

# Penerapan *Travelling Salesman Problem* dalam Penentuan Rute Pesawat

Aisyah Dzulqaidah 13510005<sup>1</sup>

Program Sarjana Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>13510005@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**— Pada perusahaan maskapai penerbangan dengan harga rendah seperti *Air Asia*, penentuan rute pesawat merupakan salah satu faktor untuk menekan biaya penerbangan. Penentuan rute – rute yang disediakan oleh maskapai penerbangan dapat direpresentasikan sebagai *Travelling Salesman Problem* (TSP) dengan fungsi heuristik yang mempertimbangkan perkiraan jumlah penumpang dan jarak antar kota sebagai perkiraan kebutuhan bahan bakar. Kota-kota tujuan penerbangan direpresentasikan sebagai simpul-simpul pada graf sedangkan jarak yang perlu ditempuh pesawat dari satu kota ke kota lain direpresentasikan dengan sisi-sisi pada graf. Penentuan rute ditentukan dengan mencari sirkuit Hamilton pada graf dengan *cost* terendah berdasarkan fungsi heuristik tersebut. Solusi yang dihasilkan berupa rute-rute yang memungkinkan yang meminimasi bahan bakar dan memaksimalkan keuntungan (banyaknya jumlah penumpang).

**Kata Kunci**— Graf, penentuan rute, sirkuit Hamilton, *Travelling Salesman Problem*.

## I. PENDAHULUAN

Terdapat berbagai faktor penumpang dalam menentukan maskapai penerbangan yang akan dipilih. Faktor-faktor tersebut antara lain harga penerbangan, kenyamanan, keamanan, dan ketepatan waktu. Maskapai penerbangan pun berlomba-lomba untuk dapat memenuhi permintaan penumpang. Salah satu jenis penerbangan yang diminati oleh penumpang pesawat adalah *Low Cost Airlines*. *Low Cost Airlines* adalah jenis maskapai penerbangan yang memiliki biaya perjalanan yang lebih murah dan tingkat kenyamanan yang lebih rendah. Walaupun tingkat kenyamanan yang ditawarkan lebih rendah, maskapai penerbangan ini tetap diminati karena mayoritas penumpang tidak mengutamakan kenyamanan seperti penyediaan makanan atau bagasi tambahan, tetapi yang diutamakan penumpang adalah dapat sampai ke tujuan dengan biaya seminimal mungkin. Contoh maskapai dengan penerbangan harga rendah di Indonesia yaitu *Air Asia* dan *Citylink*.

Bagaimana *Low Cost Airlines* dapat menekan harga seminimal mungkin? *Low Cost Airline* memiliki beberapa strategi. Strategi pertama adalah menggunakan *secondary*

*airport* sehingga biaya mendarat menjadi lebih rendah. Strategi berikutnya adalah menggunakan sumber daya dengan seoptimal mungkin, yaitu pegawai penerbangan melakukan pekerjaan ganda sehingga biaya untuk upah pegawai bisa seminimal mungkin dan mengatur pembelian bahan bakar dengan membeli dalam jumlah banyak saat harga avtur murah dan memakainya dengan seoptimal mungkin dengan mengatur jadwal penerbangan secara optimal. Strategi lainnya, yang tidak kalah penting, yaitu dengan merencanakan rute pesawat untuk mengakomodasi penumpang sebanyak mungkin dan menjaga agar pesawat tidak lama diam di bandara sehingga melakukan penerbangan lebih banyak (*less time on the ground*). Oleh karena itu, penentuan rute sangat penting pada *low cost airlines* untuk memaksimalkan keuntungan.

Makalah ini akan membahas penentuan rute pesawat dengan model *Travelling Salesman Problem*. Rute penerbangan akan direpresentasikan sebagai graf dengan simpul-simpulnya sebagai kota-kota tujuan. Sisi pada graf menunjukkan jarak antar kota. Penentuan rute akan ditentukan dengan memilih sirkuit Hamilton pada graf dengan biaya lebih rendah (jarak lebih pendek sehingga menggunakan bahan bakar lebih sedikit) dan jumlah penumpang yang lebih banyak. Penentuan rute ini dengan asumsi bahwa setiap kota hanya bisa dikunjungi satu kali sehingga perlu perencanaan rute agar semua rute bisa dikunjungi,

## II. DASAR TEORI

### A. Teori Graf

#### a. Definisi Graf

Berikut definisi graf secara matematis [1]:

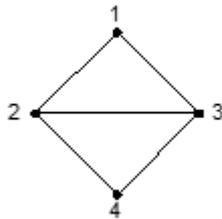
Suatu graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$  yang dalam hal ini:

$V$  = himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) =  $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$   
dan

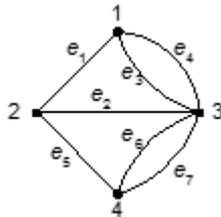
$E$  = himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul =  $\{e_1, e_2, e_3, \dots, e_4\}$

atau dapat ditulis notasi  $G = \{V, E\}$

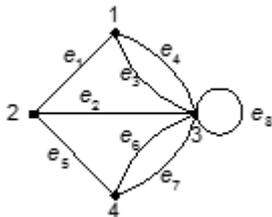
Secara geometri graf digambarkan sebagai kumpulan noktah (simpul) di dalam bidang dwimatra yang dihubungkan dengan sekumpulan garis (sisi)



Gambar 1 Graf sederhana



Gambar 2 Graf ganda



Gambar 3 Graf semu

b. Terminologi Dasar

Berikut terminologi dasar graf yang akan digunakan pada makalah ini [1]:

1. Bertetangga (*Adjacent*)

Suatu simpul dikatakan bertetangga dengan simpul lainnya jika keduanya terhubung secara langsung oleh suatu sisi.

2. Bersisian (*Incident*)

Suatu sisi disebut bersisian dengan simpul tertentu apabila sisi tersebut terbentuk dari simpul tersebut.

3. Derajat (*Degree*)

Derajat suatu simpul graf (tak-berarah) adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Pada graf berarah, derajat simpul dihitung dari derajat-masuk (jumlah busur yang masuk ke simpul  $v$ ) dan derajat-keluar (jumlah busur yang keluar dari simpul  $v$ ).

4. Lintasan (*Path*)

Lintasan yang panjangnya  $n$  dari simpul awal  $v_0$  ke simpul tujuan  $v_n$  di dalam graf  $G$  ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk  $v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ . sedemikian sehingga  $e_1 = (v_0, v_1)$ ,  $e_2 = (v_1, v_2)$  adalah sisi-sisi dari  $G$ .

5. Sirkuit (*Circuit*)

Sirkuit pada graf adalah lintasan yang memiliki titik awal dan titik akhir pada simpul yang sama.

B. Teori Hamilton

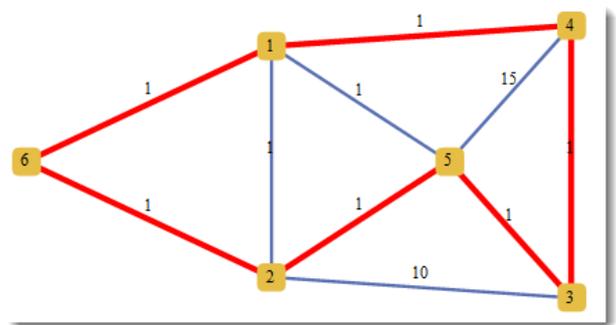
Teori Hamilton terdiri dari sirkuit Hamilton dan lintasan Hamilton. Pada lintasan Hamilton, setiap simpul dalam graf dilewati tepat satu kali. Sirkuit Hamilton seperti halnya lintasan Hamilton, namun lintasan tersebut berakhir ke simpul asal sehingga simpul asal dilalui dua kali.

Graf Hamilton adalah graf yang memiliki sirkuit Hamilton sedangkan graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut graf semi-Hamilton.

Jumlah sirkuit Hamilton pada graf lengkap adalah sebanyak  $(n-1)!/2$  buah dengan  $n \geq 3$ . [1]

C. Travelling Salesman Problem

*Travelling Salesman Problem* atau persoalan pedagang keliling adalah pemodelan permasalahan yang berasal dari permasalahan pedagang yang harus mengunjungi seluruh kota untuk menjajakan jualan. Pedagang tersebut perlu mencari sirkuit Hamilton dengan jarak terpendek untuk meminimasi biaya.



Gambar 4 Contoh permasalahan TSP, garis merah adalah jalur solusi [2]

Pada graf lengkap, jumlah solusi sirkuit Hamilton yang dihasilkan adalah sebanyak  $(n-1)!/2$  penyelesaian [1]

### III. PENENTUAN RUTE DENGAN TRAVELLING SALESMAN PROBLEM

#### A. Permasalahan

Apabila telah didefinisikan suatu masalah penentuan rute penerbangan sebagai berikut:

Suatu maskapai penerbangan diketahui sedang merencanakan rute untuk terbang ke 5 kota, yaitu kota A, B, C, dan E. Jarak antar kota tersebut berbeda-beda. Berikut tabel jarak antar masing-masing kota (dalam km):

