Penerapan Teori Kombinatorial dan Peluang Dalam Permainan Poker

Johan Sentosa - 13514026
Program Studi Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
Johan_sentosa@students.itb.ac.id
Johansentosa17@gmail.com

Abstrak—Makalah ini akan membahas tentang aplikasi dari teori kombinatorial dan peluang dalam permainan poker. Di sini akan ditunjukan peluang-peluang yang mungkin tejadi bagi seorang pemain untuk memperoleh kemenangan dengan susunan lima kartu terbaiknya. Nantinya perhitungan peluang akan menggunakan teori kombinatorial. Poker sendiri merupakan permainan yang sudah sangat popular di masyarakat. Objek dari permainan poker itu sendiri adalah untuk mendapatkan susunan terbaik dalam lima buah kartu yang didapatkan. Sehingga pemain biasa bermain hanya mengandalkan keberuntungan. Tetapi sebenarnya permainan ini bisa menggunakan strategi. Makalah ini akan menjelaskan bagaimana cara menghitung kemungkinan mendapatkan tiap susunan kartu. Makalah ini bertujuan untuk menghitung peluang atau persentase kemunculan dari setiap susunan kartu dan membuktikan bahwa semakin kecil persentase atau peluang kemunculan susunan kartu, maka akan semakin tinggi nilai susunan kartu tersebut

Kata Kunci—Kombinatorial, Peluang, Kartu, Poker.

I. Pendahuluan

Siapa yang tidak kenal dengan permainan kartu? Permainan kartu boleh dibilang adalah permainan yang paling terkenal dan paling digemari oleh seluruh masyarakat Indonesia atau bahkan dunia. Permainan kartu banyak sekali jenisnya dan biasanya berbeda-beda di setiap daerah. Walaupun begitu tetap ada jenis yang berlaku universal. Salah satunya adalah poker.

Poker sudah sangat popular di masyarakat bahkan hingga ada pertandingannya. Pemain harus menyusun kartu 5 buah kartu dengan sebaik-baiknya. Namun pemain biasa jarang menggunakan strategi dan hanya mengandalkan keberuntungan. Untuk menentukan strateginya, pemain harus mengetahui peluang kemungkinan munculnya kartu sehingga pemain dapat mengambil keputusan yang tepat.

Permainan kartu ini merupakan awal dari kemunculan probabilitas dan peluang. Para pemain awalnya menerka urutan suatu kartu apakah urutan tersebut menguntungkan atau tidak. Dari sinilah pemain melakukan perhitungan-perhitungan dari kemungkinan-kemungkinan kombinasi kartu tersebut dan memutuskan untuk melanjutkan permainan atau tidak.

Cara paling mudah adalah dengan mengenumerasi semua kemungkinan kartunya yang masih tersisa. Mengenumerasi artinya menghitung satu per satu setiap kemungkinan. Dalam persoalan ini, cara ini masih memungkinkan, tetapi, untuk jumlah objek yang lebih banyak, tentu tidak memungkinkan. Kombinatorial adalah cabang matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya. Sehingga dengan adanya teori kombinatorial, kita tidak perlu mencari seluruh kemungkinan satu per satu *(brute force).*

II. Teori Dasar

Dasar ilmu yang akan dipakai adalah kombinatorial dan peluang

2.1. Kombinatorial

Kombinatorial adalah cabang matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya. Penyusunan objek tersebut bisa dilakukan dengan mementingkan urutan atau tidak memperhatikan urutannya objek-objek tersebut.

Secara umum terdapat 2 kaidah utama dalam kombinatorial, yaitu :

a. Kaidah Perkalian *(rule of product)*
   Bila percobaan 1 mempunyai hasil P hasil percobaan yang mungkin terjadi, dan percobaan 2 mempunyai Q hasil percobaan yang mungkin terjadi, maka bila percobaan 1 dan percobaan 2 dilakukan, maka terdapat P x Q hasil percobaan.
b. Kaidah Penjumlahan *(rule of sum)*
   Bila percobaan 1 mempunyai hasil P hasil percobaan yang mungkin terjadi, dan percobaan 2 mempunyai Q hasil percobaan yang mungkin terjadi, maka bila percobaan 1 atau percobaan 2 dilakukan, maka terdapat P + Q hasil percobaan.

