

# Menghitung Besarnya Kemungkinan Kemenangan pada Permainan Kasino dengan Memanfaatkan Kombinatorial

Frilla Amanda 13510068<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganessa 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>13510068@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**—Kombinatorial adalah cabang matematika yang dapat menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa perlu mengenumerasi setiap kemungkinan. Salah satu penerapan kombinatorial adalah untuk menghitung jumlah kondisi yang terjadi dalam pelemparan dadu, kemunculan kartu dan banyak lainnya. Dalam makalah ini akan menjelaskan penggunaan kombinatorial untuk menghitung kemungkinan kemenangan pada permainan-permainan kasino yang menggunakan kartu dan dadu. Serta bagaimana ketika dihitung, terdapat banyak permainan yang hampir mustahil dimenangkan.

**Index Terms**—kasino, kombinatorial, permutasi, probabilitas.

## I. INTRODUCTION

Permainan kasino adalah sebutan untuk permainan-permainan yang dapat ditemukan di hampir semua kasino yang ada. Biasanya setiap negara memiliki aturannya sendiri mengenai permainan apa yang boleh dimainkan dan di kasino pada wilayahnya dan bagaimana tata cara permainan itu dilakukan. Untuk makalah ini, permainan kasino dan tata cara yang akan dibahas adalah permainan kasino yang ada dalam aturan yang dibuat oleh Komisi Perjudian Britania Raya.

Hampir semua permainan kasino memiliki kesempatan menang yang kecil atau bahkan mustahil, biarpun kecilnya kesempatan menang ini biasanya ditutup-tutupi dan disampaikan dengan sedemikian rupa sehingga orang percaya bahwa mereka memiliki kesempatan untuk menang. Kecilnya kesempatan ini bahkan lebih terselubung daripada loterei di mana orang bisa menghitung dengan pasti kesempatan menang mereka untuk memenangkan hadiah utama.

Lotere umumnya terdiri dari 6 angka yang masing-masing bisa bernilai 1-49, sehingga kemungkinan satu tiket lotere untuk memenangkan hadiah utama adalah  $1 : 49^6 = 1 : 13.841.287.201$ . Tapi dengan kemungkinan yang sedemikian kecil pun, masih banyak orang tetap berharap

dapat menjadi syang satu di antara miliaran orang.

Kombinatorial adalah cabang matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya [1]. Permainan kasino, terutama yang menggunakan kartu, adalah personalan kombinatorial. Untuk memenangkan permainan tersebut, pemain harus mendapatkan kombinasi kartu tertentu, tergantung dari permainan yang dimainkan. Dengan menggunakan kombinatorial, kita dapat menghitung banyaknya kondisi yang mungkin terjadi pada sebuah permainan dan menyimpulkan berapa besar kemungkinannya.

Bentuk kombinatorial yang digunakan dalam makalah ini adalah kaidah menghitung, permutasi dan kombinasi. Kaidah menghitung digunakan pada saat terdapat percobaan a dan b. Banyaknya cara a dan b terpenuhi adalah  $a*b$ , sedangkan banyaknya cara a atau b terpenuhi adalah  $a+b$ .

Permutasi adalah jumlah urutan yang mungkin terjadi pada sebuah pengurutan. Permutasi dinotasikan dengan  $P(n, r)$ :

$$\frac{n!}{(n-r)!}$$

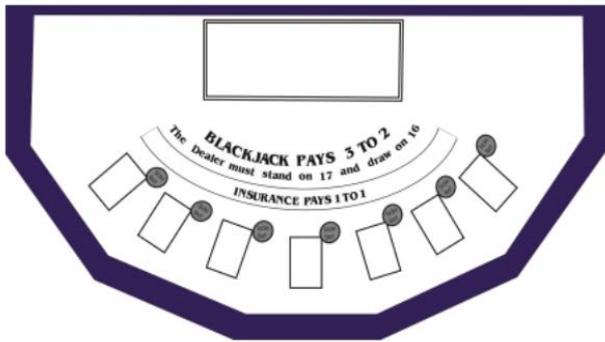
Kombinasi adalah jumlah cara yang mungkin terjadi pada pengurutan, tanpa mempedulikan urutan kemunculan. Kombinasi dinotasikan dengan  $C(n,r)$ :

$$\frac{n!}{(n-r)!r!}$$

## II. BLACK JACK

Black Jack adalah permainan kartu yang cara memenangkannya adalah mendapatkan Black Jack (As dan 10/Jack/Queen/King). Pada permainan ini kartu As pertama yang muncul pada pembagian kartu pertama memiliki nilai 11, kecuali jika nilai keseluruhan kartu di tangan menjadi lebih dari 21 dan As berikutnya yang

muncul maka As akan memiliki nilai 1. Jack, Queen, dan King memiliki nilai masing-masing sepuluh. Sedangkan kartu lain memiliki nilai sesuai dengan nomornya.



