

# Pengembangan Teori Graf dan Algoritma Prim untuk Penentuan Rute Penerbangan Termurah pada Agen Penyusun Perjalanan Udara Daring

Jeremia Kavın Raja Parluhan / 13514060  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
13514060@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**—Penggunaan aplikasi penyusun perjalanan udara daring sudah semakin diminati. Banyak orang yang mencari tiket penerbangan murah dengan cara menggunakan agen penyusun perjalanan udara daring. Tetapi, pada hari libur, banyak harga tiket penerbangan yang sangat mahal, terutama pada rute-rute sibuk. Hal ini menyebabkan sebagian orang mengeluarkan uang lebih banyak agar tetap bisa pergi ke tempat tujuan, ada juga yang membatalkan rencana perjalanannya karena harga tiket yang terlalu mahal. Banyak orang tidak mengetahui bahwa rute transit bisa jadi memiliki harga lebih murah daripada rute penerbangan langsung. Dengan teori graf dan modifikasi dari algoritma Prim, penulis membuat suatu algoritma yang bisa mencari rute manakah yang termurah, baik rute perjalanan langsung, maupun rute perjalanan transit.

**Kata Kunci**—Agen Perjalanan Daring, Algoritma Prim, Graf, Rute Termurah

## I. PENDAHULUAN

Kecanggihan teknologi informasi saat ini membuat informasi dapat menyebar lebih cepat. Kini, kita merasa lebih mudah untuk mendapatkan informasi. Teknologi informasi yang berkembang pun semakin beragam.

Salah satu teknologi informasi yang selalu berkembang ialah *interconnected network* atau yang biasa disebut dengan internet. Sekarang ini, internet semakin menjadi kebutuhan dasar manusia. Orang mencari-cari *gadget* tercanggih, operator internet tercepat, ISP (*internet service provider*) dengan *bandwidth* terbesar, dan masih banyak lagi untuk dapat menikmati kemudahan informasi melalui internet.

Informasi yang didapatkan melalui internet sangatlah mempengaruhi kehidupan manusia. Banyak orang yang mencari informasi melalui internet. Salah satunya informasi penerbangan atau perjalanan udara.

Semakin banyaknya penerbangan dan semakin murah harga tiket penerbangan membuat orang semakin banyak yang melakukan perjalanan udara. Dahulu banyak orang yang membeli tiket penerbangan

melalui travel, agen perjalanan ataupun di kantor maskapai penerbangan itu sendiri. Dengan semakin canggihnya teknologi informasi, maskapai mulai memberlakukan pemesanan tiket melalui situs maskapainya sendiri. Tiket untuk penerbangan mulai berubah dari yang dahulunya tiket biasa menjadi *electronic ticket* (e-ticket). Penumpang tidak perlu membawa tiket ke dalam bandara untuk bisa menaiki penerbangan yang diinginkannya, tetapi hanya dengan membawa kode booking atau catatan perjalanan (*flight itinerary*), penumpang bisa menaiki penerbangan yang dia inginkan.

Seiring berjalannya waktu, mulai muncul agen perjalanan daring. Beberapa fasilitas bisa kita dapatkan saat membeli melalui agen perjalanan daring. Salah satunya adalah membandingkan seluruh penerbangan yang ada dan mencari harga yang paling murah dari seluruh penerbangan pada rute tersebut.



Gambar 1: Salah satu situs agen perjalanan dan penyusun perjalanan daring, traveloka.com (sumber: <http://anekatempatwisata.com/wp-content/uploads/2014/01/traveloka.jpg>)

Terkadang masalah sering muncul saat-saat liburan. Pada saat liburan, maskapai penerbangan akan menaikkan harga tiket untuk penerbangan pada rute-rute sibuk. Banyak orang yang akhirnya memilih mengeluarkan lebih banyak uang untuk membeli tiket penerbangan ke tempat tujuan mereka, namun banyak juga yang akhirnya tidak jadi berangkat dikarenakan harga tiket yang mahal. Tetapi, tidak banyak yang tahu bahwa transit di kota lain

akan lebih murah dibanding penerbangan langsung ke kota tujuan mereka, terutama di rute-rute sibuk pada saat liburan.

