

# Aplikasi Pohon Merentang Minimum dalam Pembangunan Sistem Drainase Bawah Tanah Kota

Robert Sebastian Herlim / 13514061<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>13514061@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**—Sistem drainase merupakan sesuatu yang wajib dimiliki oleh tiap kota, terutama kota-kota besar yang padat penduduknya dan daerah peresapan airnya tergolong kurang. Di Indonesia, untuk sebagian besar kota sistem drainase yang diimplementasikan masih kurang mangkus dan sangkil karena sering tersumbat oleh sampah-sampah rumah tangga. Akibatnya, pada kota-kota tersebut sering dilanda banjir. Untuk itu, sistem drainase bawah tanah lebih dianjurkan daripada sistem drainase permukaan. Pembuatan sistem drainase bawah tanah tentu saja memerlukan biaya yang jauh lebih besar daripada sistem drainase permukaan. Untuk mengoptimasi biaya tersebut bisa dilakukan dengan mencari pohon merentang minimum dari representasi graf sistem drainase bawah tanah yang kurang optimal.

**Kata kunci**—graf, optimasi, pohon merentang minimum, sistem drainase.

## I. PENDAHULUAN

Drainase merupakan saluran pembuangan air baik yang berada di permukaan maupun yang berada di bawah permukaan tanah. Fungsi dari drainase adalah mengalirkan air kotor maupun mengalirkan kelebihan air yang berada di suatu titik. Dengan kata lain, drainase dapat digunakan sebagai sarana pencegah banjir, terutama di kota-kota yang masih sering dilanda musibah banjir seperti Jakarta.



Gambar 1 Sistem drainase permukaan (sumber : <http://kfk.kompas.com/image/preview/SU1HUDU4MTUuanBn.jpg> dan [http://pustaka.pu.go.id/uploads/infrastruktur/air\\_limbah/SULAWESIHAL48.jpg](http://pustaka.pu.go.id/uploads/infrastruktur/air_limbah/SULAWESIHAL48.jpg) diakses pada 5 Desember 2015 pukul 13.27 GMT+7)



Gambar 2 Sistem drainase bawah tanah Jepang (sumber: <http://curiousdn.blogspot.co.id/2010/11/kebanyakan-dari-kita-bertanya-tanya.html> diakses pada 5 Desember 2015 pukul 13.30 GMT +7)

Akan tetapi, drainase yang lebih disukai adalah drainase bawah tanah. Hal ini disebabkan karena drainase bawah tanah lebih hemat tempat karena ditempatkan di bawah tanah, serta tidak menimbulkan bau ke area di sekitarnya, sedangkan drainase yang berada di atas permukaan tanah tidak jarang menimbulkan bau ke area tempat tinggal penduduk. Selain itu, drainase yang diletakkan di permukaan tanah juga cukup rentan tersumbat karena seringkali dijadikan penduduk setempat sebagai tempat pembuangan sampah.



Gambar 3 Saluran drainase permukaan yang tersumbat (sumber : <http://manadoline.com/warga-pinaesaan-belum-sadar-buktinya-drainase-ini-tersumbat/> diakses pada 5 Desember 2015 pukul 13.33 GMT+7)

Pembangunan drainase bawah tanah tidaklah mudah. Selain dari faktor biaya pembangunan satu saluran drainase yang cukup mahal, pembangunan drainase antar dua titik dapat mengganggu kenyamanan penduduk setempat. Untuk itu, perlu dilakukan optimasi supaya

pembangunan sistem drainase di suatu kota bisa mangkus dan sangkil.

Dalam makalah ini akan dibahas bagaimana cara mengoptimasi rencana pembangunan sistem drainase kota dengan pendekatan teori graf. Sistem drainase yang akan dibahas dalam makalah ini adalah sistem drainase bawah tanah, karena jauh lebih menguntungkan daripada sistem drainase yang berada di permukaan tanah.

## II. DASAR TEORI

### A. Teori Graf

Graf adalah suatu struktur diskrit yang merupakan *tuple* dari dua buah himpunan, yaitu himpunan simpul-simpul  $V$  dan himpunan sisi-sisi  $E$  penghubung simpul-simpul.

Berdasarkan ada tidaknya gelang dan sisi ganda, graf dapat digolongkan menjadi 2, yaitu

1. Graf sederhana, yaitu graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda.
2. Graf tak-sederhana, yaitu graf yang mengandung sisi ganda atau gelang.

