

Pengaplikasian Logika, Rekursi dan Rekurens, Teori Graf, dan Teori Pohon pada Video Game Professor Layton

Yudhi Septiadi - 13513053
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
yudhiseptiadi@gmail.com

Abstrak—Makalah ini berisikan tentang pengaplikasian teori-teori yang dipelajari pada mata kuliah Matematika Diskrit. Pada makalah ini akan dibahas bagaimana teori pengantar logika, rekursi dan relasi rekurens, graf, dan pohon dipakai pada sekumpulan pembuatan video game RPG (role-playing game) yang dikenal dengan judul Professor Layton.

Kata Kunci—Matematika Diskrit, Puzzle, Professor Layton, Video Game.

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Diawali ketertarikan penulis pada video game Professor Layton, penulis menemukan banyak pengaplikasian teori-teori matematika diskrit yang dapat ditemukan ketika memainkan permainan ini.

Penulis memilih video game Professor Layton sebagai pokok bahasan dari makalah ini karena penulis melihat banyak pengaplikasian teori-teori dari matematika diskrit.

B. Tujuan

Tujuan dari pembuatan makalah ini adalah sebagai berikut :

- Memenuhi tugas pembuatan makalah mata kuliah matematika diskrit.
- Mengkaji bagaimana pengaplikasian teori-teori dalam mata kuliah matematika diskrit pada game Professor Layton.

II. TEORI DASAR

A. Pengantar Logika

Pada dasarnya logika adalah hubungan antara kalimat atau pernyataan. Namun yang menjadi tinjauan pada logika adalah kalimat yang bernilai benar atau salah saja (**proposisi**). **Proposisi** adalah pernyataan yang bernilai benar (*true*) atau salah (*false*), akan tetapi tidak bernilai keduanya.

Proposisi dilambangkan menggunakan huruf kecil seperti a, b, c , dst. Pernyataan yang melibatkan peubah (*variable*) disebut **predikat**, **kalimat terbuka**, atau **fungsi proposisi**. Contoh: " $x < 5$ ", " $x = y$ ".

Proposisi dasar disebut proposisi atomik, sedangkan kombinasi dari lebih dari satu buah proposisi disebut proposisi majemuk (*compound proposition*). Terdapat berbagai cara untuk mengkombinasikan proposisi diantara lainnya :

1. Konjungsi (*conjunction*): p dan q
Dapat menggunakan notasi $p \wedge q$
2. Disjungsi (*disjunction*): p atau q
Dapat menggunakan notasi $p \vee q$
3. Ingkaran (*negation*) dari p : tidak p
Dapat menggunakan notasi $\sim p$

B. Rekursi dan Relasi Rekurens

Sebuah objek dapat dikatakan **rekursif** (*recursive*) jika ia didefinisikan dalam terminologi dirinya sendiri. Proses mendefinisikan objek dalam terminologi dirinya sendiri disebut **rekursi** (*recursion*).

Fungsi rekursif didefinisikan oleh dua bagian, yaitu basis dan rekurens. Basis yang berisi nilai fungsi yang terdefinisi secara eksplisit, dan juga sekaligus menghentikan proses rekursif (dan memberikan sebuah nilai yang terdefinisi pada fungsi rekursif). Sedangkan rekurens adalah bagian yang mendefinisikan fungsi dalam terminologi dirinya sendiri, dan juga berisi kaidah untuk menemukan nilai fungsi pada suatu input dari nilai-nilai lainnya pada input yang lebih kecil.

Contoh : Misalkan f didefinisikan secara rekursif sebagai berikut

$$f(n) = \begin{cases} 3 & , n = 0 \\ 2f(n-1) + 4 & , n > 0 \end{cases}$$

Salah satu pemodelan dengan relasi rekurens adalah permasalahan Menara Hanoi. Menara Hanoi adalah sebuah *puzzle* yang terkenal pada akhir abad 19. *Puzzle* ini ditemukan oleh matematikawan berkebangsaan Perancis, Edouard Lucas.

Dikisahkan bahwa di kota Hanoi, Vietnam, terdapat tiga buah tiang tegak setinggi 5 meter dan 64 buah piringan (*disk*) dari berbagai ukuran. Tiap piringan mempunyai lubang di tengahnya yang memungkinkan untuk dimasukkan ke dalam tiang. Pada mulanya piringan tersebut tersusun pada sebuah tiang sedemikian rupa sehingga piringan yang di bawah memiliki ukuran lebih besar daripada ukuran piringan di atasnya. Pendeta Budha memberi pertanyaan kepada murid-muridnya : bagaimana memindahkan seluruh piringan tersebut ke sebuah tiang yang lain; setiap kali hanya satu piringan yang boleh dipindahkan, tetapi tidak boleh ada piringan besar di atas piringan yang lebih kecil. Tiang yang satu lagi dapat dipakai sebagai tempat peralihan dengan tetap memegang aturan yang sebelumnya telah disebutkan.