Contoh perbedaan penggunaan kaidah pekalian dengan kaidah penjumlahan ada dalam persoalan pemilihan suatu pemimpin. Jika terdapat n pria dan m wanita yang bisa menjadi ketua, maka jumlah semua kemungkinan untuk menjadi ketua adalah m + n cara. Jika diminta untuk memilih 1 orang laki-laki dan 1 orang perempuan, maka banyaknya cara adalah (m x n) cara.

Kaidah perkalian dan kaidah penjumlahan di atas dapat diperluas hingga mengandung lebih dari dua buah percobaan. Jika ada n buah percobaan masing-masing mempunyuai p1, p2, ..., pn, hasil percobaan yang mungkin terjadi yang dalam hal ini setiap p_i tidak bergantung pada pilihan sebelumnya, maka jumlah hasil percobaan yang mungkin terjadi adalah:

a. p1 x p2 x ... x pn untuk kaidah perkalian
b. p1 + p2 + ... + pn untuk kaidah penjumlahan

2.2 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Jika ada gabungan dari kedua kaidah, maka kita tidak bisa menentukan secara langsung banyak kemungkinan jawabannya. Kita harus menggunakan cara yang dinamakan prinsip inklusi-eksklusi.

Prinsip ini merupakan perluasan ide dalam Diagram Venn beserta operasi irisan dan gabungan. Konsep ini juga bisa diterapkan dalam kombinatorik. Banyaknya anggota himpunan gabungan antara himpunan A dan himpunan B merupakan banyaknya anggota dalam himpunan tersebut dikurangi banyaknya anggota dalam irisannya.

Rumusnya

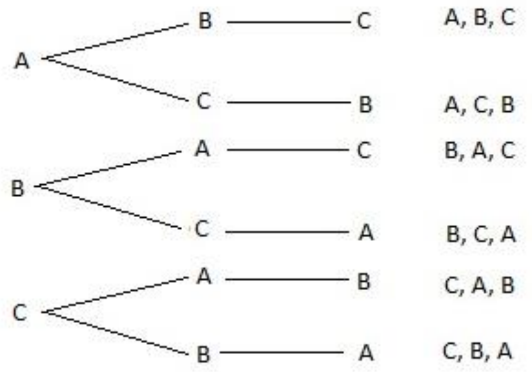
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Dengan

- |A| adalah hasil percobaan 1
- |B| adalah hasil percobaan 2
- |A ∪ B| adalah hasil percobaan 1 atau hasil percobaan 2
- |A ∩ B| adalah hasil percobaan 1 dan hasil percobaan 2

2.3 Permutasi

Permutasi adalah jumlah pengaturan semua kemungkinan ke dalam urutan tertentu. Dalam permutasi, urutan kemunculan suatu kasus diperhitungkan. Dengan kata lain, permutasi merupakan bentuk dari kaidah perkalian. Seperti misalkan dari huruf –huruf A, B, C kita dapat membentuk susunan (A, B, C), (A, C, B), (B, A, C), (B, C, A), (C, A, B), (C, B, A). Ada 6 kemungkinan susunan. Susunan ini didapatkan karena, untuk tempat huruf pertama, dapat dimuat oleh ketiga huruf. Lalu untuk tempat huruf kedua, hanya dimungkinkan dimuat oleh 2 huruf. Karena sudah ada 1 huruf yang terpakai sebagai huruf pertama. Dan untuk tempat ketiga, hanya tersisa 1 huruf lagi. Sehingga total semua kemungkinan penempatan adalah 3 x 2 x 1 = 6 susunan. Berikut ilustrasinya



Gambar 2.1 Kemungkinan urutan penempatan huruf
Sumber : Dokumen pribadi

Cara yang sama bisa dilakukan untuk kasus dengan jumlah anggota yang lebih banyak. Lalu dari sinilah kita mendapat pola.
Misalkan jumlah objek adalah n, maka
Urutan pertama dipilih dari n objek,
urutan kedua dipilih dari (n – 1) objek,
urutan ketiga dipilih dari (n – 2) objek,
...
Urutan ke-r dipilih dari (n – r + 1) objek yang tersisa

