Keterkaitan Barisan Fibonacci dengan Kecantikan Wajah

Joshua Atmadja, 13514098[1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]*joshuatmadja@gmail.com*

***Abstrak*—Cantik atau tampannya seseorang umumnya dinilai secara relatif dan subjektif. Ada juga beberapa orang yang dinilai cantik atau tampan secara objektif karena memang sudah terkenal seperti itu, misalnya aktor, aktris, penyanyi, dan tokoh publik lainnya. Banyak kriteria cantik atau tampan berbeda muncul dari masing-masing pribadi berlandaskan paham, kepercayaan, dan lingkungannya. Akan tetapi, seseorang juga dapat dikatakan cantik secara kuantitatif dan geometris dengan bantuan barisan Fibonacci. Bahkan dengan senyuman, seseorang dapat bertambah kecantikannya. Bagaimana caranya?**

***Kata kunci*—barisan Fibonacci, kecantikan, rasio emas, relasi rekurens**

I. PENDAHULUAN

Cantik atau tampannya seseorang umumnya dinilai secara personal, relatif, dan subyektif. Ada kepercayaan mengenai cantik atau tampannya seseorang muncul dari pembelajaran, budaya, lingkungan, adat istiadat, dan faktor lainnya. Misalnya, ada kepercayaan mengatakan bahwa bila ibu kandung menyatakan anaknya cantik/tampan, maka anak tersebut pasti dinilai cantik/tampan oleh orang lain. Ada juga kepercayaan mengatakan bahwa bila seseorang "merasa" cantik/tampan, maka dia akan sungguh-sungguh cantik/tampan.

Akan tetapi, secara geometris, seseorang dapat dikatakan cantik/tampan bahkan secara objektif meskipun tidak termasuk kriteria pribadi atau kelompok tertentu. Dengan perhitungan tertentu, seseorang yang "tidak cantik/tampan" dapat berubah menjadi "cantik/tampan" juga.

Perhitungan tersebut dibantu oleh barisan Fibonacci beserta solusi relasi rekurensnya. Relasi rekurens dari barisan Fibonacci ini sudah marak dipakai dalam dunia seni, biologi, terlebih fisiologi dan anatomi yang termasuk juga dalam ranah kecantikan tubuh dan wajah manusia. Bahkan solusi relasi rekurens ini sudah terkenal akan korelasinya di berbagai macam hal terutama yang datang secara alamiah.

Makalah ini akan membahas mengenai keterkaitan barisan Fibonacci terutama solusi relasi rekurensnya dengan kecantikan wajah. Untuk selanjutnya, penulis menuliskan cantik yang berarti cantiknya perempuan dan tampannya laki-laki sekaligus.

II. LANDASAN TEORI

A. Barisan Fibonacci

Barisan Fibonacci dibuat oleh seseorang matematikawan asal Italia bernama Fibonacci (1170 – 1250) [2]. Ia menciptakan sebuah barisan yang dihitung secara rekursif terhadap entri sebelumnya dari barisan tersebut. Berikut ini adalah penggalan barisan tersebut.

0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,...

Fibonacci memulai barisannya dengan angka 0 dan 1. Entri berikutnya merupakan jumlah dari dua entri sebelumnya, dan begitu seterusnya. Pada contohnya, entri ketiga, yaitu 1, merupakan hasil dari penjumlahan entri pertama, yaitu 0, dengan entri kedua, yaitu 1. Contoh berikutnya yakni entri ketujuh, yaitu 8, merupakan hasil dari penjumlahan entri kelima, yaitu 3, dengan entri keenam, yaitu 5. Sehingga secara umum, entri barisan Fibonacci dinotasikan dengan relasi rekurens sebagai berikut.

$$f_n = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ 1, & n = 2 \\ f_{n-1} + f_{n-2}, & n > 2 \end{cases}$$

B. Solusi Relasi Rekurens

Relasi rekurens dapat diselesaikan dengan menggunakan pendekatan iteratif ataupun dengan cara sistematis. Pada makalah ini hanya akan membahas mengenai cara sistematis.

