

Aplikasi Pewarnaan Graf dalam Penyelesaian *Open-Shop Scheduling* Sederhana

Fairuz Astra Pratama / 13514104
 Program Studi Informatika
 Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
 Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
 pratamafairuz@gmail.com

Abstrak—Salah satu dari banyak aplikasi Graf adalah membantu penyusunan jadwal yang efisien. Salah satu cabang dari penjadwalan tersebut adalah Open Shop Scheduling atau Penjadwalan Toko Terbuka, dimana ada sekumpulan pekerjaan yg harus dilakukan pada sekumpulan objek tanpa adanya urutan pekerjaan yang harus di khawatirkan. Masalah ini dapat diselesaikan dengan mudah dengan mengaplikasikan metode Pewarnaan Graf.

Kata Kunci — Graf, Penjadwalan Toko Terbuka, Pewarnaan Graf

I. PENDAHULUAN

Dalam sebuah pabrik pengolahan bahan, terdapat beberapa buah bahan yang harus diolah agar dapat dijual. Setiap bahan harus melewati beberapa tahap pengolahan tertentu yang masing masing harus dilakukan pada mesin tertentu yang hanya berjumlah satu.

Pengolahan tiap bahan bersifat independent, berarti bahwa urutan pengolahan dapat kita ubah sesuka kita. Selain itu, fase pengolahan memakan waktu yang relatif sama. Hanya saja Saat suatu bahan sedang diolah, mesin yang bersangkutan tidak bisa mengolah bahan lainnya yang membutuhkan pengolahan yang sama.

Hal ini membuat diperlukannya pengaturan jadwal agar tiap mesin tetap bekerja mengolah bahan yang berbeda secara efisien. Bagaimanakah cara membuat jadwal penggunaan mesin oleh masing masing bahan agar mesin bekerja seoptimal mungkin ?

Dalam sebuah kantor, terdapat sejumlah pegawai dan *paperwork* yang harus diurus. Setiap *paperwork* harus dikerjakan selama waktu tertentu. Untuk menghindari adanya kesalahpahaman, dalam satu hari, hanya boleh ada semaksimalnya satu orang pegawai yang mengerjakan *paperwork* tertentu.

Selain itu, untuk mengurangi kejenuhan pegawai, seorang pegawai hanya boleh mengurus *paperwork* yang sama satu hari saja dalam masa pengerjaannya. Bagaimanakah cara membuat jadwal pengerjaan *paperwork* agar semuanya cepat selesai ?

Contoh contoh diatas hanyalah sebagian kecil dari permasalahan yang dapat dihadapi di kehidupan yang disebut sebagai *Open-Shop Scheduling*, salah satu masalah penjadwalan yang akan dibahas di makalah ini.

II. DASAR TEORI GRAF

Graf pada dasarnya adalah salah satu metode yang digunakan untuk merepresentasikan sekumpulan objek diskrit dan hubungan antara objek objek tersebut. Sebuah graf terdiri dari sebuah himpunan Simpul yang tidak kosong yang merepresentasikan sebuah objek, dan himpunan Sisi yang merepresentasikan hubungan antara dua buah objek yang dihubungkan.

2.1 Dasar Teori Graf

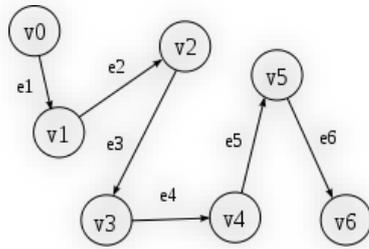
Secara notasi, Graf ditulis sebagai $G = (V, E)$, dimana: $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ yang merupakan himpunan Simpul / Vertex dan $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ yang merupakan himpunan Sisi / Edge graf



Gambar 2.1.1 Contoh Graf, Simpul menggambarkan salah satu negara Eropa, dan Sisi menggambarkan bahwa kedua negara tersebut memiliki perbatasan tanah

[1]<http://www.cs.cornell.edu/w8/iisi/ilog/cp11/ursolver/graph2.html>, diakses pada 05 Desember 2015

Selain defini, juga terdapat beberapa terminologi dalam graf yang akan mempermudah pembahasan selanjutnya. Berikut adalah pembahasan singkat mengenai hal hal tersebut:



Gambar 2.1.2 Contoh Graf Sederhana [2] <http://danyatriokintoko.blogspot.co.id/>, diakses pada 05 Desember 2015

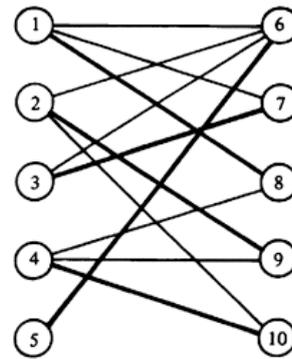
- Adjacency / Ketetanggaan
Sepasang simpul dikatakan bertetangga jika dan hanya jika terdapat Sisi yang menghubungkan mereka secara langsung. Sebagai contoh, di gambar 2.1.2, simpul **v1** bertetangga dengan simpul **v2** dan **v0**.
- Incidency / Kesisian
Sebuah Sisi dan sebuah Simpul dikatakan bersisian jika dan hanya jika Sisi tersebut menghubungkan Simpul tersebut dengan simpul lain. Sebagai contoh, di gambar 2.1.2 sisi **e4** bersisian dengan simpul **v4** dan **v3**.
- Degree / Derajat
Derajat sebuah Simpul adalah jumlah Sisi yang bersisian dengan Simpul tersebut. Sebagai contoh, di gambar 2.1.2, simpul **v5** berderajat 2 karena bersisian dengan sisi **e6** dan **e5**.

Sebenarnya masih banyak sekali terminologi dan istilah yang belum kita bahas (dan tidak akan kita bahas di makalah ini); namun, ketiga istilah diatas sudah cukup untuk memahami pembahasan selanjutnya.

2.2 Graf Bipartite

Selain graf yang umum, juga terdapat beberapa graf khusus yang berpola. Graf seperti graf lengkap, lingkaran, dan graf teratur sering digunakan dalam pemodelan permasalahan matematis. Makalah ini tidak akan membahas secara mendetail mengenai graf graf ini, melainkan fokus kepada salah satu graf khusus yang digunakan dalam memodelkan masalah *Open-Shop Scheduling*, yaitu Graf Bipartite.

Pada dasarnya sebuah graf **G** disebut sebagai graf Bipartite jika dan hanya jika himpunan Simpulnya dapat dibagi menjadi dua, misalkan **V1** dan **V2**, dimana semua simpul di **V1** hanya dapat bertetangga dengan simpul di himpunan **V2** dan sebaliknya.



Gambar 2.2.1 Contoh Graf Bipartite [3]<http://mindfulintegrations.com/books/Technology/computer-science/ algo/books/book9/mf1207.htm>, diakses pada 05 Desember 2015

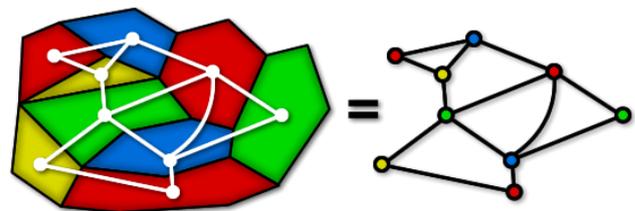
Dengan kata lain, graf bipartit juga dapat disebut sebagai sebuah graf yang simpulnya dapat dibagi dua sehingga semua Sisinya hanya menghubungkan antara kedua himpunan simpul ini, tanpa adanya pehubung antar simpul yang satu himpunan.

2.3 Pewarnaan Graf

Graf mempunyai banyak sekali aplikasi di dunia nyata, terutama dalam memodelkan permasalahan dunia nyata dalam bentuk yang dapat dipahami komputer sehingga memungkinkan adanya program penyelesaian permasalahan tersebut.

Masalah seperti *Travelling Salesmen Problem*, hingga mencari Lintasan Terpendek dari ratusan pilihan jalur semuanya dimodelkan di komputer menggunakan graf. Pada makalah ini, akan dibahas mengenai salah satu aplikasi graf yaitu Pewarnaan Graf.