Maka kemungkinan urutan ***r*** buah elemen yang dipilih dari ***n*** buah elemen dengan r ≤ n dinyatakan dalam simbol

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)\ldots(n-(r-1)) = \frac{n!}{(n-r)}$$

2.4 Kombinasi

Kombinasi adalah cara pemilihan objek-objek tanpa memperhatikan urutan pemilihan. Berbeda dengan permutasi yang memperhitungkan urutan kemunculan. Contohnya saat pengambilan 2 buah bola dengan warna berbeda. Pengambilan pertama mendapat warna kuning dan pengambilan kedua berwarna putih, akan sama dengan jika pengambilan pertama berwarna putih dan pengambilan kedua berwarna kuning. Karena tidak memperhatikan urutan, maka semua kejadian dengan anggota yang sama dan urutan yang berbeda akan dianggap sebagai kejadian yang sama. Hal ini mengakibatkan berkurangnya jumlah kemungkinan yang ada.

Kombinasi ***r*** buah elemen dari ***n*** buah elemen adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut ***r*** elemen yang diambil dari ***n*** buah elemen, disimbolkan dengan *C*(n, r)

$$\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-(r-1))}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = C(n, r) \text{ atau } \binom{n}{r}$$

2.4 Peluang / Probbilitas *(probability)*

Antara Kombinatorial dengan teori peluang *(probability)* sangat berhubungan erat. Peluang adalah ukuran kemungkinan bahwa suatu peristiwa akan terjadi. Himpunan semua kejadian yang mungkin disebut ruang sampel *(sample space)*, sedangkan setiap kejadian yang mungkin disebut titik contoh *(sample point).*

Perhitungan peluang dikatakan sahih jika memenuhi syarat berikut :

1. Peluang dihitung sebagai angka antara 0 dan 1, dimana 0 menunjukan kemustahilan (kejadian tersebut tidak mungkin terjadi) dan 1 menunjukan kepastian (kejadian tersebut pasti terjadi).
2. Jumlah seluruh peluang dalam ruang contoh harus sama dengan 1.

Sebuah kejadian (Event) merupakan himpunan bagian dari ruang contoh. Peluang diskrit dari sebuah kejadian adalah banyaknya titik sample yang merupakan Event, dibagi banyaknya titik sample ada ruang sample S.

P(E) = |E| / |S|

III. PERMAINAN KARTU POKER

3.1 Aturan Permainan

Permainan poker biasa menggunakan set kertu remi yang terdiri dari 52 kartu terdiri dari 4 buah simbol yaitu *Diamond*, *Club*, *Heart,* *Spade* (tertinggi) dan dalam masing-masing simbol terdiri dari 13 jenis kartu yaitu 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Jack, Queen, King, As (tertinggi, kecuali jika menjadi bagian dari *Straight* atau *Straight Flush*).

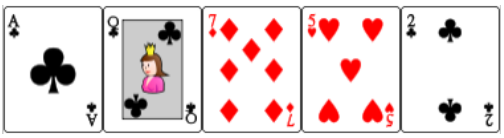
Gambar 3.1 satu set kartu remi
Sumber : http://thepoliticalcarnival.net/wp-content/uploads/2013/11/deck-of-cards.jpg
Tanggal akses : 8 Desember 2015

Setiap Pemain mendapatkan 5 buah kartu secara acak. Pemain yang susunan kartunya paling tinggi nilainya yang akan jadi pemenang. Berikut susunannya dari yang terendah :

1.High cards atau *no-pair*

Kelima kartu tidak membentuk kombinasi apapun, sehingga yang diambil adalah 1 kartu terkuat.

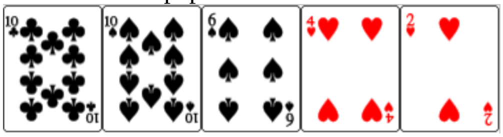
Contoh :



2.One pair

Terdapat 2 buah kartu sama, dan 3 kartu lainnya tidak membentuk kombinasi apapun.

