

Aplikasi Teori Graf dalam Penggunaan Cairan Pendingin pada Proses Manufaktur

Steffi Indrayani / 13514063
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13514063@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang sudah digunakan sejak dahulu dan banyak sekali diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Teori graf sering kali digunakan untuk menyatakan hubungan suatu objek yang satu dengan objek yang lain, lintasan, dan aliran. Makalah ini akan membahas penerapan teori graf dalam industri, yaitu proses manufaktur, lebih spesifik lagi akan dijelaskan mengenai penyaluran cairan pendingin dalam suatu pabrik, dimana cairan pendingin harus disalurkan secara menyeluruh ke semua bagian produksi agar menghasilkan produksi yang maksimum.

Kata Kunci—Aliran Maksimum, Cairan Pendingin, Ford-Fulkerson, Graf,

I. PENDAHULUAN

Dewasa ini, seiring bertambahnya dengan jumlah penduduk di bumi, maka bertambah juga permintaan terhadap barang-barang yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari, Hal ini membuat perusahaan manufaktur harus terus memproduksi barang dengan kualitas yang tinggi dalam waktu yang cepat. Proses manufaktur dengan spesifikasi tersebut sangat membutuhkan alat yang canggih dan melibatkan alat-alat permesinan.

Di dalam proses manufaktur yang mencakup permesinan tersebut, untuk mencapai kualitas produk yang lebih tinggi dengan tetap menjaga ketahanan mesin, dibutuhkan suatu proses pendinginan. Proses pendinginan tersebut melibatkan cairan pendingin atau biasa disebut *coolant*.

Dalam rangkaian produksi pada proses manufaktur, proses pendinginan dengan cairan pendingin tersebut harus terus menerus digunakan untuk memastikan keberjalanan produksi terpenuhi dan kualitas produk serta mesin terjaga. Aliran cairan pendingin harus dapat mencapai seluruh bagian dari rangkaian produksi.

Untuk memastikan hal tersebut, maka diterapkan teori graf, lebih spesifik lagi penggunaan graf dalam menggambarkan aliran cairan pendingin dari sumber ke penampungan. Aliran tersebut melewati berbagai pipa agar cairan pendingin dapat disalurkan langsung melewati mesin yang membutuhkannya.

Dengan panjang pipa yang telah diatur sedemikian

rupa, cairan pendingin harus dapat mengalir semangkus dan sesangkil mungkin melewati pipa untuk hasil pendinginan yang maksimal. Oleh karena itu, selain menerapkan teori graf yang digunakan untuk mengilustrasikan aliran cairan pendingin, diterapkan juga pemecahan masalah aliran maksimum atau *maximum flow problem* dalam graf untuk menghasilkan keluaran yang maksimal. Pada penerapannya, aliran maksimum diimplementasikan dengan algoritma Ford-Fulkerson.

II. LANDASAN TEORI

Dalam bab ini akan dijabarkan tiga upabab yang berisi teori-teori dasar mengenai Teori Graf, Aliran Maksimum dan Algoritma Ford-Fulkerson, dan Cairan Pendingin pada Proses Manufaktur.

2.1 TEORI GRAF

Graf merupakan suatu objek dalam teori graf yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Graf terdiri dari pasangan himpunan tak kosong simpul (*vertex*) dan himpunan sisi (*edge*) yang menghubungkan sepasang simpul. Secara matematis Graf G memiliki notasi $G = (V, E)$ dengan V adalah simpul dan E adalah sisi. Graf menurut arahnya dibagi menjadi dua jenis, yaitu graf berarah dan graf tak berarah.



Gambar 1. Graf tak berarah

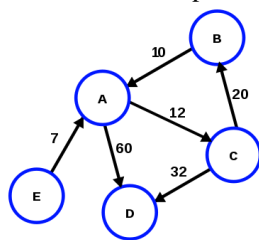
Sumber : http://sha-essa.blogspot.co.id/2011/12/teori-graph_21.html

Graf memiliki beberapa terminologi dasar. Istilah yang

sering digunakan adalah bertetangga, bersisian, derajat, lintasan, sirkuit, dan graf berbobot.

