

Penerapan Graf dan Pohon dalam Kompetisi Liga Champions Asia

Muhammad Fauzan Naufan 13513062
 Program Studi Teknik Informatika
 Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
 Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
 13513062@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Makalah ini membahas tentang penggunaan dua materi Matematika Diskrit, yaitu Graf dan Pohon dalam kompetisi Liga Champions Asia. Graf dan pohon digunakan dalam penentuan peserta kompetisi, pengundian babak kualifikasi, pengundian babak grup, dan representasi sistem kompetisi. Graf dan pohon dapat merepresentasikan permasalahan tersebut sehingga lebih mudah untuk dipahami.

Keywords—Graf, Liga Champions Asia, pohon, sistem kompetisi.

I. PENDAHULUAN

Sepakbola adalah olahraga paling populer di dunia sehingga kompetisi sepakbola berjumlah sangat banyak. Kompetisi sepakbola yang paling populer di Indonesia adalah Liga Super Indonesia. Liga Super merupakan sebuah kompetisi untuk menentukan klub terbaik di Indonesia. Juara Liga Super akan lolos ke sebuah kompetisi untuk menentukan klub terbaik di benua Asia. Kompetisi tersebut bernama Liga Champions Asia. Liga Champions Asia merupakan kompetisi tertinggi untuk klub di benua Asia.

Liga Champions Asia memiliki kebutuhan yang bermacam-macam yaitu penentuan klub yang bermain, sistem kompetisi, dan sistem pengundian. Kebutuhan-kebutuhan tersebut bisa dijawab dengan teori graf dan pohon yang dipelajari di Matematika Diskrit. Pada makalah ini, penulis menyajikan penggunaan teori graf dan pohon dalam menjawab kebutuhan kompetisi Liga Champions Asia.

II. DASAR TEORI

A. Graf

Menurut buku *Matematika Diskrit* [1], graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan simpul dan himpunan sisi.

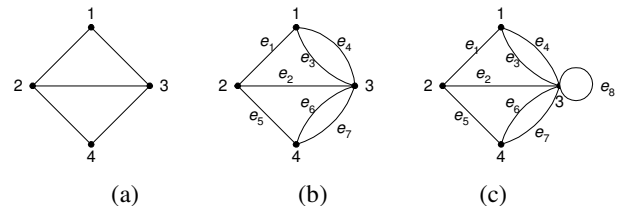
Graf $G = (V, E)$

V = himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices*)
 $= \{ v_1, v_2, \dots, v_n \}$

E = himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang simpul
 $= \{ e_1, e_2, \dots, e_n \}$

Graf dapat dikelompokkan menurut sifat-sifat tertentu dari sebuah graf. Graf dikelompokkan menjadi dua jenis berdasarkan ada atau tidaknya gelang pada graf, yaitu :

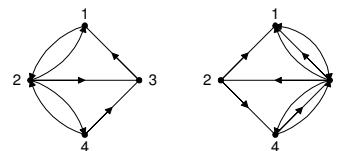
1. Graf sederhana (*simple graph*)
 Graf yang tidak mengandung gelang atau simpul ganda.
2. Graf tak-sederhana (*unsimple-graph*)
 Graf yang mengandung gelang atau simpul ganda. Graf tak-sederhana dibagi lagi menjadi dua jenis yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi-ganda, sedangkan graf semu adalah graf yang mengandung gelang.



[] Gambar 2.1 (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu

Graf juga dikelompokkan menjadi dua jenis berdasarkan orientasi arah pada sisi, yaitu :

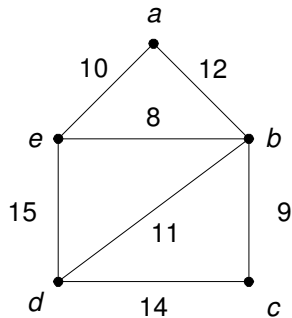
1. Graf tak-berarah (*undirected graph*)
 Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Contoh graf tak-berarah adalah tiga graf pada Gambar 2.1
2. Graf berarah (*directed graph* atau *digraph*)
 Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah



[] Gambar 2.2 (a) graf berarah, (b) graf-ganda berarah

Graf juga memiliki beberapa istilah yang biasanya digunakan atau disebut juga terminologi graf. Berikut beberapa terminologi graf.