Batasan dari penyelesaian relasi rekurens secara sistematis ialah relasi rekurens tersebut harus homogen lanjar. Secara umum, relasi rekurens dikatakan homogen lanjar bila berbentuk

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$$

dengan $c_1, c_2, \ldots, c_k$ adalah bilangan riil dan $c_k \neq 0$ [2]. Contoh relasi rekurens yang tidak homogen lanjar ialah sebagai berikut.

- $H_n = H_{n-2} + 1$, karena tidak homogen.
- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}^2$, karena tidak linier/lanjar

- $L_n = nL_{n-1}$, karena koefisiennya tidak konstan (berubah sesuai dengan urutan entri *n*).

Penyelesaian secara sistematis terhadap relasi rekurens homogen lanjar adalah dengan mencari bentuk

$$a_n = r^n$$

sehingga secara umumnya bentuk

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$$

diubah menjadi persamaan karakteristik

$$r^n = c_1 r^{n-1} + c_2 r^{n-2} + \cdots + c_k r^{n-k}$$

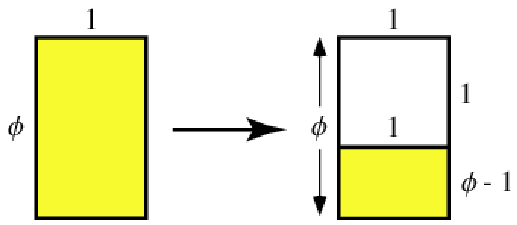
Bila persamaan di atas dibagi oleh r^{n-k}, maka menjadi

$$r^k - c_1 r^{k-1} - c_2 r^{k-2} - \cdots - c_k = 0$$

dan memiliki *k* akar persamaan karakteristik.

C. Rasio Emas

Rasio emas (*golden ratio*) adalah sebuah bilangan yang didapatkan dalam menghitung perbandingan jarak-jarak tertentu dalam bentuk geometri sederhana seperti segi-lima beraturan (*pentagon*), segi-sepuluh beraturan (*decagon*), *pentagram*, dan *dodecahedron* (prisma 12 sisi beraturan). Rasio emas pertama kali dipakai oleh Martin Ohm (1835) [3]. Rasio emas dinotasikan dengan simbol φ "phi".



Gambar 2.1. Ilustrasi kesebangunan persegi panjang emas
Sumber: mathworld.wolfram.com/GoldenRatio.html
(akses 6 Desember 2015)

Pada gambar 2.1., diberikan sebuah persegi panjang dengan rasio panjang 1:*x*. φ merupakan angka unik yang menyulih *x*. Ketika persegi panjang tersebut dibagi dua dengan salah satu bagiannya memiliki rasio panjang 1:1 – berbentuk bujur sangkar – bagian lainnya membentuk sebuah persegi panjang juga yang memiliki rasio panjang 1:*x*. Persegi panjang tersebut disebut *golden rectangle* (persegi panjang emas) [3]. Bentuk kesebangunan persegi panjang tersebut dituliskan menjadi

$$\frac{\phi}{1} = \frac{1}{\phi - 1}$$

menjadikan

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0$$

Dengan perhitungan rumus mencari akar persamaan kuadrat dari persamaan di atas dan mengambil nilai positif dari akar persamaan tersebut (karena pada gambar 2.1., $\varphi > 1$), didapatkan

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1{,}6180339887498948\ldots$$

yang merupakan bilangan riil dan irasional [3].