	A	B	C	D
A	-	100	150	50
B	100	-	140	350
C	150	140	-	75
D	50	350	75	-

Tabel 1 Jarak antar kota

Jumlah penumpang yang akan diangkut di masing-masing rute berbeda-beda di setiap kota. Berikut tabel yang menunjukkan jumlah penumpang yang akan dibawa pesawat di setiap rute:

Kota	Jumlah
A	400
B	300
C	350
D	370

Tabel 2 Jumlah penumpang tiap kota

Waktu pesawat datang ke kota tersebut juga mempengaruhi jumlah penumpang. Jumlah penumpang akan berkurang sebanyak 10% setiap pesawat datang ke kota lain setiap pesawat tersebut mendarat di kota lain sebelum membawa penumpang di kota tersebut. Contohnya apabila kota B dikunjungi sebagai kota ke-3 pada rute penerbangan maka penumpang akan berkurang sebanyak  $((3-1) \cdot (10\%) \cdot 300) = 60$  penumpang menjadi 240 penumpang. Oleh karena itu, pemilihan kota –kota yang dikunjungi pertama kali juga menjadi pertimbangan dalam menentukan rute.

Pemilihan rute ditentukan dengan mempertimbangkan jarak antar kota dan jumlah penumpang yang akan diangkut. Rute yang dipilih yaitu rute yang menghasilkan pendapatan yang lebih besar. Pendekatan penghitungan pendapatan dapat dihitung dengan total pembelian tiket dari penumpang yang diangkut dikurangi dengan biaya bahan bakar dihitung dari total jarak yang ditempuh. Harga tiket penumpang setiap kota sama yaitu Rp500.000,00 dan biaya bahan bakar setiap km yaitu seharga Rp100000. Rumus untuk menghitung pendapatan adalah pada persamaan (1) berikut

$$P = (X \cdot 500.000) - (Y \cdot 100000) \quad (1)$$

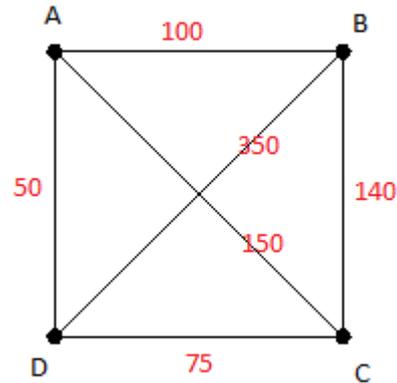
P= keuntungan (*profit*)

X= jumlah penumpang yang diangkut

Y= total jarak yang ditempuh dalam km

#### B. Pemodelan dengan Travelling Salesman Problem

Berdasarkan pembahasan pada subbab sebelumnya, permasalahan penentuan rute ini dapat digambarkan dalam graf lengkap sebagai berikut:



Tabel 3 Graf lengkap kota

Berdasarkan graf tersebut, jumlah rute yang dapat dipilih dapat ditentukan dengan menghitung jumlah sirkuit Hamilton pada graf. Adapun jumlah sirkuit Hamilton pada graf lengkap yaitu sebanyak

$$S = (N-1)!/2 \quad (2)$$

N= jumlah simpul pada graf lengkap.

Jadi, jumlah sirkuit Hamilton yang ada yaitu sebanyak 3, namun terdapat kemungkinan kota yang berbeda di sirkuit amilton tersebut sehingga jumlah rute yang memungkinkan yaitu sebanyak 6 buah. Berikut rute-rute yang dapat dipilih dengan simpul A selalu menjadi kota pertama:

1. A-B-C-D-A
2. A-B-D-C-A
3. A-C-B-D-A
4. A-C-D-B-A
5. A-D-B-C-A
6. A-D-C-B-A

Masing-masing tersebut perlu dihitung jumlah pendapatan yang dihasilkan untuk menentukan rute mana yang dipilih. Rute yang dipilih tentu saja yang menghasilkan keuntungan paling besar.

#### C. Rute-rute yang dihasilkan

Rute-rute yang dihasilkan dihitung jumlah pendapatannya dengan persamaan (1):

$$P = (X \cdot 500.000) - (Y \cdot 100000) \quad (1)$$

P= keuntungan (*profit*)

X= jumlah penumpang yang diangkut

Y= total jarak yang ditempuh dalam km  
Jumlah penumpang yang diangkut tentu memperhatikan urutan kota penerbangan.