Bertetangga berarti dua buah simpul terhubung langsung dengan satu sisi, contohnya pada gambar 1, simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3, sedangkan suatu sisi dikatakan bersisian dengan suatu simpul jika sisi tersebut menghubungkan simpul tersebut dengan simpul yang lain, contohnya simpul 1 bersisian dengan sisi e_1 , e_3 , dan e_4 . Derajat merupakan banyaknya sisi yang bersisian pada suatu simpul, contohnya simpul 1 berderajat 3.

Lintasan adalah kumpulan beberapa sisi dari simpul awal ke simpul tujuan dengan panjang tertentu, sedangkan sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir di simpul yang sama. Contoh lintasan pada graf Gambar 1 adalah lintasan dari graf 1 ke 4 adalah 1, 2, 4 dengan panjang lintasan 2. Graf berbobot adalah graf yang memiliki harga atau bobot di setiap sisinya.



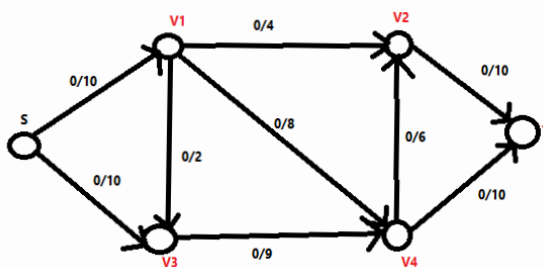
Gambar 2. Graf berbobot dan berarah
Sumber : <https://commons.wikimedia.org/wiki>

Graf berbagai macam aplikasi dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu masalah yang dipecahkan oleh graf adalah mengenai aliran maksimum (*maximum-flow*). Penjelasan lebih lanjut mengenai aliran maksimum akan dibahas pada upabab selanjutnya.

2.2 ALIRAN MAKSIMUM DAN ALGORITMA FORD-FULKERSON

Aliran maksimum (*maximum-flow*) suatu sistem ditinjau untuk mengetahui jumlah maksimum yang dapat dilalui oleh suatu aliran tertentu dari sebuah sumber ke sebuah tampungan, dengan jumlah yang dialirkan dari sumber sama dengan jumlah yang berada dalam tampungan. *Maximum-flow problem* seringkali digunakan untuk mengoptimasi suatu sistem agar sistem tersebut menghasilkan produksi semaksimal mungkin.

Misal diberikan sebuah graf berbobot dan berarah seperti pada gambar berikut



Gambar 3. Graf Aliran Berbobot dan Berarah
Sumber : Dokumen Pribadi

Graf tersebut menunjukkan aliran yang berasal dari suatu sumber (*source*) S ke penampungan (*sink*) T dengan melewati keempat simpul, yaitu $V1$, $V2$, $V3$, dan $V4$. Anggap sisi-sisi pada graf sebagai pipa. Pada setiap pipa terdapat bobot. Bobot tersebut menunjukkan jumlah aliran (*flow*) yang telah melewati pipa dari sumber menuju penampungan, serta kapasitas maksimum aliran (*capacity*) yang dilewati oleh sebuah pipa. Kedua bobot tersebut dituliskan dengan cara jumlah aliran di sebelah kiri dan kapasitas dituliskan sebelah kanan, keduanya dibatasi dengan garis miring '/' atau garis lurus '|'.

Dari graf tersebut di atas, akan dicari aliran maksimum yang mungkin dari sumber S ke penampungan T dengan syarat sebagai berikut:

- Jumlah aliran pada pipa tidak melebihi jumlah kapasitas pipa
- Jumlah aliran yang masuk dari satu simpul ke simpul lain sama.

Untuk mencari aliran maksimum pada graf tersebut bukanlah hal mudah. Harus diperhatikan bahwa setiap sisi memiliki kapasitas yang berbeda-beda, sedangkan jumlah aliran yang melewati pipa dari sumber ke penampungan haruslah sama sehingga aliran maksimum bukan hanya mengenai kapasitas satu sisi, melainkan memperhitungkan kapasitas banyak sisi. Selain itu, sebagian besar simpul berderajat lebih dari satu, artinya aliran mengalami percabangan sehingga perhitungannya menjadi lebih rumit.