Berdasarkan ada tidaknya arah pada sisi graf, graf dapat digolongkan menjadi 2, yaitu

1. Graf tak-berarah, yaitu graf yang sisi-sisinya tidak memiliki arah
2. Graf berarah, yaitu graf yang tiap sisi nya memiliki arah tertentu.

Beberapa terminologi penting yang dimiliki oleh sebuah graf antara lain

1. Ketetanggaan, adalah hubungan yang dimiliki antar dua simpul, dimana simpul  $u$  dan  $v$  dikatakan bertetangga apabila ada sebuah busur yang menghubungkan simpul  $u$  dan  $v$ .
2. Bersisian, adalah hubungan yang dimiliki antara sebuah simpul dan sebuah busur, dimana simpul  $v$  dikatakan bersisian dengan busur  $e$  apabila busur  $e$  merupakan salah satu sisi yang ada pada simpul  $v$ .
3. Simpul terencil, adalah simpul yang tidak memiliki busur yang bersisian dengannya.
4. Graf kosong, merupakan sebuah graf yang kardinalitas himpunan busurnya bernilai 0, atau dengan kata lain himpunan  $E = \emptyset$ .
5. Derajat, merupakan jumlah sisi yang bersisian dengan suatu simpul.
6. Lintasan, merupakan sebuah jalur yang melewati serangkaian simpul dan busur dari suatu simpul ke simpul yang lain.
7. Sirkuit, merupakan lintasan yang berawal dan berakhir di simpul yang sama.
8. Upagraf, merupakan sebuah graf bagian yang lebih kecil dari suatu graf, dimana  $G_1 = (V_1, E_1)$  dengan  $V_1 \subseteq V$  dan  $E_1 \subseteq E$ .
9. Graf berbobot, merupakan sebuah graf yang tiap busurnya memiliki sebuah nilai. <sup>[1]</sup>

### B. Pohon Merentang Minimum

Pohon merupakan graf tak-berarah yang setiap simpulnya terhubung dengan simpul lainnya dan tidak memiliki sirkuit.

Sebuah graf yang terhubung pasti memiliki pohon merentang. Pohon merentang dari sebuah graf adalah upagraf yang merentang pada graf tersebut yang berupa pohon. Pohon merentang diperoleh dengan memutus sirkuit pada graf tersebut.

Pohon merentang minimum merupakan pohon merentang pada suatu graf yang memiliki total bobot paling minimum. Komponen pohon merentang minimum sangat diperlukan, terutama untuk pemecahan masalah-masalah mencari biaya minimum yang diperlukan untuk menghubungkan serangkaian simpul pada graf.

Ada 2 cara untuk menentukan pohon merentang minimum, yaitu

#### a. Algoritma Prim

Algoritma Prim mencari pohon merentang minimum dengan algoritma sebagai berikut

1. Ambil sebuah busur yang memiliki bobot paling minimum, masukkan kedua simpul yang bersisian dengan busur tersebut ke dalam himpunan  $T$ .
2. Pilih busur lain yang memiliki bobot minimum namun bersisian dengan sebuah simpul di  $T$  dan tidak membentuk sirkuit pada  $T$ . Masukkan simpul baru tersebut ke dalam  $T$ .
3. Ulangi langkah kedua sebanyak  $N-2$  kali, dengan  $N$  adalah jumlah semua simpul.

#### b. Algoritma Kruskall

Algoritma Kruskall mencari pohon merentang minimum dengan algoritma sebagai berikut

1. Mula-mula, urutkan semua busur berdasarkan bobotnya dari kecil ke besar.
2.  $T$  mula-mula adalah himpunan kosong.
3. Ambil sebuah busur secara sekuensial dari urutan busur-busur tersebut. Masukkan busur tersebut menjadi bagian dari pohon merentang minimum jika dan hanya jika apabila busur tersebut ditambahkan ke dalam  $T$  tidak menimbulkan sirkuit.
4. Ulangi langkah ketiga sebanyak  $N-1$  kali. <sup>[2]</sup>

### C. Sistem Drainase Kota

Perkembangan penduduk di kota-kota besar yang pesat ternyata berdampak besar terhadap siklus hidrologi yang terjadi di suatu kota. Siklus hidrologi terganggu akibat habisnya lahan peresapan, tersumbatnya jaringan drainase alami baik oleh sampah-sampah rumah tangga maupun limbah industri. Akibatnya, wabah penyakit sering muncul dan tak jarang dilanda bencana banjir.