Gambar 1 Layout permainan Black Jack (sumber: <http://wizardofodds.com/games/pai-gow-poker/house-way/RulesGreatBritain.pdf>)

Di Britania Raya, posisi Dealer (sebutan untuk pegawai Kasino yang membagikan kartu dan bermain melawan pengunjung) ada di tengah setengah lingkaran dengan pemain-pemain mengelilinginya. Dealer dengan aturan 'Soft 17' memiliki keuntungan yaitu As yang didapatkannya memiliki nilai 11, kecuali jika bertemu dengan kartu 6 (nilai kartu di tangannya 6 + As menjadi bukan 17) atau jika nilai kartu di tangan menjadi lebih dari 21. Dengan aturan ini dealer harus berhenti menambah kartu di tangannya jika nilai kartu yang didapatkannya berkisar antara 18-21.

Menurut aturan Britania Raya, pemain dinyatakan menang apabila memenuhi salah satu kondisi berikut,

1. Nilai kartu Dealer lebih 21
2. Nilai kartu pemain lebih tinggi daripada nilai kartu Dealer (tapi tidak lebih dari 21)
3. Dealer dan pemain sama-sama mendapatkan nilai 21 tetapi pemain mendapatkan Black Jack sedangkan dealer tidak

Sedangkan permainan dinyatakan seri atau void apabila memenuhi kondisi,

1. Pemain dan dealer mendapatkan nilai yang sama, kurang dari 21
2. Keduanya mendapatkan Black Jack
3. Keduanya mendapatkan nilai 21 tapi bukan Black Jack

Kartu As adalah kartu yang harus didapatkan untuk memenangkan permainan ini dengan Black Jack. Ada empat kartu as dari 52 kartu. Kombinasi yang dimungkinkan untuk dealer untuk memenangkan permainan adalah As dan 10/Jack/Queen/King,  $C(4,1) * C(16,1)$ .

$$\frac{4!}{(4-1)!1!} * \frac{16!}{(16-1)!1!} = 4 * 16 = 64 \text{ cara}$$

Sedangkan keseluruhan cara pengambilan kartu adalah  $C(52, 2) = 1326$  cara, karena urutan pengambilan kartu tidak berlaku untuk dealer dengan aturan 'Soft 17'. Sementara untuk pemain biasa, urutan kartu berlaku sehingga cara pengambilan kartu yang mungkin didapat adalah  $P(52,2) = 2652$ . Dengan demikian kemungkinan kemenangan dealer adalah dua kali lipat kemungkinan kemenangan pemain biasa.

Kondisi kekalahan adalah ketika pemain atau dealer mendapatkan nilai 21. Dengan asumsi pemain, seperti halnya dealer, akan berhenti menambah nilai kartu ketika mereka sudah mendapatkan nilai 17, maka kemungkinan terbesar mendapatkan angka di atas 21 adalah ketika pemain atau dealer mendapatkan nilai 16. Kartu yang akan membuat nilai melebihi 21 adalah 6, 7, 8, 9, 10, Jack, Queen, King. Dengan asumsi kartu tersebut semuanya masih tersedia pada deck maka banyaknya cara pengambilan kartu adalah  $C(8*4, 1) = 32$ , sedangkan banyak cara untuk pengambilan kartu apa saja adalah  $C(13*4, 1) = 52$ .