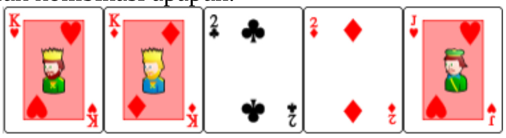
Contoh :



3.Two pair

Terdapat 2 pasang kartu sama, dan 1 kartu lainnya tidak membentuk kombinasi apapun.

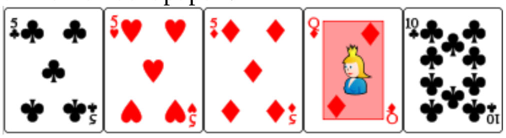
Contoh :



4.Three of a kind

Terdapat 3 buah kartu sama dan 2 kartu lainnya tidak membentuk kombinasi apapun.

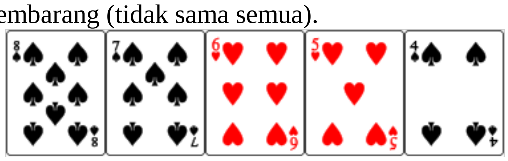
Contoh :



5.Straight

Kelima kartu membentuk urutan seri (berurut) dengan simbol sembarang (tidak sama semua).

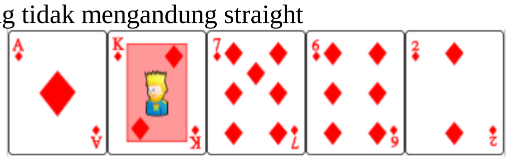
Contoh :



6.Flush

Kelima kartu memiliki simbol yang sama. Tetapi dengan jenis yang tidak mengandung straight

Contoh :



7.Full house

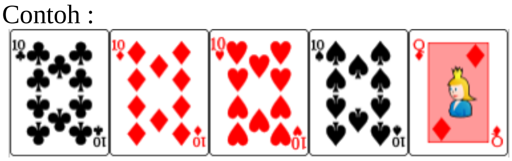
Gabungan dari *Three of a kind* dan *one-pair.* 3 buah kartu sama, dan 2 buah kartu sama.

Contoh :

8.Four of a kind

Terdapat 4 kartu dengan jenis yang sama, dan 1 kartu sisanya sembarang.

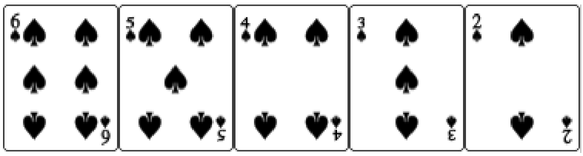
Contoh :



9.*Straight flush*

Perpaduan antara *straight* dan *flush*. Kelima kartu terurut dengan simbol yang sama.

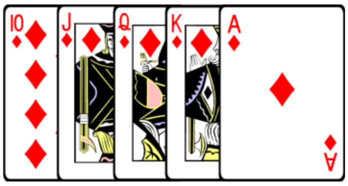
Contoh :



10.*Royal flush*

Sama seperti *Stright Flush*, namun berakhir di As (jenis kartu tertinggi)

Contoh :



IV. PERHITUNGAN PELUANG KEMUNCULAN

Untuk setiap pemain yang mendapatkan 5 buah kartu, memiliki banyaknya kemungkinan adalah

$$C(52,5) = \frac{52!}{5!(52-5)!} = \frac{52!}{5!47!} = 2.598.960$$

Ini adalah nilai Ruang Sampel peluang. Lalu kita akan menghitung setiap peluang masing-masing kombinasi 5 kartu.