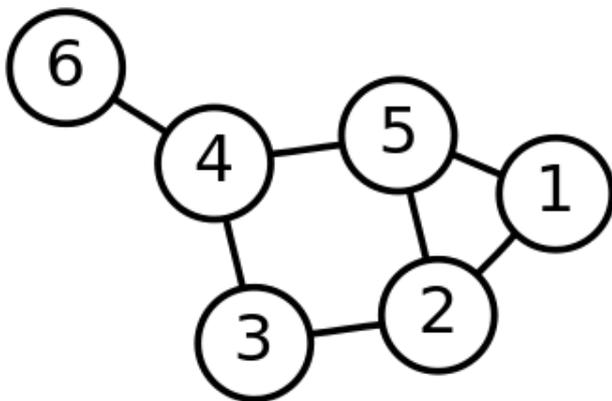
Sebagai contoh, penerbangan Jakarta-Medan pada saat akhir bulan Desember biasanya memiliki harga termurah sekitar Rp2 juta. Tentunya orang-orang dari Jakarta yang ingin ke Medan tidak perlu membayar mahal apabila mereka mengetahui dan mau untuk membeli tiket penerbangan yang transit di kota lain. Sebagai contoh, penerbangan Jakarta-Pekanbaru pada saat akhir bulan Desember biasanya memiliki harga termurah sekitar Rp600.000,-. Kemudian, penerbangan Pekanbaru-Medan pada saat yang sama biasanya memiliki harga termurah sekitar Rp300.000,-. Apabila dijumlahkan harga tiket perjalanan Jakarta-Pekanbaru dan Pekanbaru-Medan, tentunya harga tersebut tidak akan semahal harga tiket penerbangan langsung Jakarta-Medan.

Oleh karena itu, dengan adanya makalah ini, penulis berharap bahwa fitur-fitur yang terdapat pada aplikasi penyusun perjalanan udara daring yang sudah banyak saat ini dapat dikembangkan. Pengembangan pada aplikasi tersebut akan membuat aplikasi memiliki fitur dapat memperhitungkan dan mencari rute penerbangan termurah, baik penerbangan langsung maupun penerbangan transit, untuk melengkapi pilihan konsumen dalam memilih rute penerbangan termurah

## II. TEORI MENGENAI GRAF DAN ALGORITMA PRIM

### 2.1. Graf

Graf adalah representasi objek-objek yang dinyatakan dengan noktah dan hubungan antarobjek yang dinyatakan dengan garis. Noktah tersebut disebut "simpul" atau *node*. Garis tersebut disebut "sisi" atau *edge*. Graf biasanya dinyatakan dengan  $G = (V, E)$ , dimana  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul, dan  $E$  adalah himpunan sisi.



Gambar 2: Contoh graf dengan 6 simpul dan 7 sisi  
(Sumber: <https://id.wikipedia.org/wiki/Berkas:6n-graf.svg>)

### 2.2. Klasifikasi Graf

Graf dapat diklasifikasi ke dalam beberapa jenis. Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda, graf dapat dibedakan menjadi graf sederhana dan graf tak-

sederhana. Graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki sisi ganda dan gelang. Graf tak-sederhana terbagi atas graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang memiliki sisi ganda. Graf semu adalah graf yang memiliki gelang.

Berdasarkan jumlah simpul suatu graf, graf dapat dibedakan menjadi graf berhingga dan graf tak berhingga. Graf berhingga adalah graf yang jumlah simpulnya berhingga. Graf tak berhingga adalah graf yang jumlah simpulnya tidak berhingga.

Berdasarkan arah sisi, graf dibedakan menjadi graf tak berarah dan graf berarah. Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Sementara, graf berarah adalah graf yang sisinya memiliki orientasi arah. Pada suatu sisi di graf berarah, simpul asal busur disebut simpul asal dan simpul yang ditunjuk oleh busur disebut simpul terminal.