1. Ketetangaan (*Adjacent*)
Dua buah simpul dikatakan bertetangga jika keduanya terhubung langsung. Pada Gambar 2.1 (a), simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3.
2. Bersisian (*Incidency*)
Untuk sembarang sisi $e = (a,b)$, dapat dikatakan bahwa sisi e bersisian dengan simpul a dan simpul b . Pada Gambar 2.1 (b), sisi e_1 bersisian dengan simpul 1 dan 2.
3. Derajat (*Degree*)
Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Pada Gambar 2.1 (c), simpul 1 memiliki derajat 3.
4. Lintasan (*Path*)
Lintasan adalah suatu jalan dari satu simpul ke simpul lainnya melalui sisi-sisi dalam graf. Panjang lintasan adalah jumlah sisi yang dilalui oleh lintasan tersebut. Pada Gambar 2.1 (a), lintasan dari simpul 1-2-3-4 memiliki panjang lintasan 3.
5. Siklus (*Cycle*) atau Sirkuit (*Circuit*)
Siklus atau sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Panjang sirkuit sama dengan panjang lintasannya. Pada Gambar 2.1 (b), lintasan 1-2-4-3-1 adalah sebuah sirkuit. Panjang sirkuit tersebut adalah 4.
6. Graf Berbobot (*Weighted Graph*)
Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi harga atau bobot

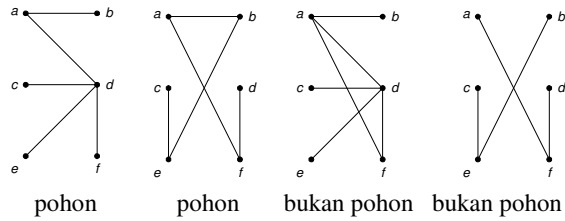


[] Gambar 2.3 Contoh Graf Berbobot

Selain itu ada beberapa jenis graf yang khusus. Salah satu graf dari graf khusus tersebut adalah graf *bipartite*. Graf *bipartite* adalah graf yang himpunan simpulnya dapat dipisah menjadi dua himpunan bagian.

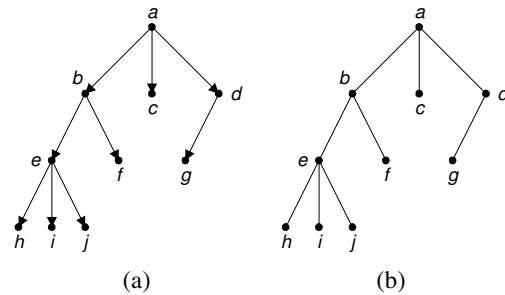
B. Pohon

Menurut buku *Matematika Diskrit* [1], pohon adalah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit.



[] Gambar 2.4 Contoh graf pohon dan graf bukan pohon

Apabila pada sebuah pohon, satu buah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisi-sisinya diberi arah sehingga menjadi graf berarah maka disebut pohon berakar (*rooted tree*).



[] Gambar 2.5 (a) pohon berakar, (b) sebagai perbandingan, tanda panah pada sisi dapat diabaikan

Pohon berakar memiliki beberapa istilah yang sering digunakan, yaitu :

1. Daun (*leaf*)
Simpul yang berderajat 0. Pada Gambar 2.5, simpul c, f, g, h, i, j merupakan daun.
2. Simpul dalam (*internal nodes*)
Simpul yang mempunyai anak. Pada Gambar 2.5, simpul b, d, e adalah simpul dalam.

Selain itu, terdapat juga istilah pohon ener atau pohon n -ary, yaitu pohon berakar yang setiap simpul cabangnya memiliki paling banyak n buah anak. Pohon ener dapat dikatakan penuh apabila setiap simpul cabangnya memiliki n buah anak. Pohon ener dengan nilai $n=2$ disebut pohon biner. Pohon biner merupakan pohon yang paling penting karena banyak aplikasinya.