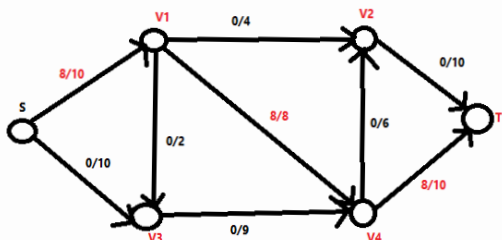
Oleh karena itu, dibuatlah sebuah algoritma yang dapat memecahkan persoalan aliran maksimum ini. Salah satu algoritma paling terkenal adalah Algoritma Ford-Fulkerson. Algoritma ini ditemukan oleh Algoritma ini memecahkan masalah dengan cara mencari lintasan dari sumber ke penampungan yang masih memiliki kapasitas untuk dilewati sehingga aliran bisa melewati lintasan tersebut dengan jumlah semaksimal mungkin.

Langkah-langkah dalam melakukan algoritma Ford-Fulkerson untuk mencari aliran maksimum adalah sebagai berikut:

- Menginisialisasi jumlah aliran dari sumber S ke penampungan T pada setiap sisi dengan 0.
- Mencari lintasan augmenting. Lintasan augmenting merupakan lintasan yang berasal dari simpul sumber menuju simpul penampungan. Lintasan augmenting terbagi menjadi dua, yakni lintasan dengan sisi selanjutnya belum penuh (*non-full forward-edges*), atau lintasan dengan sisi sebaliknya tidak kosong (*non-empty backward-edge*). Sisi belum penuh berarti jumlah aliran lebih kecil sama dengan kapasitas. Sisi tidak kosong berarti jumlah aliran lebih besar nol.

Misalkan pada Gambar 3, lintasan S , $V1$, $V2$, T merupakan lintasan augmenting. Begitu juga dengan lintasan S , $V1$, $V4$, T .

- iii. Selama masih ada lintasan augmenting, proses perhitungan terus berjalan. Perhitungan dilakukan berdasarkan kapasitas terkecil pada sisi dalam lintasan augmenting (*bottleneck capacity*). Misalkan pada Gambar 3, pada lintasan $S, V1, V4, T$, kapasitas terkecil dimiliki oleh sisi $e = (V1, V4)$ yaitu 8. Oleh karena itu, jumlah aliran maksimum yang dapat dilalui oleh lintasan tersebut adalah 8. Bobot pada sisi pun berubah menjadi seperti ini.



Gambar 4. Graf aliran dengan salah satu lintasan augmenting telah dilalui
Sumber : Dokumen Pribadi

Lihat pada gambar di atas setiap sisi pada lintasan telah memiliki jumlah aliran sebanyak 8. Jika jumlah aliran lebih kecil kapasitas, maka sisi masih dapat dilalui, sebaliknya jika sudah penuh, maka sisi tidak dapat dilalui lagi. Oleh karena lintasan tersebut sudah memiliki sisi yang penuh, maka harus kembali dicari lintasan augmenting yang baru.

- iv. Langkah (ii) dan (iii) dilakukan sampai lintasan augmenting sudah tidak ada.
- v. Menjumlahkan semua jumlah aliran maksimum pada setiap lintasan augmenting.

Langkah algoritma tersebut pada *pseudocode* dituliskan sebagai berikut:

```

FORD-FULKERSON(G, s, t)
  for each edge (u,v) in E(G)
    do f[u, v] = 0
       f[v, u] = 0
  while there is a path p from s to t
  in the residual network Gf
    do m = min{c(u, v) - f[u, v] : (u,
v) is on p}
       for each edge (u, v) on p
         do f[u, v] = f[u, v] + m
            f[v, u] = - f[u, v]

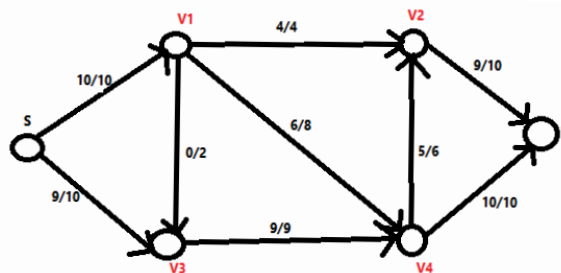
```

Gambar 5. *Pseudocode* Algoritma Ford-Fulkerson
Sumber : Introduction to algorithms 2nd Edition

Perlu diperhatikan bahwa dalam pemilihan lintasan augmenting, penghitung yang satu dengan yang lain dapat menghasilkan lintasan augmenting yang berbeda-beda, namun aliran maksimum total yang didapat hasilnya akan sama.