### 2.3. Terminologi Graf

Terdapat beberapa istilah yang digunakan dalam teori graf.

1. Bertetangga  
Dua simpul yang dihubungkan dengan sebuah sisi dapat dikatakan bertetangga
2. Bersisian  
Simpul-simpul yang terhubung dengan sisi  $e$  dapat dikatakan bersisian dengan  $e$
3. Derajat  
Pada graf tak berarah, derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.  
Pada graf berarah, derajat simpul  $v$  dinyatakan dengan:  
 $d_{in}(v)$  = jumlah busur yang masuk ke  $v$   
 $d_{out}(v)$  = jumlah busur yang keluar ke  $v$   
dan  $d(v) = d_{in}(v) + d_{out}(v)$
4. Lintasan  
Lintasan adalah barisan selang-seling antara simpul dan sisi dari simpul awal  $v_0$  ke simpul tujuan  $v_n$ .
5. Terhubung  
Dua simpul dikatakan terhubung jika ada lintasan dari simpul awal ke simpul akhir.
6. Simpul terpercil  
Simpul terpercil adalah simpul yang tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya.
7. Graf kosong  
Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya adalah himpunan kosong.
8. Siklus atau sirkuit  
Siklus atau sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada sebuah simpul.

### 2.4. Algoritma Prim

Di dalam teori graf, dipelajari juga Algoritma Prim yang berfungsi dalam mencari hubungan dengan bobot minimum atau maksimum yang menghubungkan semua

noktah. Caranya adalah dengan mencari hubungan yang berbobot paling ekstrim (minimum/maksimum) yang bersisian dari suatu simpul, kemudian mencari hubungan yang berbobot paling ekstrim yang bersisian dari simpul-simpul yang bertetanggaannya sebelumnya.

Algoritma Prim banyak dikembangkan untuk mencari jalan terpendek. Yang terkenal adalah algoritma Dijkstra untuk mencari jalan terpendek (*shortest path*).

Dalam hal ini, penulis akan mencoba mengembangkan teori graf dan algoritma Prim yang penulis dapatkan dalam mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit dengan tujuan untuk mencari rute penerbangan termurah, baik langsung maupun transit, pada agen penyusun perjalanan udara daring.

### III. METODOLOGI

#### 3.1. Pembentukan Graf

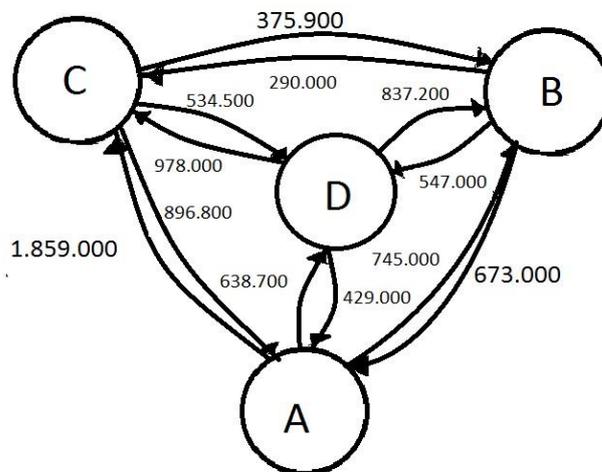
Pada saat merepresentasikan harga-harga tiket penerbangan, penulis dapat menggunakan graf untuk merepresentasikannya. Dalam hal ini, penulis dapat menggunakan graf berbobot untuk merepresentasikannya. Kita dapat menganggap simpul/*node* sebagai suatu kota, dan sisi/*edge* sebagai rute penerbangan yang tersedia. Bobot dari masing-masing sisi dapat kita anggap sebagai harga termurah dari rute penerbangan tersebut. Perlu diketahui bahwa satu graf hanya dapat diberlakukan pada suatu saat saja dan tidak bisa diberlakukan di saat yang lain mengingat harga tiket yang berubah setiap waktunya.

