

Aplikasi Kombinatorial dan Peluang Diskrit dalam Permainan Poker

Verisky Mega Jaya - 13514018¹
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
¹veriskymj@s.itb.ac.id

Abstrak—Makalah ini membahas mengenai aplikasi teori kombinatorial pada permainan kartu *Texas Hold 'em Poker*. Teori kombinatorial digunakan untuk menghitung peluang kemungkinan munculnya kartu yang diinginkan. Dengan mengetahui peluang keluarnya kartu, dapat ditentukan kapan harus ikut dalam permainan dan kapan saat harus melipat kartu, membuat kemungkinan memenangkan permainan lebih besar.

Kata kunci—*Flush, Kombinasi, Kombinatorial, Texas Hold 'em Poker, Straight*.

I. PENDAHULUAN

Texas Hold 'em Poker merupakan salah satu jenis permainan poker yang populer yang banyak dimainkan di dunia hingga saat ini. Meskipun terkait erat dengan taruhan, bermain poker tidak harus selalu menggunakan taruhan dengan uang sungguhan. Beberapa judul permainan yang terkenal seperti Zynga Poker memungkinkan kita bermain poker tanpa mengeluarkan uang sedikitpun, karena taruhan menggunakan uang mainan yang diberikan secara gratis (dan juga tidak dapat ditukar dengan uang sungguhan).

Setiap pemain (biasanya berjumlah 2-9 orang) mendapat 2 buah kartu. Pemain bersaing memenangkan taruhan dengan kombinasi kartu yang dimilikinya dengan 5 buah kartu yang akan dibuka di atas meja. Kemungkinan-kemungkinan kombinasi yang akan terjadi dapat dihitung sebelum permainan dimulai. Dengan kemampuan menghitung peluang kemunculan kartu, maka kemungkinan memenangkan permainan poker akan lebih besar dibandingkan hanya mengandalkan keberuntungan atau perasaan saja.

Kombinatorial dan peluang diskrit merupakan salah satu cabang Matematika Diskrit yang membahas pengaturan objek-objek diskrit dan besarnya peluang suatu kejadian. Cabang ini banyak diaplikasikan dalam banyak hal, termasuk juga dalam permainan poker.

II. KOMBINATORIAL DAN PELUANG DISKRIT

Kombinatorial adalah cabang matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek. Pada dasarnya, untuk menghitung pengaturan objek-objek, kita dapat

mengenumerasi, yaitu menghitung satu-persatu setiap kemungkinan. Namun untuk persoalan dengan objek yang cukup banyak, cara enumerasi tidaklah efisien. Namun dalam kombinatorial, terdapat beberapa cara yang lebih baik.

A. Kaidah Dasar Menghitung

Dua kaidah dasar yang dapat digunakan dalam menghitung semua kemungkinan pengaturan objek yaitu kaidah perkalian dan kaidah penjumlahan.

a. Kaidah perkalian

Kaidah perkalian digunakan jika beberapa percobaan dan semua percobaan dilakukan.

Banyaknya kemungkinan = $p_1 \times p_2 \times \dots \times p_n$

b. Kaidah penjumlahan

Kaidah perkalian digunakan jika beberapa percobaan dan hanya 1 percobaan dilakukan.

Banyaknya kemungkinan = $p_1 + p_2 + \dots + p_n$

B. Permutasi

Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek. Permutasi merupakan bentuk khusus dari aturan perkalian. Permutasi r elemen yang diambil dari n elemen, dengan $r \leq n$, yaitu :

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

C. Kombinasi

Kombinasi merupakan bentuk khusus dari permutasi. Pada kombinasi, urutan kemunculan tidak diperhitungkan. Misalkan abc, acb, dan cba yang dianggap sama dan hanya dihitung sekali. Kombinasi r elemen yang diambil dari n elemen, dengan $r \leq n$, yaitu :

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

D. Permutasi dan kombinasi bentuk umum

Permutasi bentuk umum adalah permutasi yang pada himpunan ganda S , objeknya tidak harus semuanya berbeda.

$$P(n; n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Kombinasi bentuk umum adalah kombinasi yang pada himpunan ganda S, objek nya tidak harus semuanya berbeda.

$$C(n; n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

E. Peluang diskrit

Ruang contoh yaitu semua kemungkinan hasil percobaan. Titik contoh yaitu setiap hasil percobaan pada ruang contoh. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang contoh. Peluang kejadian E didalam ruang contoh S dapat dituliskan :

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \sum_{x_i \in E} p(x_i)$$

III. TEXAS HOLD 'EM POKER



Gambar 1

A. Pengenalan

Tidak banyak diketahui mengenai asal-usul Texas hold 'em, namun diperkirakan permainan ini berasal dari Texas, Amerika Serikat. Permainan poker ini mulai populer di Amerika Serikat sejak tahun 2000-an karena seringnya muncul di televisi, literatur populer, dan internet.