Setelah menerapkan algoritma Ford-Fulkerson di atas

pada Graf seperti pada Gambar 3, aliran maksimum yang dihasilkan adalah 19 dan bobot pada masing-masing sisi menjadi sebagai berikut:



Gambar 5. Graf aliran maksimum
Sumber : Dokumen Pribadi

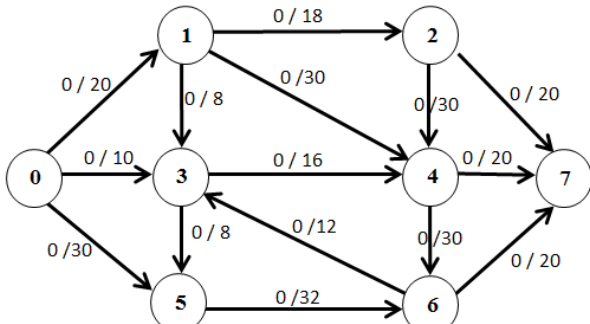
2.3 CAIRAN PENDINGIN ATAU COOLANT DALAM PROSES MANUFAKTUR

Cairan pendingin digunakan dalam proses manufaktur sebagai media penghilang panas. Penghilangan panas dalam proses permesinan memiliki beberapa kegunaan. Cairan pendingin selain mengurangi resiko kerusakan pada benda yang disebabkan oleh panas dan gesekan, juga memperbaiki hasil akhir yang dihasilkan. Selain memperbaiki hasil pengerjaan, pengurangan gesekan dan panas dari proses permesinan juga akan menambah umur alat-alat yang digunakan selama proses, sehingga akan mengurangi biaya yang dibutuhkan untuk mengganti alat-alat pengerjaan.

Dalam suatu pabrik, dimana aliran cairan pendingin harus dialirkan ke semua bagian dari proses produksi, digunakan sistem penyaluran dari suatu sumber yang meznyebar ke pipa-pipa yang akan mengalirkan cairan pendingin ke tempat yang membutuhkan, sampa akhirnya cairan pendingin yang telah disemprotkan, akan dikumpulkan kembali ke suatu tempat untuk digunakan kembali.

III. ALIRAN MAKSIMUM CAIRAN PENDINGIN PADA PROSES MANUFAKTUR

Diberikan suatu perangkat mesin manufaktur sebagai berikut.



Gambar 6. Ilustrasi Aliran Cairan Pendingin
Sumber : Dokumen Pribadi

Dari graf tersebut, ditunjukkan bahwa cairan pendingin mengalir pada pipa. Pipa dilambangkan dengan sisi, sedangkan arahnya melambangkan aliran cairan pendingin. Simpul 0 melambangkan sumber cairan pendingin sehingga dari situlah cairan pendingin pertama kali dialirkan, kemudian cairan pendingin pada akhirnya akan ditampung kembali pada simpul 7 atau simpul penampungan. Cairan pendingin ditampung agar dapat digunakan kembali.

Simpul 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 melambangkan mesin yang akan dilalui oleh cairan pendingin. Masing-masing mesin memiliki ukuran dan spesifikasi yang berbeda sehingga beda mesin, beda pula jumlah cairan pendingin yang harus melewatinya. Perbedaan ini kemudian berimplikasi pada ukuran pipa atau kapasitas pipa untuk dilewati cairan pendingin. Pipa diatur sedemikian rupa sehingga selain mengikuti alur mesin manufaktur, sistem menjadi lebih sangkil dan jumlah cairan pendingin yang melalui mesin tertentu tidak melebihi ketentuan. Contohnya mesin 2 dilalui cairan pendingin lebih sedikit daripada mesin 5. Hal tersebut sudah menunjukkan perbedaan mesin dalam menerima cairan pendingin yang melaluinya.