Yang pertama kita harus memberi batasan mengenai batasan transit seseorang. Misalkan, seseorang biasanya hanya mau transit 1-2 kali untuk menuju kota tujuan mereka. Berarti, batasan yang diberikan adalah 1-2 kali transit. Karena itu, kita harus bisa mencari bagian dari *database* yang dapat memenuhi batasan kita. Misalkan, seseorang ingin pergi dari kota A ke kota C. Dari seluruh *database* yang ada, kita cari bagian *database* yang memenuhi batasan tersebut untuk menjadi *database* kita. Dari cara tersebut, misalkan, kita mendapatkan bagian *database* sebagai berikut.

Asal	Tujuan	Harga tiket termurah
A	B	Rp745.000,-
A	C	Rp1.859.000,-
A	D	Rp638.700,-
B	A	Rp673.000,-
B	C	Rp290.000,-
B	D	Rp547.000,-
C	A	Rp896.800,-
C	B	Rp375.900,-
C	D	Rp534.500,-
D	A	Rp429.000,-
D	B	Rp837.200,-
D	C	Rp978.000,-

Tabel 1: Tabel database harga tiket penerbangan termurah

*Database* tersebut adalah daftar rute penerbangan yang menghubungkan kota A, B, C, dan D beserta harga tiket termurah yang bisa didapatkan. Dari *database* tersebut, dapat kita buat graf sebagai representasinya yang dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 3: Contoh graf yang dapat digunakan untuk merepresentasikan rute penerbangan yang terdapat dalam database aplikasi

Graf yang dibentuk merupakan graf berbobot dan graf berarah. Hal ini merupakan representasi dari *database* yang menyatakan bahwa harga tiket termurah untuk penerbangan dari satu kota ke kota lain belum tentu sama dengan harga tiket termurah untuk penerbangan dengan arah sebaliknya pada suatu waktu. Dengan fakta tersebut, dibentuklah graf berarah untuk membedakan harga tiket penerbangan untuk suatu rute dengan harga tiket penerbangan untuk rute dengan arah sebaliknya.

#### 3.2. Modifikasi Algoritma

Dalam mencari rute transit termurah, penulis dapat menggunakan algoritma Prim yang telah dimodifikasi. Algoritma hasil modifikasi yang penulis dapatkan memiliki cara sebagai berikut.

1. Pilih titik asal yang merupakan kota asal yang diinginkan oleh konsumen
2. Pilih lintasan menuju kota tujuan apabila ada. Kemudian simpan bobot tersebut dalam harga minimum.
3. Pilih lintasan dari kota asal yang bobotnya paling sedikit.
4. Ulangi langkah ketiga dengan kota tujuan yang didapatkan dari langkah sebelumnya menjadi kota asal dan lintasan yang dicari tidak mengarah ke kota sebelumnya/kota yang pernah dilalui. Berhenti apabila sudah menemukan kota tujuan yang diinginkan.
5. Jumlahkan bobot yang didapatkan dari langkah-langkah tadi, lalu bandingkan dengan harga minimum awal. Apabila jumlah tersebut

lebih kecil daripada harga minimum awal, maka jumlah itu akan menjadi harga minimum awal dan rute-rute yang dilewati akan dicatat dalam suatu *database*.

6. Ulangi langkah ketiga hingga kelima tetapi pada saat mencari rute pertama, cari yang bobotnya lebih besar daripada rute pertama sebelumnya.
7. Ulangi juga langkah ketiga hingga kelima untuk setiap rute pertama yang didapatkan dari langkah keenam, tetapi pada saat mencari rute kedua, cari yang bobotnya lebih besar daripada rute kedua yang didapatkan sebelumnya.
8. Ulangi langkah tersebut dengan setiap rute-rute awal didapat dari langkah sebelumnya, tetapi pada saat mencari rute ke-n, cari yang bobotnya lebih besar daripada rute ke-n yang didapatkan sebelumnya. Variabel n yang dimaksud adalah batasan transit yang sudah ditetapkan sebelumnya.

Dengan cara tersebut akan ditemukan harga tiket penerbangan manakah yang termurah yang menghubungkan kota asal ke kota tujuan.