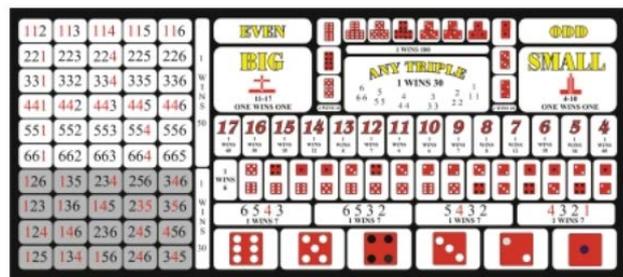
Pola permainan Black Jack adalah membagikan dua kartu pada semua pemain, kemudian satu kartu untuk dealer. Kemudian pemain boleh menambah satu kartu kembali, baru kemudian dealer mendapatkan kartu keduanya. Sekilas kemungkinan kekalahan pemain dan dealer dengan mendapatkan nilai di atas 21 sama, tetapi dengan sistem pemain menambah kartunya terlebih dahulu, sebenarnya dealer diuntungkan.

Kemungkinan pemain mendapatkan nilai lebih dari 22 adalah  $32/52 = 8/13$ . Sedangkan kemungkinan untuk dealer mendapatkan nilai lebih dari 22 adalah

$$\frac{5}{13} * \frac{8}{13} = \frac{40}{169}$$

5/13 berasal dari kemungkinan pemain mendapatkan nilai kurang dari 21, kemudian dikalikan dengan kemungkinan dealer mendapatkan nilai lebih dari 21. Kemungkinan kekalahan pemain ketika pemain dan dealer sama-sama berada di posisi terburuk mencapai lebih dari 60% sedangkan kemungkinan dealer kalah kurang dari 40%.

### III. SIC BO



Gambar 2 Layout Permainan Sic Bo (sumber: <http://wizardofodds.com/games/pai-gow-poker/house-way/RulesGreatBritain.pdf>)

Sic Bo adalah permainan yang simpel, pemain hanya

perlu menebak angka yang akan muncul pada tiga dadu bersisi enam yang dilempar secara bersamaan. Maka kejadian yang mungkin terjadi adalah  $6 \times 6 \times 6 = 216$ . Terdapat tiga belas macam 'tebakan' yang bisa dipilih oleh pemain, masing-masing memiliki nilai 'hadiah'-nya sendiri-sendiri.

- a) Small: pemain menebak bahwa total akumulasi dadu 4-10, tetapi angka ketiga dadu tidak boleh sama ketiganya (triple).
- b) Big: pemain menebak bahwa total akumulasi dadu 11-17, tanpa ada triple.
- c) Even: pemain menebak bahwa total akumulasi dadu adalah genap, tanpa ada triple.
- d) Odd: pemain menebak bahwa total akumulasi dadu adalah ganjil, tanpa ada triple.
- e) Specific Triples: pemain menebak kemunculan triple untuk sebuah angka yang spesifik (misal: triple 5)
- f) Specific Doubles: pemain menebak kemunculan double (dua dadu sama) untuk sebuah angka yang spesifik.
- g) Any triple: pemain menebak kemunculan triple untuk angka apa pun
- h) Three Dice Total: pemain menebak sebuah angka spesifik sebagai nilai total dadu.
- i) Dice Combination: pemain menebak angka yang akan muncul dari dua dadu.
- j) Single Dice Combination: pemain menebak angka yang akan muncul pada salah satu dadu.
- k) Four Number Combination: pemain menebak 4 angka, dan tiga dari empat angka yang ada akan muncul pada dadu.
- l) Three Single Number Combination: pemain menebak salah satu dari 20 kombinasi tiga angka berbeda yang diberikan oleh kasino akan muncul.
- m) Specific Double and Single Number Combination: pemain menebak angka yang double dan sebuah angka lain untuk dadu yang terakhir.

Hadiah utama (*jackpot*) dari permainan ini adalah *Specific Triple (ST)*. Hanya terdapat 6 kondisi untuk ST yaitu Triple 1-6. Kemunculan satu angka spesifik pada sebuah dadu adalah  $1/6$ , karena kemunculan ini untuk tiga angka maka kemungkinan ST terjadi adalah  $1/6 * 1/6 * 1/6 = 1/216$ . Hadiah yang akan didapatkan pemain yang menebak ST dengan benar adalah 180 kali nilai yang dipertaruhkannya.

Sementara kondisi ketika *Any Triple* terpenuhi adalah

6	1	1
---	---	---

Hanya ada enam kondisi dari 216 kondisi sehingga kemungkinan *Any Triple* dapat terjadi adalah  $1/36$ .