Langkah selanjutnya, setelah menyusun pipa untuk aliran cairan pendingin dan menghitung kapasitasnya, harus dihitung jumlah cairan pendingin yang mengalir dalam sekali aliran. Jumlah cairan pendingin disesuaikan dengan semua kebutuhan mesin sehingga tidak berlebih dan sistem pendinginan menjadi lebih sangkil. Cara perhitungan yang paling tepat adalah dengan menghitung aliran maksimumnya.

Aliran maksimum dihitung sehingga mendapatkan jumlah cairan pendingin yang melalui semaksimal mungkin dengan kapasitas yang ada sehingga menghasilkan kinerja mesin yang semaksimal mungkin. Seperti yang sudah dibahas pada bab sebelumnya, aliran maksimum cairan pendingin dapat dihitung dengan

metode algoritma Ford-Fulkerson. Pada upabab 2.2, sudah dituliskan langkah-langkah penggunaan algoritma Ford-Fulkerson.

Langkah pertama adalah inisialisasi dengan membuat semua nilai jumlah aliran dari simpul 0 ke simpul 7 pada setiap sisi atau pipa menjadi sama dengan nol. Pada Gambar 6 dapat dilihat bahwa semua nilai jumlah aliran adalah nol.

Setelah inisialisasi, langkah selanjutnya adalah mencari lintasan augmenting. Misalkan lintasan augmenting pertama yang dipilih adalah lintasan 0, 1, 4, 7.

$$(0) \rightarrow 0/20 \rightarrow (1) \rightarrow 0/30 \rightarrow (4) \rightarrow 0/20 \rightarrow (7)$$

Pada lintasan augmenting pertama ini, dapat dilihat bahwa kapasitas terkecil adalah 20. Maka jumlah aliran dibuat menjadi sama dengan kapasitas terkecil pada lintasan ini. Dengan lintasan augmenting ini, dianggap cairan pendingin sudah mengalir sehingga jumlah aliran berubah menjadi seperti ini:

$$(0) \rightarrow 20/20 \rightarrow (1) \rightarrow 20/30 \rightarrow (4) \rightarrow 20/20 \rightarrow (7)$$

Penuh Penuh

Sisi atau pipa $e = (0,1)$ dan $(4,7)$ sudah dialirkan sebanyak 20 dan kapasitasnya juga 20 sehingga kedua pipa tersebut sudah dianggap penuh. Lintasan ini sudah tidak dapat digunakan sebagai lintasan augmenting sehingga harus mencari lintasan lain. Perlu dicatat bahwa aliran maksimum pada lintasan ini adalah 20 sehingga sudah terdapat 20 cairan pendingin pada simpul penampungan 7.

Lintasan augmenting selanjutnya yang dipilih adalah lintasan 0, 2, 5, 1, 4, 7.

$$(0) \rightarrow 0/10 \rightarrow (3) \rightarrow 0/16 \rightarrow (4) \leftarrow 20/30 \leftarrow (1) \rightarrow 0/18 \rightarrow (2) \rightarrow 0/20 \rightarrow (7)$$

Perlu diperhatikan bahwa pipa atau sisi $e = (1,4)$ memiliki arah yang berbeda pada lintasan ini. Namun jangan lupa bahwa lintasan augmenting selain lintasan dengan arah ke depan, sisi pada lintasan augmenting juga bisa memiliki arah sebaliknya atau arahnya dibalik dengan syarat jumlah aliran lebih besar dari nol. Sisi $e = (1,4)$ memiliki jumlah aliran 20 pada lintasan augmenting selanjutnya sehingga arahnya dapat dibalik dalam lintasan augmenting ini.

Perhatikan bahwa kapasitas paling kecil adalah sepuluh. Seperti pada lintasan augmenting sebelumnya, melakukan penambahan jumlah aliran, kecuali pada sisi $e = (1,4)$ nilai aliran dikurangi karena berada pada arah sebaliknya. Aliran maksimum pada lintasan augmenting ini yang telah ditampung pada simpul penampungan 7 adalah 10. Bentuk lintasan augmenting menjadi sebagai berikut.

$$(0) \rightarrow 10/10 \rightarrow (3) \rightarrow 10/16 \rightarrow (4) \leftarrow 10/30 \leftarrow (1) \rightarrow 0/18 \rightarrow (2) \rightarrow 0/20 \rightarrow (7)$$

