

Teori Graf Sebagai Sebuah Permainan

Raihannur Reztaputra (13513064)
Program Sarjana Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13513064@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Graf adalah suatu teori yang dapat diterapkan ke bidang yang sangat luas, baik itu bidang yang berhubungan dengan matematika ataupun tidak. Graf dapat digunakan untuk merepresentasikan ikatan kimia, merepresentasikan siklus biologis, dasar dari *Artificial Intelligence*, dan dasar dari banyak sistem lainnya. *Game* adalah salah satu bidang yang menerapkan graf dalam pembuatannya, dalam pembuatan *scene*, pohon alur cerita, dan lain lain. Tidak hanya sistem dari *game* yang menerapkan teori graf, bahkan ada *game* yang menjadikan teori graf itu sendiri sebagai inti dari *game* tersebut. Beberapa contohnya adalah *One Touch Drawing* dan *Flow Free*. Makalah ini akan membahas teori graf sebagai isi dari *game-game* diatas.

Kata Kunci— Graf, *One Touch Drawing*, *Flow Free*, Sirkuit, Lintasan, *Euler*, *Hamilton*.

I. PENDAHULUAN

Graf dapat diterapkan ke bidang yang sangat luas. Salah satu contohnya adalah pada *game*. *Game* pada umumnya memanfaatkan graf untuk merancang sistem, seperti *Job Tree* atau *Skill Tree* pada *game RPG*, atau untuk merancang *AI*. Namun, graf tidak hanya dapat diterapkan sebagai sistem atau sebagai bagian kecil dari suatu *game*, melainkan dapat juga diterapkan sebagai inti dari *game* itu sendiri. Sebagai contoh adalah *One Touch Drawing* dan *Flow Free*. Pada *game-game* tersebut, pemain akan diberikan suatu puzzle yang dapat dipandang sebagai graf dan diharuskan untuk menyelesaikan puzzle tersebut untuk dapat melanjutkan ke *level* selanjutnya.

II. DASAR TEORI

Dasar ilmu yang digunakan untuk pembahasan pada makalah ini adalah teori graf, khususnya pada bagian lintasan dan sirkuit.

A. Graf

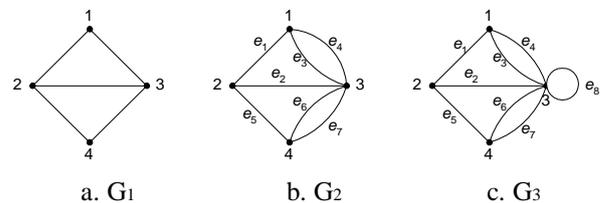
Graf adalah suatu struktur yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.

Graf dapat dinyatakan sebagai suatu pasangan dari himpunan tidak kosong dari simpul-simpul dari graf

tersebut (V /Vertex) dan himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul (E /Edge). Suatu graf G dapat dituliskan dengan notasi sebagai berikut :

$$G = (V, E)$$

Berikut beberapa contoh graf beserta himpunan simpul dan sisinya :



Gambar 1 : (a) Graf Sederhana, (b) Graf Ganda , dan (c) Graf semu [1].

Pada gambar 1,

G_1 adalah graf dengan:

$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$
$$E = \{ (1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,4) \}$$
$$= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$$

G_2 adalah graf dengan:

$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$
$$E = \{ (1,2), (2,3), (1,3), (1,3), (2,4), (3,4), (3,4) \}$$
$$= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$$

G_3 adalah graf dengan:

$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$
$$E = \{ (1,2), (2,3), (1,3), (1,3), (2,4), (3,4), (3,4), (3,3) \}$$
$$= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$$

Graf terbagi menjadi beberapa jenis, antara lain:

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda, graf digolongkan menjadi :

1. Graf sederhana (*Simple Graph*).

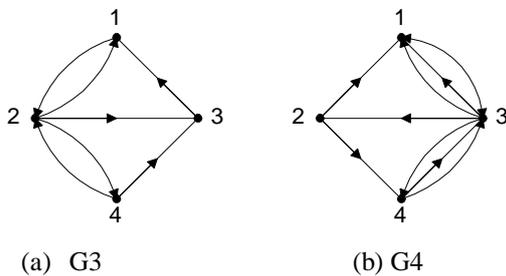
Graf sederhana adalah graf yang tidak

mengandung gelang ataupun sisi ganda. G1 pada Gambar 1 adalah contoh graf sederhana.