Secara umum untuk n piringan, penyelesaian dengan cara berpikir rekursif adalah sebagai berikut:

Kita harus memindahkan piringan paling bawah terlebih dahulu ke tiang B sebagai alas piringan yang lain. Untuk mencapai maksud demikian, berpikirlah secara rekursif: pindahkan $n - 1$ piringan teratas dari A ke C , lalu pindahkan piringan paling bawah dari A ke B , lalu pindahkan $n - 1$ piringan dari C ke B .

Pindahkan $n - 1$ piringan dari A ke C

Pindahkan 1 piringan terbawah dari A ke B

Pindahkan $n - 1$ piringan dari C ke B

Selanjutnya dengan tetap memiliki pemikiran rekursif-pekerjaan memindahkan $n - 1$ piringan dari sebuah tiang ke tiang lain dapat dibayangkan sebagai memindahkan $n - 2$ piringan antara kedua tiang tersebut, lalu memindahkan piringan terbawah dari sebuah tiang ke tiang lain, begitulah seterusnya.

Misalkan H_n menyatakan jumlah perpindahan piringan yang dibutuhkan untuk memecahkan teka-teki Menara Hanoi. Maka jumlah perpindahan yang terjadi adalah : $H_n = 2H_{n-1} + 1$ (rekursens), dengan kondisi awal $H_1 = 1$ (basis).

C. Teori Graf

Graf G didefinisikan sebagai himpunan (V,E) , ditulis menggunakan notasi $G = (V,E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan yang tidak kosong dari simpul-simpul (*node*) dan E merupakan himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sebuah simpul dengan simpul yang lain.

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, secara umum graf dapat digolongkan menjadi tiga jenis :

1. Graf Sederhana

Graf sederhana adalah graf yang tidak mempunyai gelang maupun sisi-ganda. Pada graf sederhana, sisi adalah pasangan pasangan tak-terurut. Jadi, penulisan sisi (u,v) sama dengan sisi (v,u) .

2. Graf Ganda

Graf ganda adalah graf yang mempunyai sisi ganda. Sisi ganda yang terdapat pada sepasang simpul bisa terdapat lebih dari dua buah. Sisi ganda dapat diasosiasikan sebagai

pasangan tak-berurut yang sama. Semua graf sederhana adalah graf ganda, akan tetapi tidak semua graf ganda adalah graf sederhana.

3. Graf Semu

Graf semu adalah graf yang mengandung gelang (*loop*). Gelang adalah sisi yang menghubungkan sebuah simpul dengan dirinya sendiri.

Sedangkan berdasarkan orientasi arah yang terdapat pada sisi, graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu graf tak-berarah dan graf berarah. Graf tak-berarah sendiri adalah graf yang sisinya tidak memiliki acuan arah. Pada graf tak-berarah, urutan sepasang simpul yang dihubungkan oleh sebuah sisi tidak menjadi masalah. Sedangkan pada graf berarah setiap sisinya memiliki acuan arah. Pada graf berarah, (v, u) tidak sama dengan (u,v) karena simpul yang lebih awal diartikan sebagai simpul asal dan simpul yang terakhir diartikan sebagai simpul terminal.

Lintasan Euler adalah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali. Sirkuit Euler ialah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali. Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut **graf Euler** (*Eulerian graph*). Graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan juga graf **semi-Euler** (*semi-Eulerian graph*).

TEOREMA. Graf tidak berarah memiliki lintasan Euler jika (graf semi-Euler) dan hanya jika terhubung dan memiliki dua buah simpul berderajat ganjil atau tidak ada simpul berderajat ganjil sama sekali.

TEOREMA. Graf tidak berarah G adalah graf Euler (memiliki sirkuit Euler) jika dan hanya jika setiap simpul berderajat genap.