Oleh karena itu, perkembangan penduduk yang pesat harus juga disertai dengan perbaikan serta penyempurnaan sistem drainase di kota tersebut.

Berdasarkan cara pembuatannya, sistem drainase dapat dibagi menjadi dua, yaitu

1. Sistem drainase alami, yaitu jaringan drainase yang tercipta dari alam seperti sungai, kali, dan lain-lain.
2. Sistem drainase buatan, yaitu jaringan drainase yang diciptakan oleh manusia, seperti saluran air bawah tanah, selokan, sungai buatan, dan lain-lain.

Berdasarkan letaknya, sistem drainase dapat dibagi menjadi dua, yaitu

1. Sistem drainase permukaan tanah (*surface drainage*) yaitu sistem drainase yang letaknya di atas permukaan tanah
2. Sistem drainase di bawah permukaan tanah (*sub surface drainage*).

Ada 2 jenis air buangan, yaitu air hujan dan air kotor (bekas). Berdasarkan jenis air buangannya, cara pembuangan dari sistem drainase ada tiga jenis, yaitu

1. Sistem terpisah (*separate system*), yaitu air hujan dan air kotor akan dilayani oleh sistem saluran yang terpisah. Hal ini disebabkan karena air kotor perlu dilakukan pengolahan terlebih dahulu sebelum dibuang, sedangkan pengolahan untuk air hujan tidak diperlukan.
2. Sistem tercampur (*combined system*), yaitu air hujan dan air kotor akan dilayani oleh sistem saluran yang sama. Sistem ini hanya dapat dimungkinkan apabila fluktuasi curah hujan di kota tersebut dari tahun ke tahun relatif kecil dan kuantitas air buangan dan air hujan tidak jauh berbeda.
3. Sistem kombinasi (*pseudo separate system*), yaitu perpaduan antara kedua sistem diatas, dimana saat musim hujan air buangan dan air hujan akan tercampur dan saat musim kemarau kedua jenis air akan dipisahkan. Dalam hal ini, fungsi air hujan adalah sebagai pengencer dan penggelontor dari air kotor.<sup>[3]</sup>

### III. PEMBAHASAN MASALAH UTAMA

#### A. Representasi Graf dari Sistem Drainase

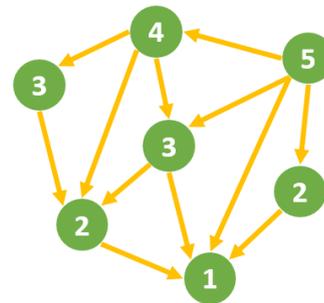
Sistem drainase kota dapat direpresentasikan sebagai sebuah graf berarah.

Tiap simpul merepresentasikan tiap lubang drain yang berada di dalam kota. Sebuah atribut baru yang perlu ditambahkan ke tiap simpul adalah atribut ketinggian. Atribut ini digunakan untuk menyimpan ketinggian lubang drain yang direpresentasikan dalam simpul tersebut.



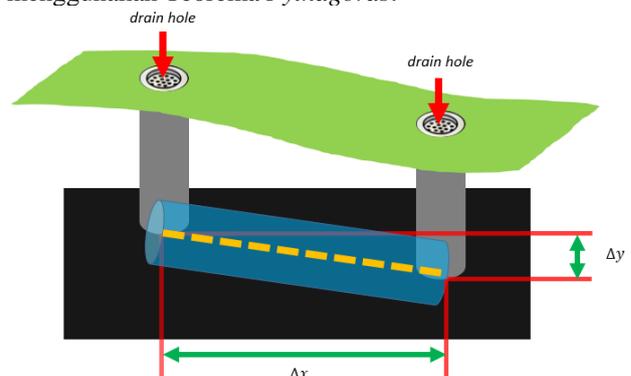
Gambar 4 Sebuah lubang drain (sumber : [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/4/46/Storm\\_Drain\\_Dryden.JPG](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/4/46/Storm_Drain_Dryden.JPG) diakses pada 5 Desember 2015 pukul 13.37 GMT +7)

Tiap busur merepresentasikan semua kemungkinan saluran drainase yang dapat dibangun. Karena representasi graf yang merepresentasikan sistem drainase merupakan graf berarah, maka tiap busur dalam graf ini akan memiliki arah. Arah di tiap busur pada graf akan merepresentasikan arah aliran antar dua buah simpul. Sesuai dengan sifat air yang mengalir dari tempat yang memiliki ketinggian lebih tinggi ke tempat yang memiliki ketinggian yang lebih rendah, maka arah tiap busur yang menghubungkan dua buah simpul akan mengarah ke simpul yang memiliki ketinggian yang lebih rendah.