2. Graf tak-sederhana (*Unsimpe Graph*).
Graf tak sederhana adalah graf yang mengandung gelang atau sisi ganda. G2 dan G3 pada Gambar 1 adalah contoh graf tak-sederhana.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, secara umum graf terbagi menjadi:

1. Graf tak-berarah (*Undirected Graph*).
Graf tak berarah adalah graf yang sisi-sisinya tidak memiliki arah. Graf-graf pada Gambar 1 adalah contoh graf tak-berarah.
2. Graf berarah (*Directed Graph*).
Graf berarah adalah graf yang sisi-sisinya memiliki arah. Graf pada Gambar 2 dibawah adalah contoh graf berarah.



Gambar 2 : Contoh Graf Berarah [1].

Tabel 1 : Jenis-jenis graf [1].

Jenis	Sisi	Sisi ganda dibolehkan ?	Sisi gelang dibolehkan ?
Graf sederhana	Tak-berarah	Tidak	Tidak
Graf ganda	Tak-berarah	Ya	Tidak
Graf semu	Tak-berarah	Ya	Ya
Graf berarah	Bearah	Tidak	Ya
Graf-ganda berarah	Bearah	Ya	Ya

Berikut terminologi dalam teori graf :

1. Ketetangaan (*Adjacent*)
Dua buah simpul dikatakan bertetangga jika kedua sisi tersebut terhubung secara langsung.
2. Bersisian (*Incidency*)
Suatu sisi dikatakan bersisian dengan suatu simpul jika sisi tersebut terhubung dengan simpul tersebut.
3. Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)
Simpul terpencil adalah simpul yang tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya.
4. Graf Kosong (*Null Graph*)
Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong.

5. Derajat (*Degree*)
Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.
6. Lintasan (*Path*)
Lintasan adalah sekumpulan sisi-sisi yang dilewati untuk menuju ke suatu simpul dari suatu simpul lainnya.
7. Siklus/Sirkuit (*Cycle/Circuit*)
Sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
8. Terhubung (*Connected*)
Dua buah simpul v_1 dan v_2 dikatakan terhubung jika terdapat suatu lintasan dari v_1 ke v_2 . Suatu graf dikatakan terhubung jika untuk setiap pasang simpul pada graf tersebut terdapat sirkuit yang menghubungkan setiap pasang simpul tersebut.

B. Lintasan dan Sirkuit Euler

Lintasan *Euler* adalah lintasan yang melalui masing-masing sisi pada graf tepat satu kali.

Sirkuit *Euler* adalah sirkuit yang melewati masing-masing sisi pada graf tepat satu kali.

Contoh:

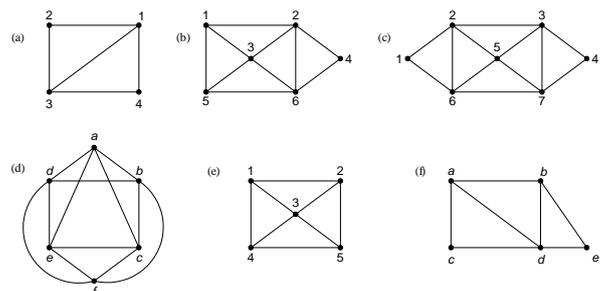
Lintasan *Euler* pada graf (a) : 3, 1, 2, 3, 4, 1

