F#. Interval memakai perhitungan seperti berikut

$$R-2-2-1-2-2-2-1(R)$$

dengan R adalah *root*, yaitu not yang menjadi dasar, dan angka-angka di atas adalah jarak dari not sebelumnya dalam *semitone*.

Beberapa musisi salah kaprah bahwa akor sama dengan kunci, namun sebenarnya tidak. Akor adalah sebuah permainan tiga atau lebih not balok dalam satu oktaf yang dimainkan secara bersamaan. Adapun harmoni adalah permainan tiga atau lebih not balok yang dimainkan secara bersamaan sehingga terdengar indah. Sedangkan kunci adalah permainan akor sehingga sebuah lagu terdengar sangat menarik.

B. Hubungan Oktaf dengan Aritmetika Modulo



Gambar 2: Not balok pada alat musik sejenis piano[6]

Tanpa mengetahui semua alfabet pada not balok, minimal hanya satu, kita tetap bisa memainkan lagu dengan menerapkan teori bilangan. Oktaf adalah semua not balok dalam lingkup dua belas *semitone* (dari C sampai B terdapat dua belas *semitone*, yaitu tujuh not putih dan lima not hitam). Misalkan angka 0 mewakili not C_n (C pada oktaf ke-n), 1 mewakili not C#_n, dan seterusnya sampai 11 mewakili not B_n. Maka not yang sama jenisnya dapat ditulis sebagai aritmetika modulo berikut

$$a \equiv b \pmod{12}$$

dengan b adalah bilangan $[0..11]$ dan a adalah sebuah bilangan bulat yang mewakili sebuah not. Misalkan terdapat not yang bernilai 1, maka not yang berjarak satu oktaf dengannya salah satunya adalah not yang bernilai 13. Dapat disimpulkan di sini bahwa not yang beralfabet sama adalah not yang berjarak kelipatan dua belas atau n -oktaf.

C. Akor dan Harmoni

Berikutnya adalah akor dan harmoni. Akor adalah bagian dari harmoni karena akor dihasilkan dengan membunyikan tiga atau lebih not balok pada satu oktaf dan harmoni tidak dibatasi oktaf.

Akor dan harmoni terbagi menjadi banyak bagian, yaitu akor dan harmoni mayor, akor dan harmoni minor, akor dan harmoni *diminished*, akor dan harmoni *augmented*, akor dan harmoni *suspended*, dan akor dan harmoni *seventh* serta gabungannya. Sebuah akor dan harmoni dinamakan berdasarkan not yang menjadi *root*, yaitu dasar dari akor dan harmoni.

Di bawah ini, penulis menggunakan variabel x untuk menentukan jarak antar not. Untuk akor, x selalu berkisar antara 1 sampai 11.

- Akor dan Harmoni dan Harmoni Mayor

Akor dan harmoni mayor adalah akor dan harmoni yang paling dasar karena paling banyak digunakan dalam membuat lagu-lagu ringan dan riang seperti lagu anak-anak. Akor dan harmoni mayor terdiri dari *root*, yaitu not yang akan dijadikan dasar, *third*, yang berjarak x *semitone* dengan $x \equiv 4 \pmod{12}$ dari *root* dengan n bilangan bulat, dan *fifth*, yang berjarak x *semitone* dengan $x \equiv 3 \pmod{12}$ dari *third* dengan n bilangan bulat.

Contohnya akor dan harmoni C mayor (ditulis "C" saja) yang terdiri dari not C sebagai *root*, lalu diikuti dengan E sebagai *third*, dan G sebagai *fifth*.

$$\text{root} \xrightarrow{4} \text{third} \xrightarrow{3} \text{fifth} \xrightarrow{5} (\text{root})$$

Gambar 3: Struktur akor mayor[6]

- Akor dan Harmoni Minor

Akor dan harmoni minor banyak dimainkan pada lagu-lagu yang bertajuk sedih, romantis, dan tidak terlalu membawa kesenangan. Akor dan harmoni minor hanya berbeda pada not *third* dan *fifth*. *Third* berjarak x *semitone* dengan $x \equiv 3 \pmod{12}$ dari *root* dengan n bilangan bulat, dan *fifth* berjarak x *semitone* dengan $x \equiv 4 \pmod{12}$ dari *third* dengan n bilangan bulat. Walaupun jarak *third* ke *fifth* berbeda dengan akor dan harmoni mayor, namun jarak *fifth* ke *root* tetap sehingga dapat kita katakan bahwa yang berubah hanya not *third*.