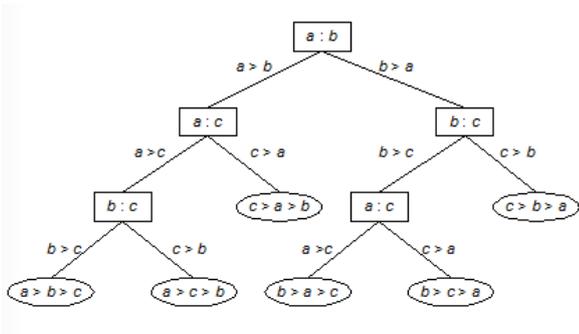
D. Teori Pohon

Pohon adalah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit. Karena definisi pohon didapat dari teori graf, maka sebuah pohon dapat mempunyai hanya sebuah simpul tanpa sebuah sisipun. Pohon memiliki beberapa sifat, yaitu : setiap pasang simpul di dalam pohon terhubung dengan lintasan tunggal, pohon terhubung dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi, pohon tidak mengandung sirkuit, pohon terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.

Pohon berakar (*rooted tree*) adalah pohon yang satu buah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisi-sisinya diberi arah sehingga menjadi graf berarah.

Pohon Biner (*binary tree*) adalah pohon n -ary dengan $n = 2$. Setiap simpul di dalam pohon biner mempunyai paling banyak 2 buah anak. Dibedakan antara anak kiri (*left child*) dan anak kanan (*right child*). Karena ada perbedaan urutan anak, maka pohon biner adalah pohon terurut.

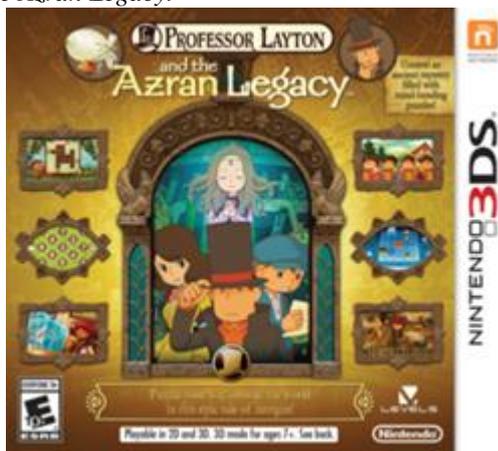
Salah satu penerapan pohon biner adalah pohon keputusan.



Gambar 2.1 contoh pohon keputusan

E. Professor Layton

Seri *Professor Layton* (レイトン教授 *Reiton Kyouju*) adalah sebuah seri petualangan/puzzle video games untuk gaming platform *Nintendo DS* dan *Nintendo 3DS* berkisah tentang *Professor Hershel Layton* dan muridnya (*apprentice*), *Luke Triton*. Mereka diciptakan oleh CEO *LEVEL-5* *Akihiro Hino* dengan bantuan puzzle master *Akira Tago*, dan sedang dikembangkan dan di-publish oleh *LEVEL-5* di Jepang. Game ini dilokalisasi pada belahan dunia lain oleh *Nintendo*. Sejauh ini, ada 6 game yang dirilis dengan judul *Professor Layton and the Curious Village*, *Professor Layton and the Diabolical Box*, *Professor Layton and the Unwound Future*, *Professor Layton and the Last Specter*, *Professor Layton and the Miracle Mask*, dan *Professor Layton and the Azran Legacy*.



(A)



(B)

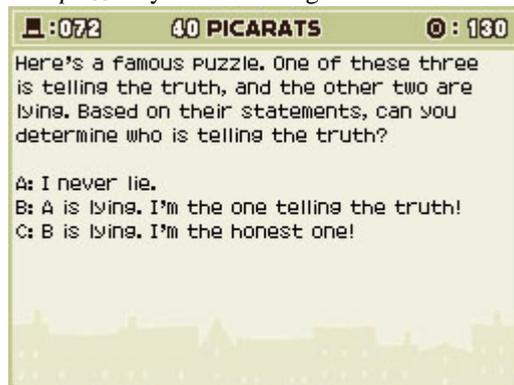
Gambar 2.2 beberapa contoh tampak depan *video game Professor Layton* (A) *Professor Layton and the Azran Legacy* (B) *Professor Layton and the Curious Village*
 Sumber : layton.wikia.com

Professor Layton menceritakan tentang aksi *Professor Hershel Layton* sang Arkaeologis dalam memecahkan sebuah teka-teki besar bersama muridnya *Luke Triton*. Di dalam game ini pemain akan diberi teka-teki ditengah perjalanan. Dan untuk dapat meneruskan cerita pemain harus menyelesaikan sebuah puzzle dalam jumlah tertentu atau menyelesaikan puzzle khusus.