Pewarnaan Graf adalah sebuah tindakan melabeli unsur unsur graf (Sisi atau Simpul ataupun keduanya secara sekaligus) sedemikian rupa sehingga tidak ada unsur bersebelahan yang berlabel sama dengan menggunakan jenis label sedikit mungkin.



Gambar 2.3.1 Pengubahan Peta ke Graf dalam Pewarnaan Peta [4] http://world.mathigon.org/resources/Graph_Theory, diakses pada 05 Desember 2015

Kata “pewarnaan” muncul karena metode ini pada awalnya digunakan untuk membantu pewarnaan peta, dimana wilayah yang berbatasan harus memiliki warna yang berbeda. Harga tinta yang cukup mahal membuat mereka ingin menggunakan jenis tinta sedikit mungkin.

Seperti yang dijelaskan pada awal sub-bab ini, metode diatas hanya bekerja jika setiap tempat pengolahan hanya dapat mengolah satu mobil pada tiap saat dan tiap pengolahan memakan waktu yang sama.

Jika perbedaan waktu tiap pengolahan tidak terlalu besar, maka hal ini tidak akan menjadi masalah, namun jika perbedaannya sangat besar seperti 2 banding 1, maka perlu dilakukan sedikit perubahan pada algoritma, apalagi jika tiap tempat pengolahan dapat mengolah lebih dari satu benda pada tiap saat.

3.3 Contoh Variasi Algoritma

Misalkan pada graf pabrik di gambar 3.1.1 diatas salah satu tempat pengolahan nomor 27 dapat mengolah 2 mobil sekaligus. Maka pada algoritma diatas perlu ditambahkan satu aturan berikut ini :

Saat pewarnaan Sisi yang bersisian dengan Simpul 27, Labeli Sisi tersebut dengan label dengan indeks terendah yang belum digunakan DUA Sisi lain yang bersisian dengan Simpul 27 dan SEMUA Sisi lain yang bersisian dengan Simpul lainnya (selain Simpul 27). Jika semua label yg telah dibuat telah digunakan, buat label baru.

Dengan kata lain, aturan ini memastikan bahwa pada sisi yang bersisian dengan Simpul 27 dapat terdapat maksimum dua sisi yang berwarna sama, menandakan bahwa pada shift tersebut tempat pengolahan 27 sedang mengolah dua buah benda sekaligus, (kemungkinan adanya satu warna yang unik di simpul masih ada, pada saat itu tempat 27 hanya mengolah satu mobil). Jika suatu tempat dapat mengolah lebih dari dua benda sekaligus, maka kita hanya perlu menaikkan angka "DUA" pada aturan diatas ke batas yang diinginkan.

Sedangkan untuk kasus dimana waktu pengolahan tempat yang sangat berbeda dapat digunakan konsep yang sama. Misalkan pada pabrik reparasi mobil di gambar 3.1.1 semua tempat pengolahan memakan waktu yang relatif sama kecuali Simpul nomor 31 yang hanya perlu memakan setengah shift untuk mengolah satu mobil. Kita hanya perlu mengibaratkannya menjadi :

Tempat pengolahan 31 dapat mengolah dua mobil pada satu shift, dan menggunakan cara yang sama dengan sebelumnya, hanya saja kita tambahkan suffix di label untuk membedakan mobil mana yg dilayani di belah awal shift dari mobil yang akan dilayani di akhir shift.

IV. KESIMPULAN

Graf mempunyai banyak sekali aplikasi, penjadwalan Toko Terbuka ini hanyalah salah satu darinya. Dengan penggunaan teori pewarnaan Graf sebuah jadwal yang efisien pun dapat dibuat dengan mudah, meningkatkan produktivitas kita dan menghemat waktu dan tempat.

REFERENSI

- [8]<http://www.cise.ufl.edu/~sahni/papers/openShopFinishTime.pdf> diakses pada 05/12/2015
 [9]<http://www.geeksforgeeks.org/graph-coloring-set-2-greedy-algorithm>, diakses pada 05/12/2015
 [10] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2120, Matematika Diskrit, Edisi Keempat, Program Studi Teknik Informatika, STEI, ITB, 2006

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 9 Desember 2015



Fairuz Astra Pratama - 13514104