III. PENERAPAN GRAF DAN POHON DALAM KOMPETISI LIGA CHAMPIONS ASIA

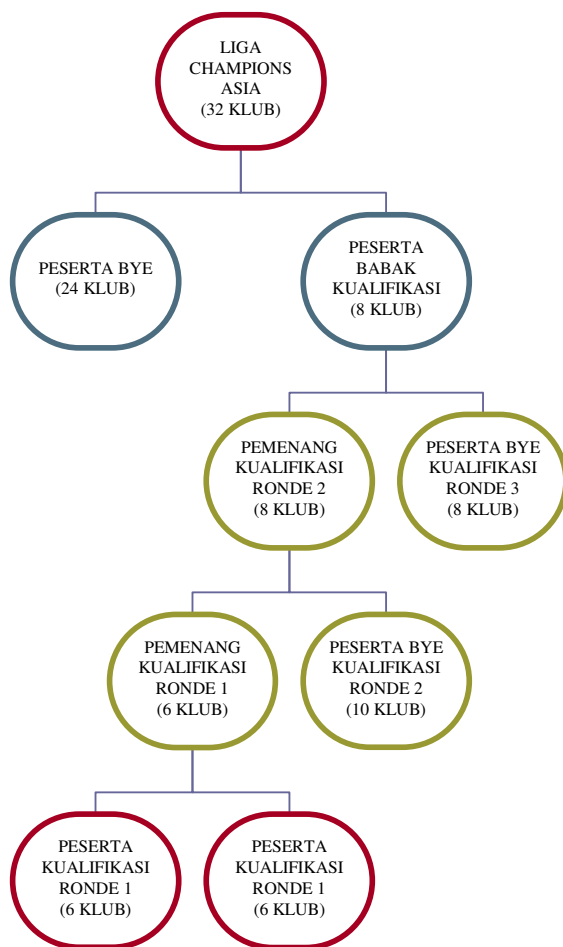
Liga Champions Asia adalah kompetisi yang menggunakan sistem *knockout* dalam menentukan pemenangnya, namun didahului oleh babak grup yang menggunakan sistem *double round-robin*. Sistem *knockout* adalah sistem kompetisi yang mengharuskan setiap peserta yang kalah keluar dari kompetisi. Sedangkan, sistem *round-robin* adalah sistem yang mengharuskan setiap peserta bertemu semua peserta lain

minimal sebanyak satu kali. Sistem *double round-robin* merupakan bagian dari sistem *round-robin*, dimana setiap peserta diharuskan bertemu semua peserta lain sebanyak 2 kali.

Pada bab ini, penulis akan menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan kompetisi Liga Champions Asia, yaitu penentuan klub yang berkompetisi, sistem pengundian, dan sistem kompetisi.

A. Penentuan Peserta Kompetisi

Liga Champions Asia memiliki jumlah peserta 32 di babak awal dan 16 di babak gugur. Sedangkan, jumlah peserta pada awalnya adalah 54. Jumlah peserta yang lolos langsung adalah 24. Oleh karena itu, 8 tempat sisa akan diperebutkan oleh 30 peserta lainnya. Penentuan klub peserta sisa akan dilakukan melalui babak kualifikasi. Berikut ini merupakan representasi pohon dari sistem yang diterapkan dalam menentukan klub peserta kompetisi.



Gambar 3.1 Pohon babak kualifikasi Liga Champions Asia

Setelah babak kualifikasi dilaksanakan, maka 32 tim peserta kompetisi dapat diketahui. 8 tim diantaranya merupakan pemenang babak kualifikasi.

B. Sistem Pengundian

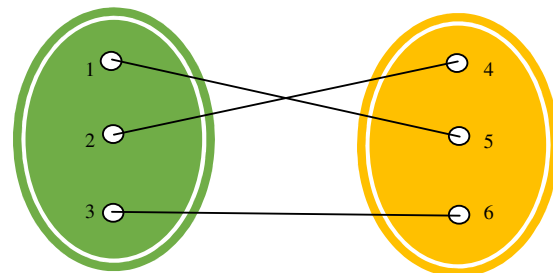
Pada babak selanjutnya, Liga Champions Asia menggunakan sistem kompetisi *double round-robin*. 32 peserta dibagi ke dalam 8 grup. Setiap grup berisi 4 klub yang harus berasal dari wilayah yang sama tapi tidak boleh negara yang sama. Maksud dari berasal dari wilayah yang sama adalah sama-sama berasal dari negara Asia Barat atau Asia Timur. Oleh karena itu, Liga Champions Asia memerlukan beberapa kali pengundian, yaitu pengundian pertandingan babak kualifikasi dan pengundian grup.