Hadiah yang akan didapatkan pemain yang menebak *Any Triple* dengan benar adalah tiga puluh kali nilai yang dipertaruhkannya.

Kombinasi angka yang muncul akan berbeda semua adalah  $P(6,3) = 120$ , sedangkan pada *Three Single Number Combination* hanya ada 20 kondisi yang diterima. Sehingga kemungkinan terjadinya TSNC hanya  $20/216 = 5/54$  atau hampir  $1/11$ . Namun hadiah yang didapatkan pemain yang menebak terjadinya TSNC dengan benar adalah 30 kali nilai pertaruhannya. Sehingga taruhan dengan TSNC adalah nilai taruhan yang paling besar keuntungannya dibandingkan kemungkinannya.

#### IV. PAI GOW POKER

Poker adalah salah satu permainan paling terkenal yang juga sering dimainkan di luar kasino. Pai Gow Poker adalah salah satu variasinya yang dimainkan bukan hanya dengan 52 kartu biasa tapi juga ditambah dengan satu joker. Keberadaan joker ini membuat kombinasi yang dapat terjadi menjadi lebih banyak. The Joker dapat digunakan sebagai pengganti kartu apa saja untuk kombinasi Straight, Flush atau Straight Flush. Selain untuk kombinasi itu, Joker diperlakukan sebagai As.



*Gambar 3 Layout meja untuk Pai Gow Poker (sumber: <http://wizardofodds.com/games/pai-gow-poker/house-way/RulesGreatBritain.pdf>)*

Seperti juga poker biasa, terdapat kombinasi-kombinasi yang dianggap sebagai tingkat kualitas kartu tangan, berikut diurutkan dari tingkatan yang paling tinggi:

- a) Five Aces: Empat As dan Joker
- b) Royal Flush: As, King, Queen, Jack, 10 dari jenis yang sama
- c) Straight Flush: Lima kartu dengan nilai berurut dari jenis yang sama
- d) Four of a Kind: empat kartu dengan angka yang sama
- e) Full House: Tiga kartu dengan angka sama, dan dua kartu dengan angka sama
- f) Flush: Lima kartu dari jenis yang sama, tidak berurut
- g) Straight: lima kartu dengan angka berurut tidak dari jenis yang sama

- h) Three of a Kind: tiga kartu dengan angka sama
- i) Two Pairs: dua pasang kartu dengan angka sama
- j) Pair: dua kartu dengan angka sama
- k) High Card/No Pair: kartu tertinggi yang ada di tangan

Dalam Pai Gow Poker, semua pemain bertarung melawan dealer dan tidak dengan pemain lain. Perbedaan lainnya Pai Gow Poker adalah tidak hanya lima kartu di tangan tapi ada juga dua kartu lain di tangan yang terpisah dengan lima kartu lainnya. Lima kartu disebut High Hand dan dua kartu lagi disebut dengan Low Hand. Untuk memenangkan permainan ini, pemain harus bisa mengalahkan High Hand dan Low Hand dari dealer. Jika pemain hanya bisa memenangkan salah satu tangan maka permainan dianggap seri.

Banyaknya kondisi yang mungkin tercipta di High Hand adalah  $C(53, 5)$

$$\frac{53!}{(53 - 5)! 5!} = 2869685$$

Sedangkan kondisi yang mungkin tercipta di Low Hand adalah  $C(53,2)$

$$\frac{53!}{(53 - 2)! 2!} = 1378$$

Terdapat sangat banyak kombinasi yang mungkin terjadi, namun untuk masing-masing tangan memiliki kartu terbaik kemungkinan tersebut bisa dihitung.

Untuk High Hand kartu terbaik yang mungkin muncul adalah Five Aces hanya ada satu kondisi sehingga kemungkinan munculnya Five Aces adalah 1: 2869685. Kemudian yang terbaik kedua adalah Royal Flush, ada empat kondisi dapat terjadi Royal Flush yaitu satu untuk masing-masing jenis Spade, Club, Diamond dan Heart sehingga kemungkinan kemunculannya adalah 4 : 2869685. Namun karena Joker bisa menggantikan salah satu kartu terdapat tambahan  $C(20,1) = 20$  sehingga kemungkinan kemunculannya adalah 24 : 2869685.