Permainan terdiri dari 2 buah kartu tertutup untuk masing-masing pemain (hanya dapat dilihat masing-masing) dan 5 buah kartu terbuka yang dibuka dalam 3 tahap. Setiap pemain mendapatkan suatu kombinasi 5 buah kartu dari 2 kartu yang dimilikinya dengan kartu yang ada di meja.

Secara garis besar terdapat 4 tahap untuk setiap ronde permainan.

a. Preflop

Pertama-tama dealer membagikan 2 buah kartu tertutup untuk setiap pemain (pemain biasanya berjumlah 2-9 orang). Setelah setiap pemain melihat kartunya masing-masing, pemain giliran pertama menentukan apakah ingin ikut bermain, tidak ikut (mengembalikan kartu), atau menaikkan taruhan. Lalu dilanjutkan ke pemain giliran selanjutnya sampai semua pemain telah mendapat gilirannya. Jika hanya tersisa satu pemain terakhir (tidak ada yang mau ikut taruhan), maka taruhan yang sudah ada di meja menjadi milik pemain tersebut dan ronde dianggap

selesai, tanpa lanjut ke tahap selanjutnya. Tentunya keputusan ini tergantung dengan kartu yang didapat.

b. Flop

Dealer membuka 3 buah kartu diatas meja. Pemain kembali menentukan pilihannya secara bergiliran.

c. Turn

Dealer membuka 1 buah kartu lagi diatas meja. Pemain kembali menentukan pilihannya secara bergiliran.

d. River

Dealer membuka 1 buah kartu terakhir diatas meja. Pemain kembali menentukan pilihannya secara bergiliran.

Jika masih terdapat 2 atau lebih pemain sampai tahap akhir selesai, maka semua pemain tersebut membuka kartunya masing-masing dan membandingkan kombinasi kartu yang didapat dengan kartu yang ada di atas meja. Dari 2 kartu privat dan 5 buah kartu meja diambil 5 buah kartu dengan kombinasi yang paling tinggi. Urutan dasar kartu adalah A, K, J, Q, J, 10, 9, 8 7, 6, 5, 4, 3, 2. Urutan kombinasi yaitu :

1. Straight Flush

Straight flush adalah 5 buah kartu berurutan dengan kembang yang sama. Contohnya yaitu **Q♣ J♣ 10♣ 9♣ 8♣** (urutan kemunculan tidak diperhitungkan). Jika diambil 5 buah kartu dari 52 kartu remi, maka terdapat 40 kemungkinan straight flush, yaitu dengan angka terbesarnya 5 – As (10 buah) dalam 4 kembang berbeda.

Peluang muncul nya straight flush jika dipilih 5 kartu secara acak adalah

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{40}{\binom{52}{5}} = \frac{40}{2,598,960} \approx 0.0015$$

2. Four of a kind

Four of a kind yaitu kemunculan 4 buah kartu dengan nilai yang sama dan 1 buah kartu acak, misalnya **8♣ 8♠ 8♦ 8♥ A♥**.

3. Full house

Full house yaitu kemunculan 3 buah kartu bernilai sama dan 2 kartu lainnya yang sama dengan nilai lainnya, contohnya **3♣ 3♠ 3♦ 6♣ 6♥**.

4. Flush

Flush yaitu kemunculan 5 buah kartu dengan kembang sama, namun tidak berurutan (jika berurutan dianggap *straight flush*), contohnya **K♥ Q♥ 9♥ 5♥ 4♥**.

5. Straight

Straight yaitu 5 buah kartu yang terurut yang terdiri dari minimal 2 buah kembang (jika hanya 1 buah kembang maka termasuk straight flush) contohnya **J♣ 10♠ 9♠ 8♦ 7♥**.