Penuh

$$(1) \text{---}10/18\text{---}>(2) \text{---}10/20\text{---}>(7)$$

Oleh karena lintasan ini sudah memiliki sisi yang penuh, maka perlu dicari lintasan augmenting yang baru. Lintasan augmenting lain yang dipilih adalah lintasan 0, 5, 6, 7.

$$(0) \text{---}0/30\text{---}>(5) \text{---}0/32\text{---}>(6) \text{---}0/20\text{---}>(7)$$

Aliran maksimum pada lintasan augmenting adalah 20 dan telah ditampung pada simpul penampungan 7. Karena lintasan ini memiliki sisi yang sudah penuh, maka harus dicari lintasan augmenting selanjutnya.

$$(0) \text{---}20/30\text{---}>(5) \text{---}20/32\text{---}>(6) \text{---}20/20\text{---}>(7)$$

Penuh

Lintasan augmenting selanjutnya yang dipilih adalah lintasan 0, 5, 6, 3, 4, 1, 2, 7. Perlu diingat bahwa beberapa sisi sudah pernah termasuk dalam lintasan augmenting sebelumnya sehingga cairan pendingin telah dialirkan sebelumnya ke pipa atau sisi tersebut. Namun karena belum penuh, maka sisi atau pipa tersebut dapat digunakan kembali menjadi lintasan augmenting. Perlu diingat juga untuk sisi atau pipa $e = (1,4)$ arahnya sudah dibalik.

$$(0) \text{---}20/30\text{---}>(5) \text{---}20/32\text{---}>(6) \text{---}0/12\text{---}>$$

$$(3) \text{---}10/16\text{---}>(4) \text{---}10/30\text{---}>(1) \text{---}10/18\text{---}>$$

$$(2) \text{---}10/20\text{---}>(7)$$

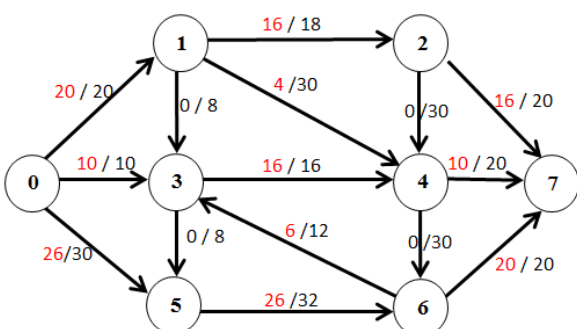
Dari lintasan augmenting di atas, dapat dilihat bahwa kapasitas minimum dimiliki oleh sisi $e = (6,3)$ yaitu 12, namun perlu ditinjau kembali pada sisi $e = (3,4)$ bahwa sisi tersebut sudah dialirkan sebanyak 10 sehingga dari kapasitas yang tersisa adalah 6. Aliran maksimum pada lintasan augmenting ini menjadi 6.

$$(0) \text{---}26/30\text{---}>(5) \text{---}26/32\text{---}>(6) \text{---}6/12\text{---}>$$

$$(3) \text{---}16/16\text{---}>(4) \text{---}4/30\text{---}>(1) \text{---}16/18\text{---}>$$

Penuh (2) ---16/20--->(7)

Lintasan ini sudah tidak bisa digunakan sebagai lintasan augmenting. Perlu dicari lagi lintasan augmenting yang baru, namun perlu diperiksa apakah masih ada lintasan augmenting yang memenuhi.



Gambar 7. Ilustrasi Aliran Maksimum Cairan Pendingin pada Proses Manufaktur
Sumber : Dokumen Pribadi

Dapat dilihat pada gambar di atas bahwa walaupun masih ada sisi dengan jumlah aliran lebih kecil sama dengan kapasitasnya, namun sudah tidak ada lintasan augmenting yang memungkinkan karena tidak ada lintasan yang memenuhi dari simpul 0 ke simpul 7. Dengan begini pemrosesan pada lintasan augmenting.