Sedangkan untuk Straight Flush ada 9 kemungkinan untuk masing-masing jenis sehingga kemungkinannya 36 : 2869685, dan karena Joker bisa menggantikan salah satu kartu maka terdapat tambahan  $C(144,1)$  sehingga kemungkinannya menjadi 180 : 2869685. Untuk Four of a Kind ada 13 kondisi untuk masing-masing angka, sehingga kemungkinan munculnya menjadi 13:2869685.

Hand	Kombinasi	Probabilitas
Five Aces	1	0
Royal Flush	24	0.000008

Straight Flush	180	0.000063
Four of a kind	828	0.000289
Full House	4368	0.001522
Flush	804	0.002719
Straight	20532	0.007155

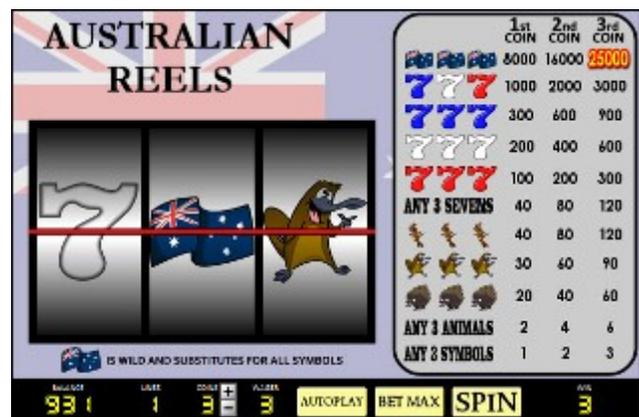
Untuk Low Hand, kartu terbaik yang dapat muncul adalah pair As, kemudian pair King, pair Queen dan seterusnya. Untuk mendapatkan pair, kondisi yang mungkin adalah  $C(4,2) = 6$  untuk tiga belas angka sehingga keseluruhan banyak kondisinya adalah 78 menjadikan kemungkinan munculnya pair 78 : 1378.

Pada Pai Gow Poker, baik dealer dan pemain memiliki kemungkinan yang sama untuk memenangkan permainan sehingga yang menang adalah yang beruntung atau yang memiliki strategi paling baik dalam memilih High Hand dan Low Hand-nya.

## V. SLOT MACHINES

Slot Machines adalah permainan yang mungkin paling sering diidentikan dengan kasino. Mesin permainan ini adalah mesin yang hanya memerlukan keberuntungan untuk dimainkan. Pada permainan ini pemain hanya perlu menekan sebuah tombol atau menarik sebuah tuas kemudian mesin akan bekerja sendiri.

Slot Machines memiliki banyak jenis mulai dari yang sederhana dengan hanya menebak satu garis hingga yang kompleks dengan bisa menebak 8 garis. Di bagian ini, slot machine yang akan dijelaskan adalah jenis Australian Reels.



Gambar 4 Penampakan Mesin Slot (sumber: <http://wizardofodds.com/games/slots/>)

Cara kerja mesin ini sendiri bisa dibilang mudah. Untuk setiap slot, akan dipilih angka 1-64 secara acak. Angka ini akan menentukan di mana slot tersebut akan berhenti. Berikut adalah table hubungan angka dengan gambar:

Simbol	Slot 1	Slot 2	Slot 3
Blank/Kosong	1-3	1-4	1-6
Flag	4-4	5-5	7-7
Blank	5-7	6-9	8-13
Echidna	8-12	10-14	14-17
Blank	13-14	15-16	18-20
Blue 7	15-15	17-19	21-23
Blank	16-17	20-21	24-26
Kangaroo	18-22	22-25	27-29
Blank	23-23	26-27	30-31
White 7	24-29	28-28	32-35
Blank	30-30	29-30	36-37
Echidna	31-36	31-36	38-42
Blank	37-38	37-38	43-44
Red 7	39-42	39-41	45-45
Blank	43-43	42-43	46-47
Platypus	44-48	44-48	48-51
Blank	49-49	49-50	52-53
Kangaroo	50-53	51-54	54-56
Blank	44-44	55-56	57-58
Red 7	55-57	57-58	59-59
Blank	58-59	59-60	60-61
Platypus	60-64	62-64	62-64

Table 1 Jangkauan Henti dari Australian Reels (sumber: <http://wizardofodds.com/play/slots/australian-reels/1-line/australian-reels-1-line-math.pdf>)

Dari pengambilan acak 64 nomor itu, maka terdapat  $64 \times 64 \times 64 = 262144$  cara berhenti untuk mesin ini. Dari table di atas, kita bisa menghitung setiap cara berhenti untuk setiap simbol.