Lintasan *Euler* pada graf (b) : 1, 2, 4, 6, 2, 3, 6, 5, 1, 3

Sirkuit *Euler* pada graf (c) : 1, 2, 3, 4, 7, 3, 5, 7, 6, 5, 2, 6, 1

Sirkuit *Euler* pada graf (d) : $a, c, f, e, c, b, d, e, a, d, f, b, a$

Graf (e) dan (f) tidak mempunyai lintasan maupun sirkuit *Euler*



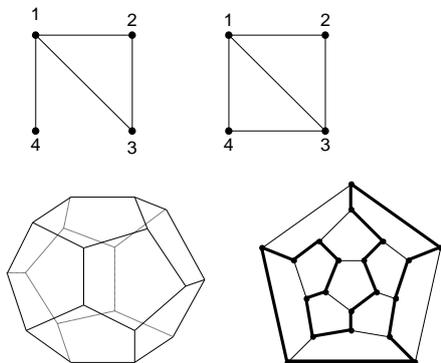
Gambar 3 : Perbandingan antara graf yang memiliki sirkuit/lintasan Euler dengan yang tidak memiliki. [1]

C. Lintasan dan Sirkuit Hamilton

Lintasan *Hamilton* adalah lintasan yang melalui tiap simpul pada graf tepat satu kali.

Sirkuit *Hamilton* adalah sirkuit yang melalui tiap simpul pada graf tepat satu kali.

Contoh:



Gambar 4 : Contoh graf yang memiliki lintasan Hamilton atau sirkuit Hamilton. [1]

III. ONE TOUCH DRAWING

One Touch Drawing adalah sebuah game pada platform android yang dapat diunduh secara gratis pada Google Play Store. Game buatan Ecapy Inc. ini bertemakan teka-teki (puzzle) yang terdiri dari ratusan level.



Gambar 4 : Start Menu OTD [2]

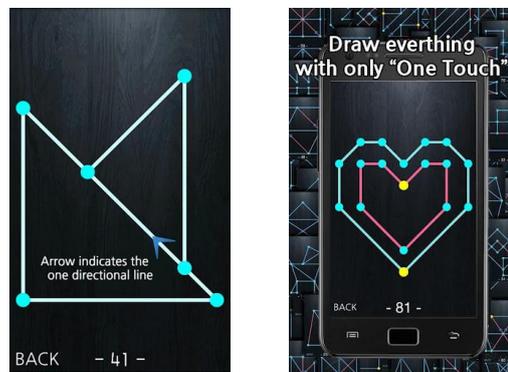
Pemain akan diberikan sebuah puzzle yang berupa sebuah graf pada setiap levelnya. Untuk dapat melanjutkan ke level berikutnya, pemain harus menemukan sirkuit Euler pada graf tersebut dengan cara menekan sebuah simpul lalu menggeser jari mengikuti lintasan yang ada hingga sampai lagi ke simpul awal setelah melewati semua sisi pada graf. Pemain dibebaskan untuk memulai dari simpul manapun dan

tidak ada batas kegagalan, dengan kata lain, pemain dapat gagal berapa kalipun dan tidak akan *game over*.

Pada awal permainan, graf yang disajikan adalah graf-graf sederhana, namun seiring meningkatnya level permainan graf yang disajikan pun semakin kompleks.

Graf-graf pada level yang lebih tinggi tidak lagi merupakan graf sederhana, graf dimodifikasi dan ditambahkan aturan baru yang beberapa diantaranya tidak ada dalam teori graf agar permainan menjadi lebih menarik. Aturan-aturan baru tersebut antara lain:

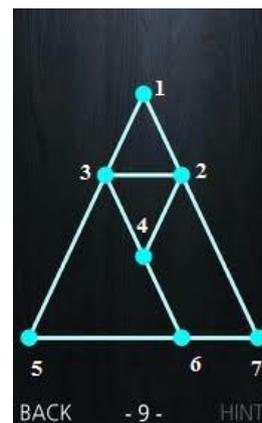
1. Ada sisi yang diberi arah dan pemain harus mengikuti arah tersebut jika ingin melewati sisi tersebut. (Sisi berarah pada graf berarah)
2. Adanya sisi khusus berwarna merah yang harus dilalui sebanyak dua kali.
3. Adanya simpul berwarna kuning yang jika dilewati maka pemain akan dipindah secara paksa ke simpul berwarna kuning lainnya (*warp node*).