Contohnya akor dan harmoni C minor (ditulis "Cm") yang terdiri dari not C sebagai *root*, lalu diikuti dengan E_b sebagai *third*, dan G sebagai *fifth*.

$$\text{root} \xrightarrow{3} \text{third} \xrightarrow{4} \text{fifth} \xrightarrow{5} (\text{root})$$

Gambar 4: Struktur akor minor[6]

- Akor dan Harmoni *Diminished*

Akor dan harmoni *diminished* jarang muncul pada lagu-lagu yang umum didengar. Pada suatu lagu yang umum didengar, jumlah akor dan harmoni *diminished* yang dipakai tidak lebih dari dua karena akor dan harmoni ini memberi kesan "kurang enak didengar" dan "horor" jika terlalu banyak. Akor dan harmoni ini biasanya diselipkan pada akor dan harmoni minor-minor atau mayor-minor. Akor dan harmoni minor hanya berbeda pada not *fifth* dengan jarak x *semitone* dengan $x \equiv 3 \pmod{12}$ dari *third* dengan n bilangan bulat.

Contohnya akor dan harmoni C *diminished* (ditulis "Cdim" atau "C^o") yang terdiri dari not C sebagai *root*, lalu diikuti dengan E_b sebagai *third*, dan $F\#$ sebagai *fifth*.

- Akor dan Harmoni *Augmented*

Akor dan harmoni *augmented* sangat jarang muncul. Dari referensi yang penulis telusuri[6], lagu Barat memakai akor dan harmoni ini. Akor dan harmoni ini hanya mengubah not *fifth* dari akor dan harmoni mayor menjadi berjarak x *semitone* dengan $x \equiv 4 \pmod{12}$ *semitone* dari *third* dengan n bilangan bulat.

Contohnya akor dan harmoni C *augmented* (ditulis "Caug" atau "C⁺") yang terdiri dari not C sebagai *root*, lalu diikuti dengan E sebagai *third*, dan $G\#$ sebagai *fifth*.

- Akor dan Harmoni *Suspended*

Akor dan harmoni *suspended*, yang penulis pernah ketahui dari pengalaman bermusik, adalah akor dan harmoni yang memanipulasi not *third* pada akor dan harmoni mayor menjadi *second* (disebut *suspended 2*) atau *fourth* (disebut *suspended 4*) dengan memakai pengetahuan interval (bukan *semitone*).

Contohnya akor dan harmoni C *suspended 2* (ditulis "Csus2") yang terdiri dari not C sebagai *root*, lalu diikuti dengan D sebagai *second*, dan G sebagai *fifth*. Contoh berikutnya adalah akor dan harmoni C *suspended 4* (ditulis "Csus4") yang terdiri dari not C sebagai *root*, F sebagai *fourth*, dan G sebagai *fifth*.