#### 1. Rute A-B-C-D-A

Jumlah penumpang yang diangkut yaitu:

$$A= 400$$

$$B=90\% *300=270$$

$$C=80\% 350=280$$

$$D=70\% 370=259$$

$$A+B+C+D= 1209$$

Total jarak yang ditempuh:

$$100+140+75+50=365$$

Total pendapatan yang diterima=

$$1209*500000-365*100000= \text{Rp}568000000,00$$

#### 2. Rute A-B-D-C-A

Jumlah penumpang yang diangkut yaitu:

$$A= 400$$

$$B=90\% *300=270$$

$$C=70\% 350=245$$

$$D=80\% 370=296$$

$$A+B+C+D= 1211$$

Total jarak yang ditempuh:

$$100+350+75+150=675$$

Total pendapatan yang diterima=

$$1211*500000-675*100000= \text{Rp}538000000,00$$

#### 3. Rute A-C-B-D-A

Jumlah penumpang yang diangkut yaitu:

$$A= 400$$

$$B=80\% *300=240$$

$$C=90\% 350=315$$

$$D=70\% 370=259$$

$$A+B+C+D= 1214$$

Total jarak yang ditempuh:

$$150+140+350+50=690$$

Total pendapatan yang diterima=

$$1209*500000-690*100000= \text{Rp}535500000,00$$

#### 4. Rute A-C-D-B-A

Jumlah penumpang yang diangkut yaitu:

$$A= 400$$

$$B=70\% *300=210$$

$$C=90\% 350=315$$

$$D=80\% 370=296$$

$$A+B+C+D= 1221$$

Total jarak yang ditempuh:

$$150+70+350+100=670$$

Total pendapatan yang diterima=

$$1221*500000-670*100000= \text{Rp}543500000,00$$

#### 5. Rute A-D-B-C-A

Jumlah penumpang yang diangkut yaitu:

$$A= 400$$

$$B=80\% *300=240$$

$$C=70\% 350=245$$

$$D=90\% 370=333$$

$$A+B+C+D= 1218$$

Total jarak yang ditempuh:

$$50+350+140+150=690$$

Total pendapatan yang diterima=

$$1218*500000-690*100000= \text{Rp}540000000,00$$

#### 6. Rute A-D-C-B-A

Jumlah penumpang yang diangkut yaitu:

$$A= 400$$

$$B=70\% *300=210$$

$$C=80\% 350=280$$

$$D=90\% 370=333$$

$$A+B+C+D= 1223$$

Total jarak yang ditempuh:

$$50+75+140+100=365$$

Total pendapatan yang diterima=

$$1223*500000-365*100000= \text{Rp}575000000,00$$

Berdasarkan pada perhitungan-perhitungan di atas, dapat disimpulkan bahwa rute A-D-B-C-A adalah rute yang paling memaksimalkan keuntungan dengan keuntungan yang dihasilkan yaitu sebesar RP575.000.000,00. Oleh karena itu, rute yang akan dipilih yaitu pertama-tama mendarat di kota A, kemudian ke kota B, C, D, dan kembali lagi ke kota A.

## V. KESIMPULAN

Dari pengerjaan makalah ini dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Penentuan rute pada maskapai penerbangan dapat diselesaikan dengan pemodelan Travelling Salesman Problem
2. Jumlah rute yang dapat dihasilkan pada masalah dengan model graf lengkap yaitu sebanyak  $(n-1)!$  buah sirkuit Hamilton.
3. Kompleksitas algoritma untuk penentuan rute dengan pemodelan *Travelling Salesman Problem* dan menggunakan metode enumerasi setiap sirkuit Hamilton yaitu sebesar  $O(n.n!)$
4. Untuk jumlah kota yang cukup banyak sebaiknya tidak menggunakan metode enumerasi seperti yang dilakukan pada pengerjaan makalah ini.

## VII. UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu dalam pengerjaan makalah dan selama perkuliahan:

1. Pengajar matakuliah IF 2120 Matematika Diskrit, Ibu Harlili dan Pak Rinaldi Munir yang telah mengajar penulis selama satu semester tahun pelajaran 2014/2015.
2. Teman-teman penulis yang telah memberikan ide dan inspirasi dalam pembuatan makalah mengenai penentuan rute pesawat dengan TSP ini.

3. Dan seluruh pihak-pihak yang telah membantu yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

#### REFERENCES

- [1] Munir, Rinaldi. 2008. *Diktat Kuliah IF2091 Struktur Diskrit*. Program Studi Teknik Informatika. Hal. 42-44, 48-50.
- [2] <http://i.stack.imgur.com/bvJyf.png> , terakhir diakses pada 11 Desember 2014 pukul 10.00.

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2014



Aisyah Dzulqaidah  
13510005i