	Slot 1	Slot 2	Slot 3	Cara
Flag	1	1	1	1
Blue 7	1	3	3	9
White 7	6	1	4	24
Red 7	7	5	2	70
Kangaroo	9	8	6	432
Platypus	10	9	7	630
Echidna	11	11	9	1089
Kosong	19	26	32	15808
TOTAL	64	64	64	262144

Kemudian dari kedua tabel di atas, kita bisa menghitung kemungkinan mendapatkan kombinasi menang. Perlu diperhatikan bahwa simbol 'flag' dapat

menggantikan simbol lain seperti joker. Sehingga, misalnya untuk mendapatkan tiga Blue 7, maka cara mendapatkannya adalah Blue 7 atau Flag di slot 1, Blue 7 atau flag di slot 2, Blue 7 atau flag di slot 3, kemudian dikurang 1 untuk kondisi di mana setiap slot diisi dengan simbol flag.. Maka banyaknya cara mendapatkan kombinasi Blue 7 adalah:  $(1+1) \times (1+3) \times (1+3) - 1 = 30$ . Maka kemungkinann untuk mendapatkan kombinasi tiga Blue 7, kemungkinannya adalah  $30/262144 = 0.000114$

Dari perhitungan yang sama untuk setiap kondisi kemenangan didapat tabel:

Kombinasi	Cara	Probabilitas
Three Flags	1	0.000004
Blue 7, White , Red 7 (terurut)	11	0.000042
Three Blue 7	30	0.000114
Three White 7	68	0.000259
Three Red 7	141	0.000538
Three Kangaroos	1249	0.004765
Three Platypuses	629	0.002399
Three Echidnas	1439	0.003353
Simbol Hewan	17729	0.067631
Simbol selain Kosong	32544	0.124146
Total	54720	0.208740

Maka kemungkinan pemain memenangkan hadiah apa saja adalah 0.208740 sedangkan kemungkinan kalahnya mencapai 0.791260, kekalahan pemain bisa dijamin 80%.

## VI. CONCLUSION

Kombinatorial memiliki banyak penerapan dalam dunia nyata namun paling mudah dihubungkan dengan probabilitas. Dengan kombinatorial kita dapat menghitung berapa besar kemungkinan suatu kondisi dapat terpenuhi dengan mengetahui berapa banyak keseluruhan kondisi yang dapat terjadi. Dengan kombinatorial kit tidak perlu mengenumerasi setiap kondisi yang ada tetapi dapat menghitungnya dengan perhitungan-perhitungan kombinatorial seperti kaidah dasar menghitung, permutasi dan kombinasi.

Dengan kombinatorial ini, dapat disimpulkan juga bahwa permainan-permainan di kasino terkadang memiliki kemungkinan yang mendekati mustahil,

## VII. ACKNOWLEDGMENT

Perhitungan yang ada di dalam makalah ini dilakukan oleh penulis sendiri dan beberapa di antaranya dilakukan *crosscheck* dengan hasil yang didapatkan oleh Michael Shackleford dari [wizardofodds.com](http://wizardofodds.com)

## REFERENCES

- [1] <http://wizardofodds.com/games/pai-gow-poker/house-way/RulesGreatBritain.pdf>, terakhir diakses pada 8 Desember 2014, 8.30
- [2] <http://www.contingencies.org/novdec00/wizard.pdf> terakhir diakses pada 8 Desember 2014, 8.33
- [3] Munir, Rinaldi. Diktat Struktur Diskrit, 2010.
- [4] <http://wizardofodds.com/games/poker/> terakhir diakses pada 9 Desember 2014, 15.42
- [5] <http://wizardofodds.com/play/slots/australian-reels/1-line/australian-reels-1-line-math.pdf> terakhir diakses pada 9 Desember 2014, 15.51

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 9 Desember 2014

A handwritten signature in black ink, consisting of several loops and a long horizontal stroke extending to the right.

Frilla Amanda, 13510068