Sejak pertama kali rilis pada tanggal 15 Februari 2007, permainan ini telah menarik minat sebagian besar orang sehingga dikembangkan sekuel-sekuel dari cerita *Professor Layton* ini.

III. PENGAPLIKASIAN LOGIKA PADA PUZZLE

Seperti puzzle pada umumnya pengaplikasian logika juga berlaku pada puzzle *Professor Layton*. Salah satu contoh puzzle-nya adalah sebagai berikut:



Gambar 3.1

Sumber : professorlaytonwalkthrough.blogspot.com

Dengan mengaplikasikan proposisi sebagai berikut:

- a : A berkata benar
- b : B berkata benar
- c : C berkata benar
- d : A tidak pernah bohong
- e : hanya B yang berkata benar

dengan menggunakan tabel kebenaran maka didapatkan

a	b	c	d	e	$\sim a \wedge e$	$\sim b \wedge c$
T	T	T	T	T	F	F
T	T	T	T	F	F	F
T	T	T	F	T	F	F
T	T	T	F	F	F	F
T	T	F	T	T	F	F
T	T	F	T	F	F	F
T	T	F	F	T	F	F
T	T	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	F	T
T	F	T	T	F	F	T
T	F	T	F	T	F	T
T	F	T	F	F	F	T

T	F	F	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F	F
T	F	F	F	T	F	F
T	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	F
F	T	T	T	F	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	T	T	F
F	T	F	T	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	F	T
F	F	T	F	T	T	T
F	F	T	F	F	F	T
F	F	F	T	T	T	F
F	F	F	F	T	T	F
F	F	F	F	F	F	F

Jika ditelusuri hanya B yang berkata benar karena masing-masing perkataan benar jika dan hanya jika orang yang mengucapkannya berkata benar dan hanya satu kondisi yang memenuhi persyaratan tersebut yaitu hanya ketika B berkata benar

IV. PENGAPLIKASIAN MENARA HANOI (REKURSI DAN RELASI REKURENS) PADA PUZZLE

Rekursi dan relasi rekurens juga dapat ditemukan dalam penyelesaian *puzzle* pada *game Professor Layton*. Pada pemecahan *puzzle* kali ini diterapkan mirip seperti Menara Hanoi.

No. 144 **99/99 Picarats** **Hint Coins: 230**

Now here's a tasty puzzle for you. Your task is to take that big stack of pancakes on the left plate and move them to the plate on the far right. In doing so, however, you need to follow these rules:

- You can move only one pancake at a time.
- A pancake can never rest on another pancake smaller than itself.

Feel free to shift things about as much as you like and to use the middle plate in completing the puzzle.

(A)



(B)

Gambar 4.1

Sumber : professorlayton2walkthrough.blogspot.com

Dengan menggunakan prinsip Menara Hanoi untuk menyelesaikan *puzzle* ini dengan banyak piringan (*disc*) sebanyak 7. Maka banyaknya langkah $H_n = 2H_{n-1} + 1$ (rekurens), dengan $H_1 = 1$.

Maka banyaknya H_7 adalah $H_7 = 2H_6 + 1$, dengan pola rekursif dapat diketahui bahwa langkah minimum yang dibutuhkan untuk menyelesaikan *puzzle* ini adalah 127 langkah (langkah dapat melebihi angka tersebut karena pemain dapat melakukan kesalahan dan meletakkan piringan berkali-kali).

V. PENGAPLIKASIAN GRAF SEMI-EULER PADA PUZZLE

Salah satu *puzzle* lain yang menggunakan teori matematika diskrit adalah *puzzle* dengan graf semi-Euler pada *puzzle* ini ada sebuah lintasan yang hanya boleh dilewati satu kali, tapi tidak harus melewati semua lintasan yang membuat graf ini semi-Euler

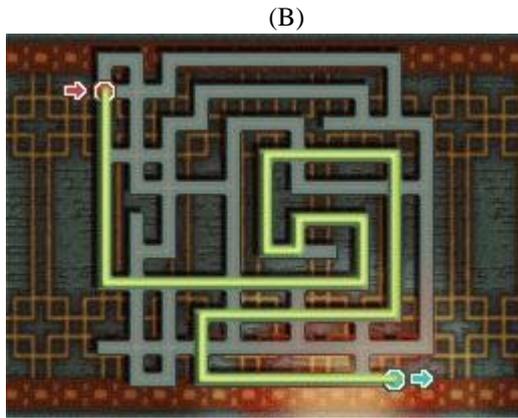
No. 097 **30/30 Picarats** **Hint Coins: 246**

In the dark maze of tunnels below, you can't turn unless you hit a wall. Following this rule, you need to reach the goal without taking the same path twice or running into any dead ends.