(a)

(b)

Gambar 5 : (a) Graf pada level 41 [3], (b) graf pada level 81 [4]



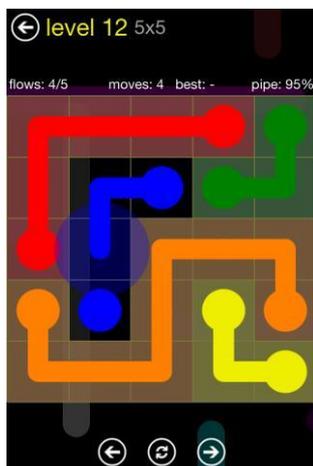
Gambar 6 : Graf pada level 9 yang diberi nomor pada setiap simpulnya. [5]

Contoh penyelesaian dari graf pada Gambar 6 adalah dengan sirkuit Euler 6-4-2-1-3-5-6-7-2-3-4. Dapat terjadi lebih dari satu penyelesaian dari Gambar 6 diatas, contohnya adalah 4-2-1-3-5-6-7-2-3-4-6. Penyelesaian

kedua didapat dengan menggeser urutan pada penyelesaian pertama sebanyak 1 gerakan, namun tidak selamanya penggeseran dari sirkuit yang telah didapat akan menghasilkan suatu penyelesaian. Contohnya ada penggeseran penyelesaian kedua sebanyak 1 gerakan, yaitu 2-1-3-5-6-7-2-3-4-6-4, yang bukan merupakan penyelesaian karena melewati sisi (4,6) sebanyak 2 kali dan sisi (2,4) tidak dilewati. Permainan ini menyediakan *Hints* jika pemain sudah merasa putus asa untuk menyelesaikan *puzzle* pada permainan tersebut. *Hints* ini akan memberikan petunjuk beberapa langkah yang harus diambil untuk menyelesaikan *puzzle*.

IV. FLOW FREE

Flow Free adalah sebuah permainan pada platform android yang dapat diunduh secara gratis pada *Google Play Store*. *Game* buatan *Big Duck Games LLC* ini adalah permainan yang ber-genre *puzzle* dengan ratusan level.



Gambar 7 : Contoh Tampilan Permainan [6]

Pemain akan diberikan sebuah *puzzle* berbentuk matriks $n \times n$ dimana pada beberapa kotak pada *puzzle* tersebut akan diletakkan beberapa pasang titik berwarna tertentu. Tujuan dari permainan ini adalah menghubungkan semua titik yang berwarna sama dengan melalui semua kotak yang ada tanpa penghubung antara titik-titik tersebut berpotongan.

Puzzle ini dapat dianggap sebagai graf dengan $n \times n$ simpul yang simpulnya tersusun dengan rapi sedemikian sehingga membentuk sebuah kotak berukuran $n \times n$. Dengan kata lain, setiap kotak pada *puzzle* dapat dianggap sebagai simpul, dengan kotak yang berisikan warna tertentu sebagai simpul yang mendapat perlakuan khusus. Dengan menganggap semua kotak pada *puzzle* adalah sebuah simpul, maka tujuan dari permainan dapat diubah menjadi mencari lintasan-lintasan yang menghubungkan simpul yang berwarna sama dalam graf sedemikian sehingga seluruh simpul pada graf dilalui

dan tidak ada lintasan yang saling berpotongan.