### 3.3. Perhatian khusus dan Tambahan

Terdapat hal-hal yang perlu diperhatikan dalam penggunaan algoritma ini.

- Waktu rute penerbangan dan rute transit harus diperhitungkan. Itu berarti harga tiket juga bisa berbeda dan/atau bukan lagi menjadi yang termurah pada saat itu
- Diperlukan waktu untuk memproses pencarian *database* yang bisa melayani batasan transit yang ditentukan

Berdasarkan analisa pada algoritma yang tadi dibahas, maka diperlukan beberapa *database* yang harus dipersiapkan oleh program, yaitu *database* untuk menyimpan bagian dari *database* penerbangan yang kita perlukan, *database* untuk mencatat harga dan setiap rute yang dilakukan, dan *database* untuk mencatat harga termurah dan rute yang dilakukan untuk mendapatkan harga termurah tersebut.

## IV. STUDI KASUS

Studi kasus yang akan dikerjakan kali ini adalah sebagai berikut.

### 4.1. Studi Kasus I

Seorang penumpang ingin membeli tiket dari kota A ke kota C. Dia memberi batasan maksimal transit adalah 2 kali transit. Dengan pencarian otomatis didapatkan bagian dari seluruh *database* yang menjadi *database* kita, yaitu *database* yang tertulis pada bagian sebelumnya (Tabel 1). Dari *database* tersebut, dapat dibuat graf sepeerti yang terdapat di bagian sebelumnya (Gambar 3).

Dengan algoritma yang kita tetapkan sebelumnya. Kita dapat menemukan hal-hal sebagai berikut.

- i. Penerbangan langsung A ke C memiliki harga Rp1.859.000,-.  
Harga termurah sekarang: Rp1.859.000,-.
- ii. Dari A, penerbangan termurah adalah menuju D. Dari D, penerbangan termurah adalah menuju B. Dan dari B, penerbangan termurah adalah menuju C.  
Total harga yang didapatkan  
= Rp638.700,- + Rp837.200,- + Rp290.000,-  
= Rp1.765.900,-.  
Harga termurah sekarang: Rp1.765.900,-.
- iii. Dari A, penerbangan termurah kedua adalah menuju B. Dari B, penerbangan termurah adalah menuju C.  
Total harga yang didapatkan  
= Rp745.000,- + Rp290.000,-  
= Rp1.035.000,-.  
Harga termurah sekarang: Rp1.035.000,-.
- iv. Dari A, penerbangan termurah adalah menuju D. Dari D, penerbangan termurah kedua adalah menuju C.  
Total harga yang didapatkan  
= Rp638.700,- + Rp978.000,-  
= Rp1.616.700,-.  
Harga termurah sekarang: Rp1.035.000,-.
- v. Dari A penerbangan termurah kedua adalah menuju B. Dari B, penerbangan termurah kedua adalah menuju D. Dari D, penerbangan kedua adalah menuju C.  
Total harga yang didapatkan  
= Rp745.000,- + Rp547.000,- + Rp978.000,-  
= Rp2.270.000,-.  
Harga termurah sekarang: Rp1.035.000,-.

Dari perhitungan tersebut, ditemukan bahwa harga tiket termurah yang bisa didapatkan penumpang tersebut untuk terbang dari A ke C adalah Rp1.035.000,-. Harga yang didapatkan tersebut merupakan harga tiket penerbangan termurah untuk masing-masing rute A-B dan B-C. Dalam hal ini, penumpang tersebut akan transit sebanyak satu kali di kota B sebelum tiba di kota C.