Dari keempat lintasan augmenting yang telah diproses, terdapat empat aliran maksimum. Aliran maksimum pada masing-masing lintasan augmenting dijumlahkan.

$$\begin{aligned} \text{Aliran Maksimum Cairan Pendingin} = & \\ & \text{Aliran Maksimum Lintasan Augmenting I} + \\ & \text{Aliran Maksimum Lintasan Augmenting II} + \\ & \text{Aliran Maksimum Lintasan Augmenting III} + \\ & \text{Aliran Maksimum Lintasan Augmenting IV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Aliran Maksimum Cairan Pendingin} = & \\ & 20 + 10 + 20 + 6 = 56 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah cairan pendingin maksimum yang dapat dimasukan pada sistem pendinginan mesin manufaktur di atas adalah 56. Cairan pendingin tersebut dipastikan masuk dari sumber ke penampungan.

IV. KESIMPULAN

Dalam suatu bidang industri, khususnya industri manufaktur, penggunaan cairan pendingin atau *coolant* merupakan suatu bagian yang esensial dalam setiap langkah produksi. Dengan berbagai hal yang dapat diraih dengan penggunaan cairan pendingin seperti kualitas produk yang lebih tinggi dan alat-alat pengerjaan yang lebih awet, penggunaan cairan pendingin menjadi suatu hal yang harus dicapai dalam upaya meningkatkan kualitas produksi. Untuk memastikan lancarnya aliran cairan pendingin ke setiap bagian produksi dapat mengaplikasikan teori graf. Pengaplikasian teori graf ditujukan agar cairan pendingin dapat dialirkan sesangkil dan semangkus mungkin ke semua bagian yang membutuhkan. Aliran maksimum atau *maximum-flow* digunakan untuk meninjau jumlah maksimum yang dapat dialirkan dari suatu sumber ke sebuah tampungan. Algoritma yang umumnya digunakan dalam menghitung masalah ini adalah algoritma Ford-Fulkerson. Algoritma ini memecahkan masalah dengan cara mencari lintasan dari sumber ke penampungan yang masih memiliki kapasitas untuk dilewati sehingga aliran bisa melewati lintasan tersebut dengan jumlah semaksimal mungkin. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan pada bab 3 terhadap gambar 6 yang merupakan ilustrasi dari aliran cairan pendingin sebuah pabrik, aliran maksimum yang dapat dialiri didapat dari hasil penjumlahan aliran maksimum lintasan augmenting I-IV dengan total 56.

Dengan algoritma Ford-Fulkerson, peneliti dapat menghitung aliran maksimum dari cairan pendingin agar dapat diaplikasikan langsung ke sebuah pabrik manufaktur. Aliran cairan pendingin yang dibuat sedemikian rupa sehingga menjadi sesangkil dan semangkus mungkin ini membuat pabrik dapat menjamin kualitas tinggi dari setiap produknya dan menjamin lancarnya proses produksi.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis sampaikan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan rahmat-Nya, penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan sebaik-baiknya. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada Dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit, Dr. Rinaldi Munir, S.T., M.T. dan Dra. Harlili yang telah membimbing penulis selama satu semester dalam mata kuliah tersebut. Selain itu, penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada pembaca, semoga makalah ini bermanfaat bagi pembaca.

REFERENCES

- [1] http://mathinsight.org/definition/graph_vertex. Diakses pada tanggal 6 Desember 2015.
- [2] Cormen, Thomas, et. al. 2009. *Introduction of Algorithm*. Masshacusssets: Masshcaussets Institute of Technology.
- [3] <http://www.geeksforgeeks.org/ford-fulkerson-algorithm-for-maximum-flow-problem/>. Diakses pada tanggal 8 Desember 2015.
- [4] <https://web.stanford.edu/class/cs97si/08-network-flow-problems.pdf> Diakses pada tanggal 7 Desember 2015.
- [5] <https://community.topcoder.com/tc?module=Static&d1=tutorials&d2=maxFlow>. Diakses pada tanggal 8 Desember 2015.
- [6] <https://www.scribd.com/doc/101934623/Cairan-Pendingin-pada-Proses-Manufaktur>. Diakses pada tanggal 8 Desember 2015.
- [7] Munir, Rinaldi. 2006. *Diktat Kuliah IF2120 Matematika Diskrit*. Bandung : Institut Teknolgi Bandung.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 10 Desember 2015

ttd



Steffi Indrayani/13514063