6. Three of a kind

Three of a kind yaitu kombinasi yang terdiri dari 3 buah kartu

yang bernilai sama dan 2 buah kartu lainnya yang berbeda nilai, contohnya $4\heartsuit 4\clubsuit 4\spadesuit Q\heartsuit 6\heartsuit$.

7. Two pair

Two pair yaitu kombinasi yang terdiri dari 2 buah kartu bernilai m dan 2 buah kartu lainnya yang bernilai n dan 1 kartu bernilai o, dimana $n \neq m \neq o$, contohnya $K\clubsuit K\heartsuit 10\clubsuit 10\spadesuit 2\clubsuit$.

8. One pair

One pair yaitu kombinasi yang terdiri dari 2 buah kartu bernilai sama dan tiga buah kartu lainnya yang bernilai berbeda, contohnya $K\clubsuit K\heartsuit J\spadesuit 10\clubsuit 2\clubsuit$.

9. High card

High card atau no-pair adalah kombinasi kartu yang tidak memenuhi semua kondisi sebelumnya, contohnya $K\clubsuit 3\heartsuit J\spadesuit 10\clubsuit 2\clubsuit$.

IV.

IV. APLIKASI PELUANG DISKRIT DALAM TEXAS HOLD 'EM POKER

A. Starting hand (kartu awalan)

Sebelumnya telah dijelaskan bagaimana mekanisme dasar permainan poker. Aplikasi peluang diskrit pada poker dapat digunakan sejak 2 kartu awal dibagikan. Bisa dibayangkan, tentu lebih mudah mendapatkan kombinasi *three of a kind* jika 2 kartu awal yang didapat adalah kartu yang bernilai sama (*two pair*) dibandingkan dengan 2 kartu yang berbeda, dimana kita hanya butuh 1 kartu lagi yang bernilai sama. Begitu pula jika kartu awal dengan kembang sama, maka akan lebih besar peluang mendapatkan *flush*, dibandingkan dengan 2 kartu berbeda kembang. Dari sini didapatkan asumsi beberapa kartu yang dianggap mempunyai peluang lebih untuk menang. Beberapa peluang untuk mendapatkan kartu tertentu :

a. Pair (kartu kembar)

Dua buah kartu yang bernilai sama dapat dipilih dari 4 buah kartu $C(4, 2)$. Karena terdapat 13 buah nilai yang berbeda, maka peluang mendapatkan kartu kembar ketika dibagikan 2 kartu awal adalah :

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{13 \times C(4, 2)}{C(52, 2)} = \frac{78}{1326} \approx 0.05882$$

Perbandingan 16 : 1

b. Suited (kartu berkembang sama)

Terdapat 4 jenis kembang kartu dengan masing-masing berjumlah 13. Sehingga dapat dipilih 2 dari 13 kartu, $C(13, 2)$ sebanyak 4 kali. Sehingga peluangnya mendapatkan 2 buah kartu dengan kembang sama yaitu.

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{4 \times C(13, 2)}{C(52, 2)} = \frac{312}{1326} \approx 0.2353$$

c. Kartu lainnya

Kartu lainnya yaitu yang tidak *pair* dan tidak berkembang sama.

$$p(E) = 1 - 0.05882 - 0.2353 \approx 0.7059$$

B. Peluang pada Flop

Setelah menerima 2 kartu awal, maka dealer akan membuka 3 buah kartu sekaligus di atas meja, maka akan ada beberapa kemungkinan kombinasi yang muncul.

a. Three of a kind jika mempunyai pair.

Dua kartu awal yang kembar memiliki peluang cukup besar dan sangat diharapkan untuk menjadi *three of a kind*. Karna 2 kartu sudah didapat, maka tersisa 2 kartu lagi pada dek yang bernilai sama. Peluang bahwa dua kartu yang tersisa tidak muncul pada flop adalah :

$$p(E) = \frac{48 \times 47 \times 46}{50 \times 49 \times 48} = \frac{78}{1326} \approx 0.8824$$

Sehingga peluangnya munculnya *three of a kind* atau lebih baik, pada flop jika mempunyai kartu kembar adalah

$$1 - p(E) \approx 0.1175$$

Perbandingan 7.5 : 1

b. Flush draw atau flush jika mempunyai *suited cards*
Peluang *flush draw* :

$$p(E) = \frac{39 \times C(11, 2)}{(50, 3)} = 10.94\%$$

Perbandingan 8.14 : 1

Peluang *Flush*:

$$p(E) = \frac{11 \times 10 \times 9}{50 \times 49 \times 48} = \frac{78}{1326} \approx 0.84\%$$