III. Solusi Barisan Fibonacci

Seperti pada bab sebelumnya, barisan Fibonacci dinotasikan dengan relasi rekurens sebagai berikut.

$$f_n = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ 1, & n = 2 \\ f_{n-1} + f_{n-2}, & n > 2. \end{cases}$$

Basis barisan Fibonacci ialah $f_1 = 0$ dan $f_2 = 1$, sedangkan rekurensnya ialah $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ untuk $n > 2$, sehingga didapatkan bahwa relasi rekurens tersebut dapat dicari persamaan karakteristiknya menjadi

$$r^n = r^{n-1} + r^{n-2},$$

dan dapat diubah menjadi

$$r^2 - r - 1 = 0$$

Pada bab sebelumnya juga sudah diulas mengenai persamaan $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ yang menghasilkan akar persamaan $\phi = \pm\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ sehingga

$$r = \pm\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$$

yang menunjukkan bahwa akar positif persamaan solusi relasi rekurens dari barisan Fibonacci adalah rasio emas. Hal tersebut juga dapat dibuktikan dengan pendekatan secara iteratif untuk *n* > 1. Bila kita misalkan x_n adalah perbandingan bilangan Fibonacci ke-*n*+1 dengan bilangan Fibonacci ke-*n*, dituliskan

$$x_n = \frac{f_{n+1}}{f_n}$$

maka untuk *n* > 1, x_n bernilai 1, 2, 3/2, 5/3, 8/5, 13/8, 21/13, 34/21, 55/34, dst. Untuk *n* yang bernilai tak hingga, barisan tersebut akan memusat ke sebuah bilangan (konvergen) sehingga

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}}{f_n} = \phi$$

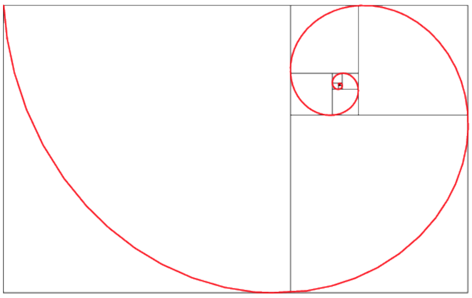
Keterkaitan rasio emas dengan barisan Fibonacci tidak berhenti di sini. Rasio emas juga didapatkan dengan persamaan

$$\phi = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{F_n F_{n+1}}$$

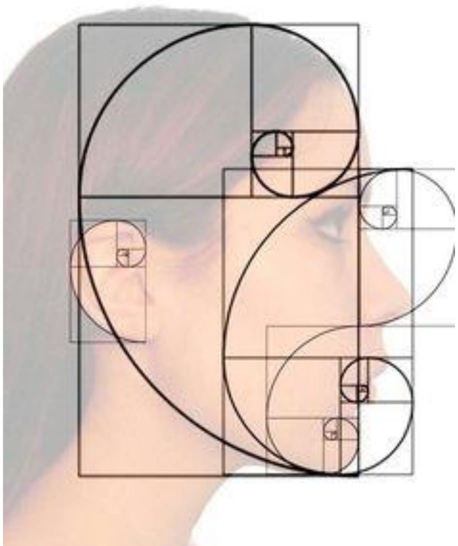
dengan F_n adalah bilangan Fibonnaci ke-n [3].

IV. Korelasi Rasio Emas dengan Wajah Manusia

Rasio emas banyak sekali dijumpai dalam beberapa disiplin ilmu seperti arsitektur, desain, biologi, seni, dan masih banyak lagi. Pada makalah ini akan dibahas hanya mengenai korelasi rasio emas dengan wajah. Pada umumnya, korelasi rasio emas dengan wajah manusia diterapkan menggunakan spiral emas (atau spiral logaritmik), yakni spiral yang dibentuk dari susunan persegi-persegi dengan ukuran sisinya sesuai dengan barisan Fibonacci.