Gambar 5 Salah satu contoh representasi graf dari sebuah sistem drainase. Angka pada tiap simpul menggambarkan ketinggian lubang drain.

Bobot tiap busur juga perlu dihitung. Sebuah busur akan memiliki bobot yang bergantung dengan panjang saluran yang akan dibangun dan tentunya biaya pembangunan yang dihitung per satuan panjang. Panjang saluran yang perlu dibangun dapat dihitung dengan menggunakan Teorema Pythagoras.



Gambar 6 Visualisasi cara pembangunan sebuah saluran drainase antara dua buah drain hole.

Mengacu pada gambar 6, biaya yang diperlukan untuk membangun sebuah saluran antara dua buah lubang drain dapat dihitung dengan rumus

$$Total\ Cost = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \times Cost/length$$

dengan  $Cost/length$  adalah biaya pembangunan per satuan panjang saluran. Faktor-faktor yang mempengaruhi biaya pembangunan ini antara lain adalah material yang digunakan, jumlah tenaga kerja yang dipakai, lokasi dan tingkat kesulitan lapangan.

Dari pemaparan pada upabab ini, karakteristik-karakteristik khusus yang dimiliki oleh graf berarah yang merepresentasikan sistem drainase bawah tanah yang sah antara lain

1. Setiap simpul akan bertetangga dengan semua simpul lain yang memiliki ketinggian lebih rendah,
2. Dua buah simpul yang memiliki ketinggian yang sama tidak akan saling bertetangga,
3. Relasi antar dua buah simpul memenuhi sifat menghantar dan tolak-setangkup.

### B. Penggunaan Pohon Merentang Minimum untuk Optimasi Pembangunan Sistem Drainase Kota

Setelah memperoleh sebuah graf berarah yang merepresentasikan *blueprint* dari sistem drainase yang akan dibangun, kemungkinan bahwa ketidakmungkinan dan ketidaksanggupan sistem tersebut masih ada. Untuk itu, perlu diadakan optimasi supaya pembangunan sistem drainase yang diinginkan tidak merugikan banyak pihak.

Salah satu metode optimasi yang akan dibahas di makalah ini adalah dengan menentukan pohon merentang minimum pada representasi graf yang sudah dibuat.

Untuk menentukan salah satu pohon merentang minimum, dapat digunakan salah satu dari dua algoritma penentuan pohon merentang minimum.

## IV. PEMELIHARAAN SISTEM DRAINASE

Apabila suatu sistem drainase yang paling efisien sudah terbentuk, bukan berarti pekerjaan sudah selesai. Masih terdapat masalah-masalah yang memungkinkan untuk muncul. Pada bab ini akan dibahas beberapa contoh permasalahan yang mungkin dapat muncul

### A. Penambahan Sebuah Simpul

Apabila sistem drainase yang diinginkan sudah jadi, tidak menutup kemungkinan suatu saat akan ditambahkan sebuah lubang drain baru yang nantinya akan mengekspansi jangkauan dari sistem drainase kota yang sudah dibentuk. Penambahan sebuah simpul dapat diakibatkan karena perluasan area kota, atau penjangkauan area-area yang sebelumnya belum dijangkau.

Penambahan sebuah simpul terhadap graf representasi dari sistem drainase bawah tanah tersebut masih dapat dimungkinkan, meskipun representasi graf sistem yang sudah dibentuk sudah merupakan pohon merentang minimum. Hal ini dapat dibuktikan dengan Algoritma Prim. Apabila terdapat upagraf  $G_1 = (V_1, E_1)$  yang

merupakan pohon merentang minimum dapat ditambahkan sebuah busur dengan bobot minimum yang menghubungkan  $(u, v)$  dengan syarat  $u \in V_1$  dan  $v \notin V_1$  dan tetap akan menghasilkan sebuah upagraf baru yang masih merupakan pohon merentang minimum.