Perbandingan 99 : 1

C. Draw

Dalam poker, *draw* adalah kondisi dimana pemain hampir membentuk suatu kombinasi kartu yang dianggap baik, yang membutuhkan satu kartu lagi untuk melengkapinya. Contoh :

Andi

$K\clubsuit 8\clubsuit$

Kartu di meja (flop)

$5\clubsuit K\heartsuit 10\clubsuit$

Dapat dikatakan bahwa Andi mempunyai *flush draw*, karena membutuhkan 1 kartu keriting lagi untuk membentuk *flush*. Terdapat berbagai macam *draw* :

a. Flush draw

Andi

$K\clubsuit 8\clubsuit$

Kartu di meja (flop)

$5\clubsuit K\heartsuit 10\clubsuit$

Pada kondisi *flush draw*, kartu selanjutnya yang muncul diharapkan adalah yang dengan kembang sama untuk melengkapinya menjadi *flush*. Pada kondisi diatas, terdapat 9 kartu lainnya yang dapat melengkapi draw yaitu $A\clubsuit Q\clubsuit J\clubsuit 9\clubsuit 7\clubsuit 6\clubsuit 4\clubsuit 3\clubsuit 2\clubsuit$. Sehingga, jika satu kartu lagi dibuka (*turn*) peluangnya untuk menjadi *flush* adalah

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{9}{C(47,1)} = \frac{9}{47} \approx 19.15\%$$

Perbandingan 4.22 : 1

Jika belum berhasil pada tahap tersebut, maka peluang untuk melengkapi *flush* pada tahap selanjutnya (*river*) adalah

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{9}{C(46,1)} = \frac{9}{46} \approx 19.6\%$$

Perbandingan 4.1 : 1

Peluang untuk melengkapi *flush draw* pada *turn* atau *river* adalah

$$19.15\% + 19.6\% - (19.15\% \times 19.6\%) = 34.96\%$$

Perbandingan 1.86 : 1

b. Open-ended straight draw

Open-ended straight draw adalah kondisi dimana kombinasi kartu hampir membentuk *straight* dan memungkinkan 2 nilai kartu untuk melengkapinya.

Andi
10♣ 9♥
 Kartu di meja (flop)
7♠ K♥ 8♦

Pada kondisi ini, Andi membutuhkan kartu J atau 6 (terdapat 4 buah J dan 4 buah 6) untuk mendapatkan *straight*. Jika dibuka satu kartu lagi, maka peluangnya adalah

$$p(E_1) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{8}{C(47,1)} = \frac{8}{47} \approx 17\%$$

Perbandingan 4.88 : 1

Jika masih belum mendapatkan *straight*, misalnya

Andi
10♣ 9♥
 Kartu di meja (flop)
7♠ K♥ 8♦ A♥

Maka peluangnya pada *river* adalah

$$p(E_2) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{8}{C(46,1)} = \frac{8}{46} \approx 17.4\%$$

Perbandingan 4.75 : 1

Peluang munculnya *straight* pada *turn* atau *river* :

$$p(E) = p(E_1) \cup p(E_2) = 31.4\%$$

Perbandingan 2.18 : 1

c. Inside straight draw

Inside straight draw adalah kondisi dimana kombinasi kartu hampir membentuk *straight* dan memungkinkan hanya 1 nilai kartu untuk melengkapinya.

Andi
10♣ 9♥
 Kartu di meja (flop)
7♠ K♥ 6♦

Pada kondisi ini, Andi membutuhkan kartu dengan nilai 8 untuk mendapatkan *straight*. Jika dibuka satu kartu lagi, maka peluangnya adalah

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{4}{C(47,1)} = \frac{4}{47} \approx 8.5\%$$

Perbandingan 10.8 : 1

Jika masih belum mendapatkan *straight* maka peluangnya pada *river* adalah

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{4}{C(46,1)} = \frac{4}{46} \approx 8.7\%$$