Untuk pengundian babak kualifikasi, peserta pada ronde tersebut dibagi menjadi dua kelompok, yaitu kelompok unggulan dan non-unggulan. Pembagian unggulan tersebut didasarkan pada nilai dari negara asal klub peserta. Setengah jumlah dari peserta pada babak tersebut akan menjadi unggulan, sedangkan sisanya menjadi non-unggulan. Berikut merupakan tabel pengelompokan unggulan dan representasi graf dari pengundian babak kualifikasi ronde 1.

No	Negara Asal Klub	Nilai	Status
1	Kuwait	45,225	Unggulan
2	Yordania	44,309	Unggulan
3	Oman	30,586	Unggulan
4	Bahrain	25,547	Non-unggulan
5	Lebanon	25,488	Non-unggulan
6	Suriah	22,883	Non-unggulan

Tabel 3.1 Pengelompokan klub unggulan dan non-unggulan di babak kualifikasi ronde 1 Asia Barat

Setelah dikelompokkan ke dalam kelompok unggulan dan non-unggulan, simpul-simpul yang melambangkan klub peserta dikumpulkan sesuai kelompoknya, sehingga membentuk graf bipartit. Selanjutnya, sisi yang diperbolehkan hanya sisi yang simpul-simpulnya berbeda kelompok, dan setiap simpul hanya diperbolehkan memiliki satu buah sisi. Sehingga terbentuk graf bipartit seperti pada gambar berikut.



Gambar 3.2 Representasi graf bipartit dari pengundian pertandingan babak kualifikasi ronde 1

Unggulan		Non-Unggulan
Klub 1 (Kuwait)	vs	Klub 5 (Lebanon)
Klub 2 (Yordania)	vs	Klub 4 (Bahrain)
Klub 3 (Oman)	vs	Klub 6 (Suriah)

Tabel 3.2 Hasil pengundian pertandingan babak kualifikasi ronde 1 Asia Barat

Untuk pengundian grup, 32 klub peserta dibagi ke dalam 2 zona yaitu Barat dan Timur sesuai negara asal klub. Lalu 16 klub tiap zonanya dibagi ke dalam 4 kelompok. Setiap grup akan memiliki 1 klub dari setiap kelompok. Syarat pengelompokan adalah klub yang berasal dari negara yang sama harus berada dalam kelompok yang sama, supaya tidak bertemu di babak grup. Berikut representasi graf dari pengundian grup.

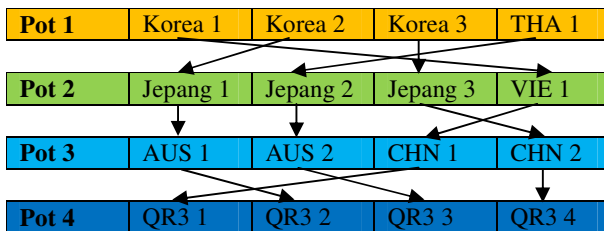
Pot 1	Pot 2	Pot 3	Pot 4
Korea 1	Jepang 1	Australia 1	QR3 1
Korea 2	Jepang 2	Australia 2	QR3 2
Korea 3	Jepang 3	Tiongkok 1	QR3 3
Thailand 1	Vietnam 1	Tiongkok 2	QR3 4

Keterangan :

QR3 : Pemenang babak kualifikasi ronde 3

Tabel 3.3 Pengelompokan pengundian grup Zona Asia Timur

Setelah 16 klub dibagi ke dalam kelompok, akan dibuat graf multipartit. Klub-klub yang berkelompok sama dikumpulkan. Kemudian, lintasan yang diperbolehkan adalah lintasan yang memiliki 4 buah simpul yang saling berbeda kelompok. Sehingga akan terbentuk graf seperti berikut.