(a)

(b)

Gambar 8 : (a) contoh *puzzle* pada level 13 [7], (b) contoh *puzzle* pada level 27 yang telah diselesaikan [8]

Gambar diatas merupakan contoh dari *puzzle* pada level 13 dan level 27. Pemain dapat memilih ukuran *puzzle* yang ingin dimainkan, mulai dari 5 x 5 sampai 14 x 14. Pemain dapat mengulang langkahnya yang salah, namun jumlah gerakan yang dilakukan pada permainan tersebut tetap bertambah. Banyak gerakan yang paling sedikit yang dilakukan pemain untuk menyelesaikan suatu level akan tercatat pada level tersebut. Jika tidak ada gerakan yang salah atau percuma pada suatu permainan, maka permainan tersebut adalah permainan yang sempurna (*perfect*) dan tidak mungkin suatu himpunan gerakan yang banyak gerakannya lebih sedikit dari banyak gerakan pada *perfect game*.

Pada permainan ini ditambahkan pula beberapa fitur unik agar permainan menjadi lebih menarik. Diantaranya adalah penambahan jembatan pada suatu kotak sehingga kotak tersebut bisa dilewati dari dua arah dan tidak dianggap berpotongan.



Gambar 9 : Contoh *puzzle* yang mengandung jembatan pada lintasan merah muda, biru, dan hijau. [9]

V. KESIMPULAN

Bandung, 10 Desember 2014

Graf pada umumnya diterapkan pada suatu bidang untuk menghasilkan suatu bentuk yang lain, sehingga jika tidak diperhatikan dengan seksama, mungkin tidak terlihat bahwa bentuk yang dihasilkan tersebut berasal dari teori graf. Namun, graf tidak hanya dapat diterapkan untuk diubah menjadi bentuk yang lain, graf dapat diterapkan tanpa mengikis identitas graf itu sendiri. Contohnya adalah penerapan graf dalam dunia *game*. Walaupun pada umumnya pada *game* graf diterapkan sebagai sistem atau fitur pembantu sehingga tidak jelas terlihat bahwa sistem atau fitur tersebut merupakan terapan dari graf, ada *game* yang memang inti dari *game* tersebut adalah graf, sebagai contoh, *One Touch Drawing* dan *Flow Free*. Jadi, teori graf pun dapat diubah menjadi sesuatu yang menghibur.



Raihannur Reztaputra (13513064_)

VI. TERIMA KASIH

Terima kasih kepada Allah SWT karena atas berkat dan rahmat-Nya penulis dapat merampungkan makalah ini. Terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir untuk segala hal yang diajarkan kepada penulis. Tidak lupa pula penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu penulis sehingga dapat merampungkan makalah ini.

REFERENSI

- [1] Slide Presentasi Teori Graf Bahan Kuliah IF2120 Matematika Diskrit, Teknik Informatika ITB.
- [2] <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.ecapvcsw.onetouchdrawing>, diakses pada tanggal 10 Desember 2014 pukul 23.43
- [3] <http://image.mobilemadly.com/one-touch-drawing-app4.jpg>, diakses pada tanggal 10 Desember 2014 pukul 23.55
- [4] <http://www.cell11.com/android/wp-content/uploads/2013/02/One-touch-Drawing.jpg>, diakses pada tanggal 10 Desember 2014 pukul 23.56
- [5] http://i.wp.pl/a/f/mobilemarket/032b2cc936860b03048302d991c3498f_241852_1335537960.jpg, diakses pada tanggal 10 Desember 2014 pukul 23.57
- [6] <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.bigduckgames.flow>, diakses pada tanggal 11 Desember 2014 pukul 00.45
- [7] http://bigduckgames.files.wordpress.com/2012/07/8x8_13.png, diakses pada tanggal 11 Desember 2014 pukul 00.50
- [8] <http://flowfreesolutions.com/solution-pictures/flow/pink/14/flow-pink-14-27.png>, diakses pada tanggal 11 Desember 2014 pukul 00.52
- [9] <http://flowfreesolutions.com/solution-pictures/bridges/yellow/14/bridges-yellow-14-15.png>, diakses pada tanggal 11 Desember 2014 pukul 00.55
- [10] Munir, Rinaldi, 2009, *Matematika Diskrit*. Bandung: Penerbit Informatika, Palasari.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.