Gambar 4.1. Spiral emas (atau spiral logaritmik)
Sumber: mathworld.wolfram.com/GoldenSpiral.html (akses 8 Desember 2015)



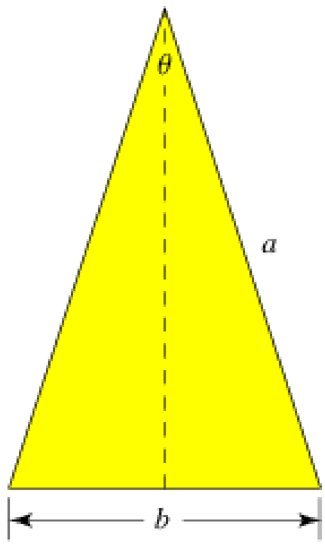
Gambar 4.2. Analisis wajah dengan spiral emas
Sumber: pinterest.com (akses 8 Desember 2015)

Pada gambar 4.2., spiral emas tersebut terbentuk dari sebuah persegi dengan ukuran yang membesar sesuai dengan barisan Fibonacci (yang perbandingan susunannya ialah mendekati rasio emas). Terlihat bahwa spiral emas yang terbentuk hampir membentuk garis-garis pada wajah manusia seperti garis daun telinga, garis pipi, garis kepala, garis dagu, garis hidung, dan lainnya.

Selain itu, rasio emas juga pada pada tampak muka wajah manusia. Terdapat lebih dari 20 perbandingan yang ada pada wajah manusia, misalnya sebagai berikut [1].

1. Jarak mata menuju tulang lunak hidung atas dengan jarak mata menuju bagian bawah hidung.
2. Jarak mata menuju lubang hidung bagian atas dengan jarak mata menuju bibir tengah.
3. Jarak mata menuju bagian dasar hidung dengan jarak mata menuju bagian bawah bibir.
4. Jarak mata menuju bibir tengah dengan jarak mata menuju bagian bawah dagu.
5. Jarak tulang lunak hidung bagian atas menuju bagian bawah bibir dengan jarak tulang lunak hidung bagian atas menuju bagian bawah dagu.
6. Jarak lekukan alis mata menuju bagian atas bibir dengan jarak lekukan alis mata menuju bagian bawah dagu.
7. Jarak sisi wajah (di pelipis) menuju jarak bola mata dengan jarak sisi wajah menuju tengah wajah.
8. Panjang wajah dengan lebar wajah.

V. Segitiga Emas dan Kecantikan Wajah



Gambar 5.1. Segitiga emas
Sumber: mathworld.wolfram.com/GoldenTriangle.html (akses 7 Desember 2015)

Segitiga emas didefinisikan sebagai sebuah segitiga sama kaki dimana

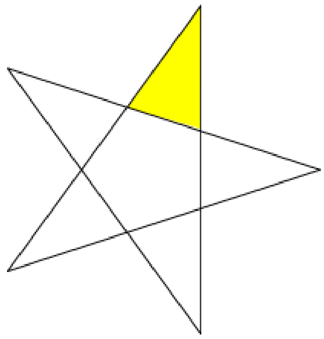
$$\frac{a}{b} = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Bentuk segitiga ini ditemukan juga dalam pentagram (bentuk geometris dari bintang 5 sudut beraturan) sehingga nilai θ didapat dengan persamaan

$$\theta = \cos^{-1}(\frac{\phi}{2}) = \frac{\pi}{5} = 36°$$

sehingga sudut α sama besar yang diapit oleh sisi a dan sisi b ialah sebesar

$$\alpha = \frac{180° - 36°}{2} = \frac{144°}{2} = 72° [4]$$



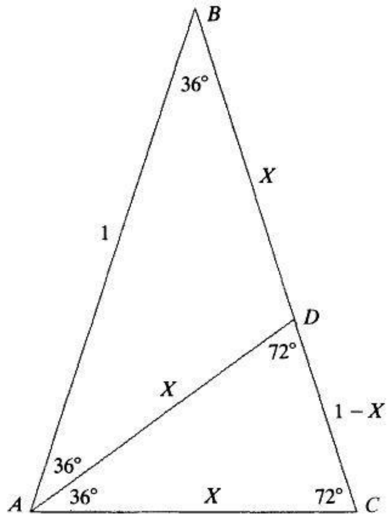
Gambar 5.2. Potongan segitiga emas pada pentagram
Sumber: mathworld.wolfram.com/GoldenTriangle.html (akses: 7 Desember 2015)

Pada penerapannya dalam analisis kecantikan wajah manusia secara geometris, segitiga emas ini mempengaruhi ekspresi wajah kita.