Jadi, apabila lubang  $v$  ingin ditambahkan ke dalam pohon merentang minimum, langkah yang paling optimal adalah dengan menambahkan busur yang bersisian dengan  $v$  dan menghubungkan  $v$  dengan salah satu titik lubang drain yang sudah terdapat pada pohon merentang minimum.

### B. Penambahan Kapasitas Saluran Drainase

Secara teoritis, sebuah busur yang menghubungkan antara dua buah simpul  $(u, v)$  sudah cukup untuk mengalirkan air kotor dari simpul  $u$  ke simpul  $v$ . Akan tetapi dalam kenyataannya, banyak faktor lain yang perlu ditinjau untuk menentukan kemampuan suatu saluran drainase untuk mengalirkan air kotor. Faktor-faktor tersebut antara lain

1. Kuantitas air yang masuk ke dalam lubang drain
2. Kapasitas saluran drain dibandingkan dengan kuantitas air yang diprediksi akan masuk
3. Peluang munculnya sampah pada saluran
4. Frekuensi banjir yang ditimbulkan akibat penuhnya saluran drainase untuk mengalirkan kelebihan air hujan

Untuk itu, penambahan kapasitas saluran drainase sangat dapat dimungkinkan dan diperlukan, khususnya untuk daerah-daerah yang rentan banjir.

Ada beberapa upaya untuk meningkatkan kapasitas saluran drainase yang dibentuk, antara lain

1. Menambah jumlah lubang drain pada permukaan
2. Memperbesar kapasitas saluran drainase dengan memperbesar luas penampang saluran
3. Menambah sebuah lintasan baru dari titik yang rentan banjir ke titik yang kurang rentan banjir.

Tentu saja, pemilihan upaya yang akan dilakukan tetap perlu mempertimbangkan faktor biaya, kemangkusan dan kesanggupan kerja, dan masalah yang sedang terjadi dan ingin diselesaikan.

## V. KESIMPULAN

Di akhir kata, dapat disimpulkan bahwa sistem drainase bawah tanah jauh lebih unggul daripada sistem drainase permukaan karena faktor ruang, perawatan, dan kerentanan dari drainase permukaan. Untuk itu, penulis lebih merekomendasikan sistem drainase bawah tanah.

Penggunaan pohon merentang minimum dalam perencanaan pembangunan sistem drainase bawah tanah ternyata cukup mangkus untuk mengoptimasi biaya pengeluaran yang diperlukan untuk membangun sistem. Namun, kapasitas sistem juga perlu dipertimbangkan dalam perancangan sistem drainase sehingga apabila menggunakan pohon merentang minimum saja tidaklah cukup.

Dengan adanya makalah ini, penulis berharap semoga perencanaan pembangunan sistem drainase di kota-kota

yang padat penduduknya lebih mangkus dan sangkil, baik dari sisi kinerja sistem drainasenya maupun dari sisi biaya yang diperlukan untuk memelihara dan meningkatkan kinerja dari sistem drainase yang dibuat.

## VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, penulis panjatkan puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat, rahmat, dan penyertaan-Nya penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan baik dan tepat waktu. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada orang tua penulis yang sudah membesarkan penulis dengan penuh kasih sayang. Tak lupa penulis ucapkan terima kasih kepada dosen pengampu kuliah IF2120 Matematika Diskrit yaitu Dra. Harlili S. M.Sc. dan Dr. Ir. Rinaldi Munir atas bimbingan dan kesabaran beliau yang sudah menuangkan ilmunya sehingga penulis mampu menulis makalah ini. Tak terkecuali, penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada teman-teman penulis yang tak bisa penulis sebutkan satu per satu karena sudah menjadi teman yang baik bagi penulis.

## REFERENCES

- [1] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2120 Matematika Diskrit. 2006. Graf. Bab VIII.
- [2] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2120 Matematika Diskrit. 2006. Pohon. Bab IX.
- [3] [http://elearning.gunadarma.ac.id/docmodul/drainase\\_perkotaan/bab4\\_sistem\\_drainase.pdf](http://elearning.gunadarma.ac.id/docmodul/drainase_perkotaan/bab4_sistem_drainase.pdf) (diakses pada 5 Desember 2015, pukul 20.17 GMT +7)

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2015



Robert Sebastian Herlim  
13514061