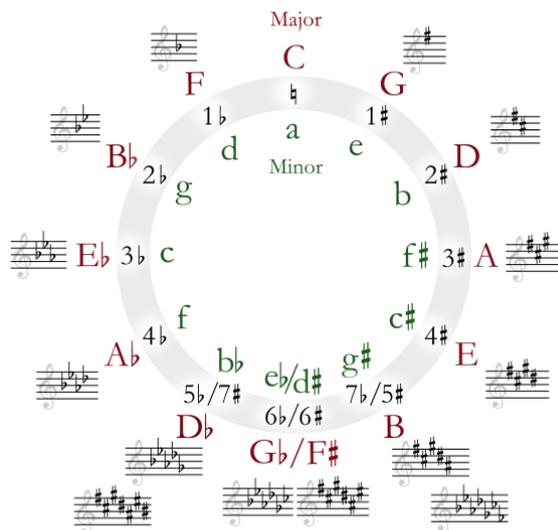
- Akor dan Harmoni *Seventh*

Akor dan harmoni terakhir yang penulis bahas di sini adalah akor dan harmoni yang sering muncul. Penulis letakkan terakhir karena *seventh* ini dapat ditambahkan ke dalam akor dan harmoni-akor dan harmoni yang telah dibahas sebelumnya. Akor dan harmoni *seventh* terdiri dari dua macam, yaitu "7" dan "mayor 7". Akor dan harmoni mayor 7 dihasilkan dengan menambahkan *seventh* berdasarkan pengetahuan interval. Sedangkan akor dan harmoni 7 dihasilkan dengan menambahkan *seventh -1 semitone*. Not *seventh* berjarak x *semitone* dengan $x \equiv -1 \pmod{12}$ untuk akor dan harmoni mayor 7 dan $x \equiv -2 \pmod{12}$ untuk akor dan harmoni 7.

Contohnya akor dan harmoni C7 yang terdiri atas C mayor dan B \flat sebagai *seventh* dan akor dan harmoni C mayor 7 (ditulis “CMaj7” atau “CM7”) yang terdiri atas C mayor dan B sebagai *seventh*.

D. Kunci

Musik umumnya dimainkan dengan kunci tertentu. Misal, jika kita memainkan sebuah lagu dengan akor dasar F, maka seluruh lagu tersebut akan dimainkan di sekitar not F atau akor F sehingga lagu tersebut akan mudah ditebak bahwa kunci yang dimainkan pada lagu tersebut adalah kunci F. Bagan di bawah ini akan menggambarkan bagaimana cara kerjanya.



Gambar 5: Circle of Fifth[7]

Bagan ini disebut *circle of fifth* karena setiap akor yang berada di sebelah kanan adalah not atau akor *fifth* dari sebelah kirinya. Contohnya C dengan G. G adalah not *fifth* dari akor C. Bagan ini bisa juga disebut *circle of fourth* karena setiap akor yang berada di sebelah kiri adalah not atau akor *fourth* dari sebelah kanannya.

Misal lagu dimainkan dengan kunci C. Maka akor yang akan dimainkan adalah C, F, G, Am, Dm, dan Em. Terlihat bahwa jika kita memainkan musik dengan suatu kunci N, maka akor yang akan dimainkan adalah *first*, *fourth*, dan *fifth* dalam akor mayor dan *second*, *third*, dan *sixth* dalam akor minor (opsional: *seventh* dalam akor *diminished*). Ini berlaku untuk lagu yang *transposenya* tidak diubah pada pertengahan lagu.

E. Transpose

Transpose adalah proses mengubah suatu kunci ke kunci lainnya tanpa merusak urutan akor yang akan dimainkan. Misal suatu lagu dimainkan dengan kunci C dan dengan urutan akor sebagai berikut.

C G Am F Em Dm G C

Ubah menjadi angka terlebih dahulu. Karena C adalah kunci, maka C digantikan dengan angka 1.

1 5 6 4 3 2 5 1

Lalu ubah ke kunci yang pemain inginkan. Misalkan kunci yang diinginkan adalah E. Maka, dengan melihat *circle of fifth*, urutan akor yang dimainkan menjadi seperti berikut.

E B C#m A G#m F#m B E

IV. CONTOH APLIKASI DALAM PEMBUATAN LAGU SEDERHANA

Bayangkan Anda adalah seorang komposer musik. Namun, Anda memiliki kekurangan yaitu tidak bisa membaca akor dan tidak tahu urutan not. Anda hanya tahu not balok C dan jenis-jenis akor. Misalkan Anda diminta untuk membuat lagu ceria (asumsi lirik lagu sudah siap dan tidak perlu disesuaikan dengan musik). Maka, langkah yang harus dilakukan adalah:

- 1) Tentukan kunci lagu. Misal kuncinya adalah G.
- 2) Karena tujuannya adalah membuat lagu ceria, maka di dalam lagu tersebut mayoritas berisi akor mayor.
- 3) Cari not G. Dengan pengetahuan tentang jenis-jenis akor dan *circle of fifth*, maka didapat bahwa not G adalah not *fifth* dalam akor C mayor yang berjarak x *semitone* dengan nilai $x \equiv 4+3 \pmod{12} = 7 \pmod{12}$ (4 merupakan jarak not *root* ke *third* dan 3 merupakan jarak not *third* ke *fifth*).
- 4) Buat akor G mayor dengan cara mencari not *fifth* terlebih dahulu. Dengan melihat *circle of fifth*, didapat bahwa not D adalah not *fifth* dari G, dengan not G adalah not *fifth* dari not C, yang berjarak x *semitone* dari not C dengan nilai $x \equiv 7+4+3 \pmod{12} = 14 \pmod{12} \equiv 2 \pmod{12}$ (7 adalah jarak not G dari not C).
- 5) Menentukan not *third*. Not *third* telah diketahui bahwa jaraknya dari C adalah x *semitone* dengan nilai $x \equiv 7+4 \pmod{12} = 11 \pmod{12}$. Dengan melihat *circle of fifth* dan langkah sebelumnya, diketahui bahwa jarak not *first* ke not *fifth* adalah x *semitone* dengan nilai $x \equiv 7 \pmod{12}$ sehingga didapat rumus untuk mencari *fifth* adalah $r \equiv 7n \pmod{12}$ dengan n adalah bilangan bulat yang melambangkan not ke- n pada *circle of fifth* dan r adalah jarak yang dicari. Not *third* yang dicari berjarak $11 \pmod{12}$ dari not C. Maka dapat diambil kemungkinan terkecilnya sehingga $11 \equiv 7n \pmod{12}$. Setelah dihitung, didapat $n = 5$ yang berarti not tersebut berjarak lima pada *circle of fifth* dari C. Setelah dicari, didapat bahwa not B adalah not *third* dari akor G.
- 6) Ulangi langkah 3 sampai 5 di atas sampai didapat akor *second*, *third*, *fourth*, *fifth*, dan *sixth* (opsional: *seventh*).
- 7) Buat lagu seindah dan sebagus mungkin.

- 8) Anda telah menjadi komposer lagu yang dapat diandalkan hanya dengan bermodalkan teori bilangan khususnya aritmetika modulo.

V. SIMPULAN

Membuat musik tidak selalu memerlukan ilmu yang sangat mendalam. Dengan hanya bermodalkan aritmetika modulo dan *circle of fifth* sebagai panduan, kita bisa menjadi komposer musik. Salah satu yang perlu diingat agar tetap dapat membuat musik adalah bahwa satu oktaf mengandung dua belas not balok.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama penulis mengucapkan terima kasih kepada Allah SWT karena telah memberikan rahmat dan berkat sehingga penulis dapat menyelesaikan makalah ini. Terima kasih juga kepada dosen pengajar Mata Kuliah IF2120 Matematika Diskrit yaitu Dra. Harlili, M.Sc dan Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. atas segala bimbingannya selama perkuliahan di semester III ini. Terima kasih juga kepada teman-teman mahasiswa Teknik Informatika yang selalu memberi dukungan dalam pengerjaan makalah ini.

REFERENCES

- [1] <http://method-behind-the-music.com/history/history/> diakses pada tanggal 10 Desember 2015 20:11 WIB.
- [2] <http://120years.net/1748-denis-dor/> diakses pada tanggal 10 Desember 2015 19:32 WIB.
- [3] <http://120years.net/the-telharmonium-thaddeus-cahill-usa-1897/> diakses pada tanggal 10 Desember 2015 20:21 WIB.
- [4] <http://mathworld.wolfram.com/NumberTheory.html> diakses pada tanggal 10 Desember 2015 20:02 WIB.
- [5] Munir, Rinaldi. Matematika Diskrit Edisi Ke Empat. 2006. Bandung: Teknik Informatika ITB.
- [6] Wright, David. "Mathematics and Music". 2009. Washington, submitted for publication.
- [7] <http://www.music-theory-for-musicians.com/basic-music-theory.html> diakses pada tanggal 10 Desember 2015 23:11 WIB.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 10 Desember 2015



Hafizh Dary Faridhan Hudoyo
13514072