Gambar 5.3. Ilustrasi pedoman segitiga emas
Sumber: flickr.com (akses 7 Desember 2015)

Wajah manusia dikatakan cantik bila memenuhi syarat segitiga emas tersebut antara lain.

1. Panjang alas segitiga tersebut menjadi jarak antara titik terluar dari kedua mata manusia.
2. Titik terluar dari bibir bagian kiri dan bagian kanan menyentuh kedua sisi tegak dari segitiga emas.

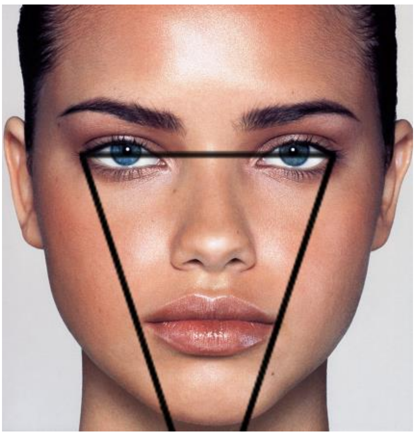


Gambar 5.4. Kesebangunan segitiga emas
Sumber: goldenratiomyth.weebly.com (akses 8 Desember 2015)

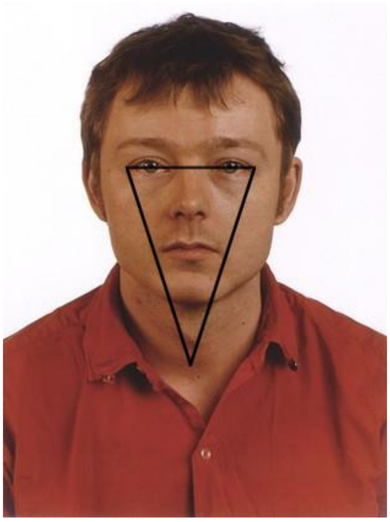
Mengapa persyaratannya demikian? Lihat gambar 5.4. Segitiga emas juga memiliki sifat kesebangunan yang sama seperti persegi panjang emas. Segitiga ABC dan segitiga ACD adalah segitiga yang sebangun. Pada penerepannya terhadap wajah manusia, jarak AD pada segitiga di atas juga merupakan jarak antara titik luar salah satu mata manusia dengan titik bibir luar pada sisi lainnya. Misalnya, jika titik A adalah titik luar mata kiri, maka titik D adalah titik luar bibir kanan, dan sebaliknya. Dengan kata lain, segitiga emas tidak hanya berlaku antara jarak terluar mata dengan jarak terluar bibir, melainkan juga segitiga yang dibentuk pada titik terluar kedua mata dan salah satu titik terluar bibir. Gambar 5.5. mengilustrasikan pedoman segitiga emas yang lainnya.

Gambar 5.5. Ilustrasi pedoman segitiga emas yang lain
Sumber: flickr.com (akses 7 Desember 2015)

Dari persyaratan tersebut didapatkan bahwa faktor wajah yang cantik adalah jarak kedua mata dan jarak perentangan bibir, yakni bila manusia tersenyum, bukan memperlebar jarak kedua matanya. Namun demikian, wajah manusia dikatakan belum cantik ketika jarak terluar bibir tidak menyentuh sisi segitiga tersebut. Dengan kata lain, sudut α wajah manusia kurang dari 72 derajat.