1.*High Card*

Kelima kartu tidak boleh membentuk apapun, berarti kelimanya harus berbeda dan tidak boleh berwarna sama semua atau berurutan. Secara jenis, ada terdapat 10 jenis kombinasi straight yang tidak boleh. Sehingga ada C(13,5) – 10 = 1277 kemungkinan. Secara simbol, ada 4 kombinasi flush yang tidak boleh. Sehingga terdapat 4^5 – 4 = 1020 kemungkinan

Total ada 1277 x 1020 = 1.302.540 kemungkinan

Peluangnya = 1.302.540 / 2.598.960 x 100%

= 50,118%

2.*One Pair*

Untuk 2 kartu yang sama terdapat C(4,2) kemungkinan da nada 13 jenis yang dapat dipilih. Sehingga terdapat C(4,2) x 13 = 78 kemungkinan. 3 kartu sisanya tidak boleh membentuk apapun, sehingga harus jenis yang berbeda (simbol bebas). Berarti kita mengambil 3 dari 12, dan setiapnya memiliki 4 kemungkinan warna. Sehingga terdapat C(12,3)x4^3 = 14.080

Totalnya ada 78 x 14.080 = 1.098.240

Peluangnya = 1.098.240 / 2.598.960 x 100%

= 42.257%

3.*Two Pair*

Terdapat 2 pasang kartu yang sama dan kartu terakhir harus beda. Sehingga ada 44 kemungkinan kartu terakhir. Kita perlu memilih 2 pasang dari 13 jenis yang ada dan setiap pasang memiliki kemungkinan C(4,2)

Totalnya ada C(13,2) x C(4,2) x C(4,2) x 44 = 123.552

Peluangnya = 123.552 / 2.598.960 x 100%

= 4.754%

4.*Three Of a Kind*

Dengan mengambil 3 dari 4, ada 13 pilihan. 2 kartu sisanya harus tidak membentuk apapun. 3 Kartu Pertama memiliki kemungkinan sejumlah C(4,3) x 13 = 52. Lalu kartu keempat tidak boleh sama dengan 3 kartu lainnya sehingga terdapat 52 – 3 – 1 = 48 kemungkinan. Kemudian kartu kelima tidak boleh sama dengan 3 kartu awal ataupun kartu keempat, sehingga terdapat 44 kemungkinan. Karena kartu keempat dan kelima tidak berpengaruh urutannya, maka harus dibagi 2!.

Sehingga totalnya ada 52 x 48 x 44 / 2! = 54.912

Peluangnya = 54.912 / 2.598.960 x 100%

= 2.113 %

5.*Straight*

Ada 10 kemungkinan seri untuk setiap simbol, dan ada 4^5 kemungkinan simbol. Karena simbolnya tidak boleh sama semua, maka dikurangi 4.

Sehingga totalnya 10 x (4^5 – 4) = 10.200

Peluangnya = 10.200 / 2.598.960 x 100%

= 0.392%

6.*Flush*

Dalam setiap simbol, kita mengambil 5 kartu tetapi tidak boleh berurutan. Maka akan terdapat C(13,5) – 10 kemungkinan. Karena terdapat 4 simbol, maka dikali 4

Sehingga totalnya (C(13,5) -10) x 4 = 5.108

Peluangnya = 5.108 / 2.598.960 x 100%

= 0.197%

7.*Full House*

Full house adalah mengambil 1 buah *Three of a kind* dan 1 buah *one pair* . Kita mengambil 3 kartu dari 4 simbol dan memiliki 13 jenis kartu yang dapat diambil. Sehingga terdapat C(4,3) x 13 kemungkinan. Lalu untuk *one pair* sisanya, berarti mengambil 2 buah kartu dari 4, C(4,2). Dan tinggal ada 12 kemungkinan, karena 1 jenis telah terpakai untuk *Three of Kind*

Totalnya ada C(4,3) x 13 x C(4,2) x 12 = 3.744

Peluangnya = 3.744 / 2.598.960 x 100%

= 0.144%

8.*Four Of a Kind*

Terdapat 13 kemungkinan empat kartu berjenis sama. Lalu satu kartu lainnya bebas, maka terdapat 48 kemungkinan kartu kelima.