### 4.2. Studi Kasus II

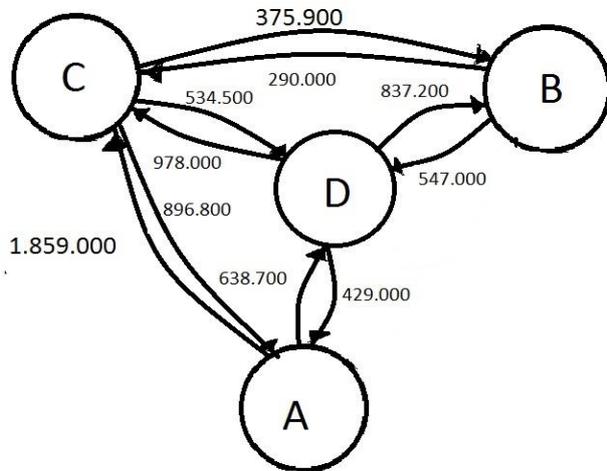
Di saat yang sama dengan studi kasus I, seorang penumpang ingin pergi dari kota D ke kota C. Dia memberi batasan transit sebanyak satu kali. Dari hasil pencarian ditemukan *database* berikut ini.

Asal	Tujuan	Harga tiket termurah
A	C	Rp1.859.000,-
A	D	Rp638.700,-
B	C	Rp290.000,-
B	D	Rp547.000,-
C	A	Rp896.800,-
C	B	Rp375.900,-
C	D	Rp534.500,-

D	A	Rp429.000,-
D	B	Rp837.200,-
D	C	Rp978.000,-

Tabel 2: Tabel database studi kasus II

Dengan database tersebut, dapat dibentuk graf sebagai berikut.



Gambar 4: Graf untuk Studi Kasus II

Dengan menggunakan algoritma yang kita tetapkan sebelumnya, kita dapat menemukan.

- i. Penerbangan langsung D ke C memiliki harga tiket Rp978.000,-.  
Harga tiket termurah sekarang: Rp978.000,-.
- ii. Dari D, penerbangan termurah adalah menuju A. Dari A, penerbangan termurah menuju D.  
Total harga yang didapatkan  
= Rp429.000,- + Rp1.859.000,-  
= Rp2.288.000,-.  
Harga tiket termurah sekarang: Rp978.000,-.
- iii. Dari D, penerbangan termurah kedua adalah menuju B. Dari B, penerbangan termurah adalah menuju C.  
Total harga yang didapatkan  
= Rp837.200,- + Rp290.000,-  
= Rp1.127.200,-.  
Harga tiket termurah sekarang: Rp978.000,-.

Dari perhitungan tersebut, ditemukan bahwa harga tiket termurah yang bisa didapatkan penumpang untuk terbang dari D ke C adalah Rp978.000,-. Dalam hal ini, penumpang hanya perlu menaiki penerbangan langsung rute D-C tanpa perlu transit dimanapun.

## V. KESIMPULAN

Teori graf dan modifikasi dari algoritma Prim sangat berguna untuk menentukan rute penerbangan termurah pada agen penyusun perjalanan udara daring. Tetapi, perlu diperhatikan bahwa graf hanya bisa dibuat pada suatu waktu sehingga harus diperhatikan waktu penerbangan dan transit karena harga penerbangan yang tersedia saat

itu belum tentu yang termurah dan bisa saja berubah. Selain itu juga diperlukan pengelolaan memori yang lebih banyak, mengingat proses ini memerlukan beberapa database.

## VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Saya mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yesus Kristus, atas berkat dan kasih-Nya yang selalu melimpah dalam hidup saya. Puji Tuhan apabila saya dapat menyelesaikan makalah ini dengan baik. Saya mengucapkan terima kasih kepada Bapak Rinaldi dan Ibu Harlili sebagai dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit. Saya juga mengucapkan terima kasih kepada orang tua saya dan keluarga saya yang telah mendukung saya dalam doa.

## REFERENSI

- [1] Kenneth H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Application*. 7th Edition. New York: McGraw-Hill, 2012.
- [2] Rinaldi Munir, *Diktat Kuliah IF2120: Matematika Diskrit*. Bandung: Program Studi Teknik Informatika Sekolah Teknik Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung, 2006.
- [3] <http://ovieciinduts.blogspot.co.id/2012/01/teori-graf.html>  
Waktu akses: 8 Desember 2015 pukul 22.10 WIB

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2015

Jeremia Kavin Raja Parluhutan - 13514060