Perbandingan 10.5 : 1

Peluang munculnya *straight* pada *turn* atau *river* :

$$p(E) = p(E_1) \cup p(E_2) = 16.47\%$$

Perbandingan 8.52 : 1

d. Kasus lain

Pada dasarnya, jika kita mempunyai sebuah *draw* dan membutuhkan satu kartu lagi untuk melengkapinya, dimana terdapat n buah kemungkinan kartu yang dapat melengkapi (biasa disebut *outs*), maka peluangnya yaitu

Pada *turn* :

$$p(E_1) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{n}{C(47,1)} = \frac{n}{47}$$

Pada *river* :

$$p(E_2) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{n}{C(46,1)} = \frac{n}{46}$$

Pada *turn* atau *river* :

$$p(E_1) \cup p(E_2)$$

D. Pot Odds (Peluang taruhan)

Sebelum sudah dicari beberapa peluang kemunculan kartu dan perbandingannya, lalu apakah gunanya melakukan perhitungan tersebut ?

Pot odds adalah istilah yang menggambarkan perbandingan jumlah uang yang kita taruhkan dengan jumlah yang akan didapatkan (jika menang). *Pot odds* $X : 1$ menggambarkan, bahwa kita paling tidak harus menang 1 kali untuk setiap $(X + 1)$ kali kasus agar tidak mengalami kerugian. Contoh :

Andi
K♣ 8♣
 Kartu di meja (flop)
5♠ K♥ 10♣

Pada kondisi di atas, Andi mempunyai *flush draw* dimana, jika dibuka 2 kartu lagi, mempunyai peluang 34.96% untuk menjadi *flush* atau perbandingan 1.86 : 1, artinya jika terjadi 3 kali kasus seperti ini, diharapkan kira-kira 2 kali Andi tidak akan mendapatkan *flush* pada 2 kartu selanjutnya dan 1 kali Andi akan berhasil mendapatkan *flush*.

Jika terdapat 2000 chip + 500 taruhan yang diajukan diatas meja, dan Andi perlu 500 untuk ikut dalam taruhan, maka *pot odds* nya adalah 5 : 1. Karena *pot odds* nya lebih besar dari *hand odds*, maka Andi akan diuntungkan jika mengikuti taruhan, dengan menganggap Andi akan menang dengan *flush*.

Kondisi agar chip yang didapat menguntungkan :
Pot odds > *hand odds*

Bandung, 11 Desember 2015



Verisky Mega Jaya - 13514018

V. STRATEGI POKER LAINNYA

Menghitung peluang keluarnya kartu hanyalah salah satu strategi dari bermain poker.

a. Membaca ekspresi lawan

Membaca ekspresi lawan memungkinkan kita mengetahui apakah lawan kita mempunyai kartu yang bagus.

b. Membaca strategi lawan

Setelah kita bermain beberapa kali dengan orang yang sama, kita dapat mengenali bagaimana cara dia bermain. Beberapa orang hanya melipat kartu sampai kartu yang didapat benar-benar bagus.

c. *Bluff*

Bluff artinya menakut-nakuti lawan, mengharapkan lawan untuk melipat kartu, padahal kartu yang kita miliki berpeluang sangat kecil untuk menang. Namun jika berhasil membuat lawan melipat kartu, otomatis kita yang menjadi pemenang.

VI. KESIMPULAN

Kombinatorial dan peluang diskrit mempunyai banyak aplikasi, termasuk dalam bermain game, juga dapat dimanfaatkan sebagai strategi mencapai kemenangan. Poker tidak sekedar permainan yang mengandalkan keberuntungan. Dengan kemampuan menghitung peluang kemunculan kartu, peluang kemenangan dapat diperbesar.

VII. PENGAKUAN

Puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat-Nya sehingga saya bisa menyelesaikan makalah ini. Saya ingin mengucapkan terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir dan Ibu Harlili yang telah mengajarkan Matematika Diskrit dengan baik sehingga saya bisa menyelesaikan makalah ini.

REFERENCES

- [1] Munir, Rinaldi, *Diktat Kuliah IF 2120, Matematika Diskrit, Edisi Keempat, Program Studi Teknik Informatika, STEI ITB*, 2006, pp. VI-1 – VI-31.
- [2] Korik Alons, *Analysis of Poker Strategies in Heads-up Poker*, Study *Business Mathematics and Informatics*, VU University Amsterdam, 2007, pp. 25
- [3] <https://image.apkpure.com/image/screen/com.zynga.livepoker-1=500.png>, Diakses 8 Desember 2015 20:35

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.