Totalnya 13 x 48 = 624

Peluangnya = 624 / / 2.598.960 x 100%

= 0.024%

9.*Straight Flush*

Untuk Straight biasa dalam simbol yang sama terdapat 10 kemungkinan. Tetapi karena masih terdapat *royal straight flush* didalamnya, maka hanya ada 9 kemungkinan. Dan terdapat 4 buah simbol yang dapat diambil. Maka total kemungkinannya 9 x 4 = 36 kemungkinan

Peluangnya = 36 / 2.598.960 x 100%

= 0.00139%

10.*Royal Flush*

Untuk setiap simbol, hanya ada 1 kemungkinan terjadi royal flush, sehingga total terdapat 4 kemungkinan

Peluanngnya = 4 / 2.598.960 x 100%

= 0.000154%

Seluruh kemungkinan dinyatakan dalam table berikut

Kombinasi	**Frekuensi**	**Peluang**
High card	1.302.540	50,118 %
One pair	1.098.240	42,257 %
Two Pair	123.552	4,754 %
Three of a kind	54.912	2,113 %
Straight	10.200	0,392 %
Flush	5.108	0,197 %
Full house	3.744	0,144 %
Four of a kind	624	0,024 %
Straight flush	36	0,00139 %
Royal flush	4	0,000154 %
Total	**2.598960**	**100%**

Tabel 1. Frekuensi dan peluang dalam permainan poker

Nilai total semua frekuensi kemunculan sama dengan nilai ruang sampel atau semesta. Dan total peluang adalah 100 %. Sehingga perhitungan peluang ini dianggap sah.

V. HASIL DAN KESIMPULAN

Dari perhitungan kita mendapatkan hasil yaitu

1.Peluang mendapatkan kombinasi *High Card* adalah 50,118%

2.Peluang mendapatkan kombinasi *One pair* adalah 42,257 %

3.Peluang mendapatkan kombinasi *Two pair* adalah 4,754%

4.Peluang mendapatkan kombinasi *Three of a kind* adalah 2,113%

5.Peluang mendapatkan kombinasi *Straight* adalah 0,392%

6.Peluang mendapatkan kombinasi *Flush* adalah 0,197%

7.Peluang mendapatkan kombinasi *Full house* 0,144%

8.Peluang mendapatkan kombinasi *Four of a kind* adalah 0,024%

9.Peluang mendapatkan kombinasi *Straight Flush* adalah 0,00139 %

10.Peluang mendapatkan kombinasi *Royal Flush* adalah 0,000154%

Dari hasil di atas, bisa dilihat bahwa, semakin tinggi nilai susunan kartu, maka semakin kecil peluang untuk mendapatkannya. Atau dengan kata lain akan semakin sulit mendapatkan susunan kartu tersebut. Dan kenyataannya, permainan poker tidak persis sama dengan yang dijelaskan di atas. Yang dijelaskan diatas adalah poker dengan 5 kartu. Banyak variasi permainan yang telah berkembang. Variasi itu diantaranya dengan menggunakan kartu Joker sebagai *wild cards*, menggunakan 7 kartu, dll. Hal ini membuat proses perhitungan peluang lebih sulit dan semakin kompleks.

Kombinatorial digunakan untuk menghitung banyaknya kemungkinan kejadian yang akan terjadi. Teori ini sangat cocok untuk menghitung peluang kemunculan suatu kombinasi kartu dalam permainan poker. Sehingga orang tidak hanya mengandalkan keberuntungan. Tetapi juga bisa memperhitungkan kartu yang mungkin didapat agar bisa lebih berhati-hati dalam mengambil keputusan. Dan terbukti bahwa untuk nilai kombinasi kartu yang semakin tinggi, maka peluang untuk mendapatkannya semakin kecil. Perhitungan ini tidak hanya dilakukan oleh professional, tetapi masyarakat pun bisa menggunakannya. Teori kombinatorial pun juga sangat banyak diaplikasikan ke berbagai hal. Permainan kartu hanyalah satu dari sekian banyak masalah yang berkaitan dengan kombinatorial dan probabilitas.

REFERENSI

[1] Munir, Rinaldi. *Diktat Kuliah IF2120 Matematika Diskrit*. STEI, ITB.2014

[2] Brualdi, Richard A. *(2010), Introductory Combinatorics (5th ed.), Pearson Prentice Hall, ISBN 978-0-13-602040-0.*

[3] William Feller, "An Introduction to Probability Theory and Its Applications", (Vol 1), 3rd Ed, (1968),Wiley ,ISBN 0-471-25708-7

[4] Pokertips.com Diakses tanggal 8 Desember 2015.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2015

Johan - 13514026