Which route should you take? Draw a line to plan your escape!

(A)





(B)

(C)

Gambar 5.1

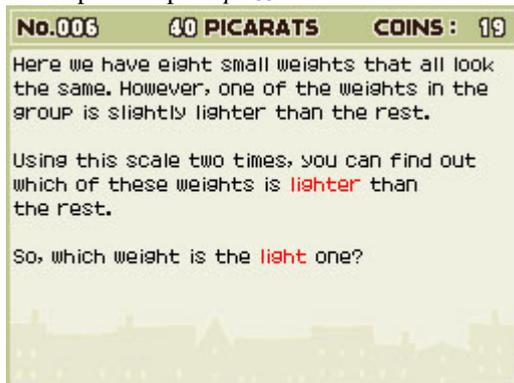
5.1(A) *Puzzle* (B)Graf (C) Graf semi-Euler

Sumber : professorlayton3walkthrough.blogspot.com

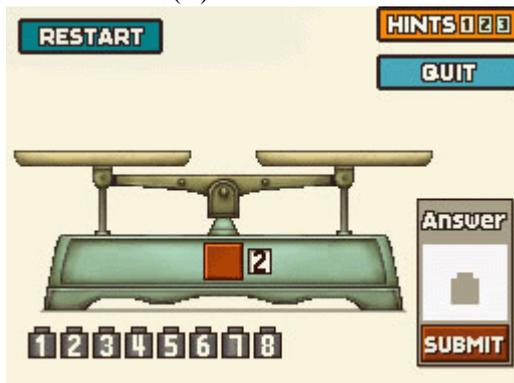
Jika kita perhatikan persyaratan *puzzle* pada gambar 5.1(A) dengan gambar graf di 5.1(B) kita dapat menyimpulkan bahwa bagian yang memiliki sudut siku (atau saat kita menabrak tembok) sebagai simpul sedangkan bagian dimana kita harus berjalan terus sampai membentur tembok (sampai pada simpul) sebagai sisi. Dengan demikian kita dapat menyimpulkan bahwa gambar 5.1(B) merupakan sebuah graf. Sedangkan untuk solusinya (mencari lintasan Euler) karena kita sudah menemukan adanya lintasan Euler pada suatu graf, maka menurut teorema kita dapat mengatakan bahwa graf tersebut adalah graf semi-Euler.

VI. PENGAPLIKASIAN POHON KEPUTUSAN PADA PUZZLE

Contoh pengaplikasian terakhir adalah penerapan pohon keputusan pada *puzzle*.



(A)



(B)Gambar 6.1

Sumber : professorlaytonwalkthrough.blogspot.com

Bila dilihat pada *puzzle* tersebut kita bisa melakukan pohon keputusan untuk memutuskan mana diantara pemberat 1 sampai 8 yang memiliki berat lebih ringan dari yang lain.



VII. KESIMPULAN

Kesimpulan dari makalah ini adalah sebagai berikut:

1. Kajian Logika digunakan dalam menyelesaikan puzzle dalam video game Professor Layton.
2. Kajian Rekursi dan Relasi Rekurens digunakan dalam menghitung langkah minimum untuk menyelesaikan permasalahan seperti Menara Hanoi
3. Teori Graf dipakai dalam pembuatan video game Professor Layton untuk membuat puzzle menggunakan graf semi-Euler
4. Pohon Keputusan digunakan untuk menyelesaikan puzzle dalam video game Professor Layton

VIII. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Allah SWT yang telah memberi kesempatan kepada penulis untuk menulis makalah ini, Yang Terhormat Bapak Ir. Rinaldi Munir, M.T. dan Ibu Dra. Harlili S., Msc. yang telah memberikan tugas pembuatan makalah kepada penulis, serta Akihiro Hino, penggagas ide video game Professor Layton yang telah memberikan inspirasi untuk menulis makalah ini

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2005. *Matematika Diskrit*. Bandung: Penerbit Informatika
- [2] <http://layton.wikia.com> diakses pada 10 Desember 2014
- [3] <http://professorlaytonwalkthrough.blogspot.com> diakses pada 10 Desember 2014
- [4] <http://professorlayton2walkthrough.blogspot.com> diakses pada 10 Desember 2014
- [5] <http://professorlayton3walkthrough.blogspot.com> diakses pada 10 Desember 2014

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2014

ttd

Yudhi Septiadi/13513053