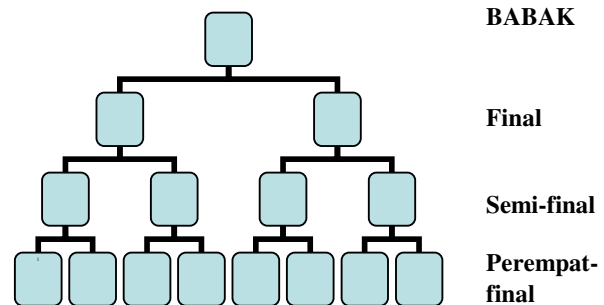
Gambar 3.3 Representasi graf pengundian grup

Grup E	Grup F	Grup G	Grup H
Thailand 1	Korea 3	Korea 1	Korea 2
Jepang 2	Jepang 3	Vietnam 1	Jepang 1
Australia 2	Tiongkok 2	Tiongkok 1	Australia 1
QR3 3	QR3 4	QR3 1	QR3 2

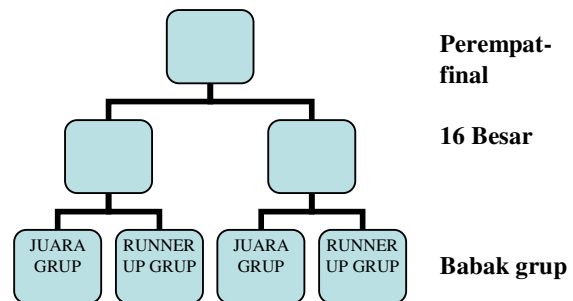
Tabel 3.4 Hasil pengundian grup zona Asia Timur

C. Sistem Kompetisi

Sistem kompetisi Liga Champions Asia pada dasarnya adalah sistem *knockout* yang didahului oleh babak grup. Setiap grup akan meloloskan 2 klub, sehingga total peserta babak *knockout* berjumlah 16 klub. Setiap babak *knockout* akan meluluskan setengah jumlah peserta pada babak tersebut ke babak selanjutnya. Babak *knockout* di kompetisi ini terdiri dari 4 babak yaitu babak 16 besar, perempat-final, semi-final, dan final. Setelah semua pertandingan babak *knockout* dilakukan, maka kompetisi selesai dan juara dari Liga Champions Asia sudah bisa diketahui. Berikut adalah representasi pohon dari babak *knockout*.



Setiap simpul di tingkat babak perempat final mempunyai pohon anak yang direpresentasikan dalam pohon berikut.



Gambar 3.4 Representasi pohon babak *knockout* Liga Champions Asia

IV. KESIMPULAN

Penerapan graf dan pohon di kehidupan sehari-hari sangat bermacam-macam. Salah satunya adalah penerapan graf dan pohon dalam kompetisi Liga Champions Asia. Graf dan pohon digunakan dalam merepresentasikan dan menyelesaikan berbagai persoalan karena graf dan pohon memiliki kemampuan untuk menyajikan hal-hal yang sistematis menjadi lebih mudah dipahami. Persoalan-persoalan yang diselesaikan dengan menggunakan teori graf dan pohon adalah penentuan peserta kompetisi, pengundian babak kualifikasi, pengundian grup, dan sistem kompetisi.

Pada persoalan penentuan peserta kompetisi dan sistem kompetisi, pohon digunakan untuk merepresentasikan klub peserta yang berkompetisi beserta tahapan-tahapan yang dilalui dari awal hingga akhir kompetisi. Pada persoalan pengundian, graf digunakan untuk memenuhi aturan-aturan kompetisi yaitu dengan memisahkan klub peserta ke dalam beberapa kelompok sesuai kebutuhan. Lalu sisi-sisi graf akan menghubungkan satu simpul di sebuah kelompok dengan simpul lain di kelompok lainnya.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. *Diktat Kuliah IF 2120 Matematika Diskrit*. Bandung : Penerbit Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung. 2006. Bab 8-9.
- [2] <http://www.the-afc.com/competition/afc-champions-league>
diakses tanggal 10 Desember 2014 pukul 13.25
- [3] <http://www.the-afc.com/afc-champions-league-2014/afc-champions-league-slots-allocated-for-2015-2016>
diakses tanggal 10 Desember 2014 pukul 23.31
- [4] Slide Kuliah Matematika Diskrit Graf (2014)
diakses tanggal 10 Desember 2014 pukul 09.15
- [5] Slide Kuliah Matematika Diskrit Pohon (2013)
diakses tanggal 10 Desember 2014 pukul 11.35

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 10 Desember 2014



Muhammad Fauzan Naufan
13513062