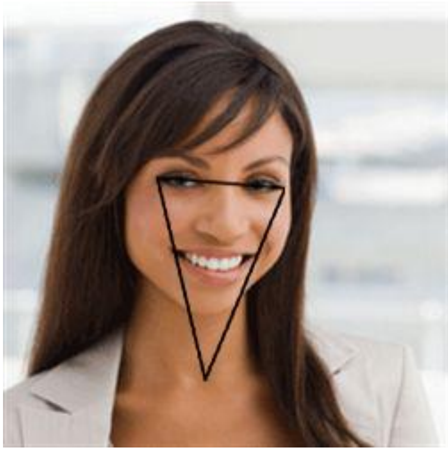


Gambar 5.6. Bibir bagian kanan wanita ini tidak menyentuh sisi segitiga emas
Sumber: creativemediayr9.blogspot.com (akses 7 Desember 2015)



Gambar 5.7. Kedua titik terluar pada bibir pria ini tidak menyentuh sisi tegak segitiga emas
Sumber: austinokocha.wordpress.com (akses 7 Desember 2015)

Dengan demikian, tidak perlu usaha yang mengeluarkan biaya besar dan tenaga ekstra untuk mempercantik wajah manusia. Sederhananya, karena jarak kedua mata tidak bisa berubah, jarak antara titik terluar bibir lah yang harus diubah yakni dengan tersenyum. Perhatikan gambar 5.3. yang menampilkan senyuman wanita tua dapat mempercantik wajahnya. Gambar-gambar di bawah ini juga mengilustrasikan bahwa senyuman dapat mempercantik wajah manusia secara geometris.



Gambar 5.8. Senyuman wanita ini memungkinkan wajahnya cantik secara geometris
Sumber: behindthechair.com (akses 7 Desember 2015)

Gambar 5.9. Senyuman pria ini juga memungkinkan wajahnya tampan (cantik) secara geometris
Sumber: theartmad.com (akses 7 Desember 2015)

Gambar 5.10. Senyuman wanita ini juga mempercantik dirinya secara geometris
Sumber: theartmad.com (akses 7 Desember 2015)

VI. SIMPULAN

Semua manusia dilahirkan cantik dan tampan. Cantik dan tampan memang bukanlah penilaian yang mutlak. Dengan bantuan barisan Fibonacci, kita dapatkan akar solusi relasi rekurensnya, yaitu rasio emas, yang menjadikan pedoman dasar kecantikan wajah manusia secara geometris. Wajah manusia dapat berubah menjadi cantik seketika secara geometris bila ia tersenyum.

VII. Ucapan Terima Kasih

Pertama-tama, penulis berterimakasih dan bersyukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan baik. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada orang tua penulis yang selalu membantu secara moral, material, dan doa. Penulis turut mengucapkan terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir, selaku dosen dari mata kuliah Matematika Diskrit terutama dalam mengajarkan pokok bahasan Rekursifitas dan Relasi Rekurens. Tak lupa juga, penulis mengucapkan terima kasih kepada Brilly (MA'11) yang telah memberikan inspirasi untuk penulisan makalah ini.

Daftar Pustaka

[1] Meisner, G. (2014, Januari 12). *Facial Analysis and The Beauty Mask*. Dipetik Desember 7, 2015, dari The Golden Number: www.goldennumber.net/beauty

[2] Rosen, K. H. (2012). *Discrete Mathematics and Its Applications 7th edition.* New York: McGraw-Hill.

[3] Weisstein, E. W. (t.thn.). *Golden Ratio*. Dipetik Desember 6, 2015, dari Wolfram MathWorld: http://mathworld.wolfram.com/GoldenRatio.html

[4] Weisstein, E. W. (t.thn.). *Golden Triangle*. Dipetik Desember 7, 2015, dari Wolfram MathWorld: mathworld.wolfram.com/GoldenTriangle.html

Pernyataan

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2015

Joshua Atmadja, 13514098