

Penerapan Teori Kombinatorial dan Peluang pada Permainan Blackjack

Ahmad Rizdaputra | 13513027
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13513027@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Matematika diskrit dapat diterapkan di banyak ilmu lain salah satunya adalah pada permainan *blackjack*. Permainan kartu ini sudah sangat populer di masyarakat namun pemain biasa jarang menggunakan strategi dan hanya bermain sesuai keberuntungan. Untuk menentukan strategi pada permainan *blackjack* maka kita harus menggunakan kombinatorial dan peluang diskrit. Kombinatorial adalah salah satu cabang matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek tanpa harus mengurutkan atau mengenumerasi semua kemungkinan susunannya. Antara kombinatorial dan teori peluang (probability) sebenarnya terkait erat. Teori peluang banyak menggunakan konsep-konsep di dalam kombinatorial. Sayangnya, kedua bidang ini lahir dari tempat yang kurang patut, yaitu dari arena judi (gambling games) – salah satu kasusnya adalah menghitung peluang kemunculan nomor lotre.

Kata Kunci— Blackjack, kartu, peluang, nilai

I. PENDAHULUAN

Matematika diskrit adalah salah satu cabang ilmu matematika yang mempelajari objek-objek diskrit, yaitu objek yang terdiri dari banyak elemen dan elemen-elemen tersebut tidak saling berhubungan.

Ilmu matematika diskrit dapat diterapkan ke berbagai ilmu teknik, ekonomi, sains murni, dan kehidupan sehari-hari secara umum. Salah satu contoh penerapannya yaitu pada permainan *blackjack*.

Blackjack, atau yang biasa dikenal dengan duapuluh satu, adalah permainan kartu yang dapat dimainkan oleh satu orang pemain dengan satu *dealer*, atau banyak pemain dengan satu *dealer*. Sekarang *blackjack* sangat terkenal di kalangan masyarakat dari dewasa sampai anak-anak, pemain casino sampai anak sekolah biasa. Oleh karena itu, *blackjack* dapat dimainkan juga tanpa *dealer*, antara 2 pemain saja sampai sekitar 6 pemain.

Permainan *blackjack* ini memiliki teknik yang bernama *counting cards* dan teknik ini menggunakan kombinatorial dan peluang diskrit.

II. BLACKJACK

Berikut adalah peraturan permainan *blackjack*:

1. *Blackjack* dapat dimainkan dengan satu sampai delapan *deck* yang terdiri dari 52 kartu per *deck*.
2. As dapat bernilai 1 atau 11 poin tergantung kepada pemain yang memiliki as tersebut, 2 sampai 9 sesuai dengan angkanya, dan 10 and kartu bergambar (*queen*, *king*, dan *jack*) bernilai 10 poin.
3. Nilai seorang pemain adalah total poin dari kartu-kartu yang dimiliki pemain tersebut. Kecuali, sebuah "*blackjack*" adalah nilai tertinggi dari seorang pemain, yaitu terdiri dari dua kartu, satu as dan kartu apapun yang bernilai 10, dan *blackjack* lebih tinggi dari nilai pemain yang totalnya 21 akan tetapi jumlah kartunya lebih dari 2.
4. Setelah semua pemain memberi taruhannya, *dealer* akan memberikan dua kartu ke semua pemain dan dirinya sendiri. Satu kartu dari *dealer* akan dibuka. Kartu yang tertutup bernama *hole card*.
5. Jika kartu yang terbuka di *dealer* adalah sebuah as, maka ia akan menambah taruhan sampingan yang dinamakan *insurance*. Taruhan sampingan ini akan menjadi dua kali lipat jika *hole card* dari *dealer* adalah kartu bernilai 10. *Insurance* ini bersifat opsional dan bisa tidak melebihi setengah dari taruhan awal.
6. Setelah memberikan *insurance*, *dealer* akan melihat kartunya yang satu lagi dan jika hasilnya *blackjack* maka ia akan langsung membukanya.
7. Jika *dealer* berhasil mendapatkan *blackjack*, maka semua taruhan akan hilang, kecuali *insurance* atau pemain tersebut mendapatkan

blackjack, dan *dealer* akan menyelesaikan masalah ini.

8. Berikut adalah pilihan gerakan pemain:
 - *Stand*: Pemain tetap dengan kartu yang dipegangnya.
 - *Hit*: Pemain mengambil tambahan kartu, tapi jika nilainya melebihi 21 maka ia akan segera kalah.
 - *Double*: Pemain menggandakan taruhannya dan mendapat hanya satu kartu tambahan.
 - *Split*: Jika pemain memiliki 2 kartu yang nilainya sama, maka ia bisa menggandakan taruhannya dan memisahkan keudanya, lalu *dealer* akan memberikan ke masing-masing kartu satu kartu tambahan. Setelah itu ia bisa melakukan *hit*, *stand*, atau *double* seperti biasa. Jika setelah *split* hasilnya 21 maka itu bukanlah *blackjack* akan tetapi 21 biasa.
 - *Surrender*: Pemain mengambil kembali setengah dari taruhannya dan tidak melanjutkan permainan. Hal ini dapat dilakukan hanya pada permulaan yaitu pada saat pertama kali diberi 2 kartu.
9. Setelah semua pemain melakukan gerakannya, *dealer* akan membuka *hole card*. Jika poin *dealer* lebih rendah dari 17 maka ia akan mengambil tambahan satu kartu. Ada satu kasus khusus, yaitu ketika *dealer* memiliki satu as dan satu kartu apapun yang ketika dijumlahkan akan menjadi 16 poin, terkadang *dealer* akan melakukan *hit* pada situasi ini.
10. Jika *dealer* melebihi 21 poin maka semua pemain yang poinnya belum melebihi 21 akan menang.
11. Jika *dealer* tidak melebihi 21 poin maka poin terbesar dari semua pemain dan *dealer* yang akan menang.

III. KOMBINATORIAL

Kombinatorial adalah salah satu cabang matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek tanpa harus mengurutkan atau mengenumerasi semua kemungkinan susunannya.

A. Kaidah Penghitungan

Ada dua jenis cara penghitungan dalam kombinatorial:

- Kaidah perkalian
Kaidah perkalian (*rule of product*) adalah kaidah yang meninjau dua atau lebih hasil percobaan

dan menghasilkan banyak kemungkinan jawaban sebanyak hasil kali dari hasil-hasil percobaan tersebut.

Contoh:

- a. Hasil percobaan 1 adalah p
- b. Hasil percobaan 2 adalah q
- c. Maka percobaan 1 dan percobaan 2 akan menghasilkan $p \times q$ kemungkinan jawaban yang terjadi.

- Kaidah penjumlahan

Kaidah penjumlahan (*rule of sum*) adalah kaidah yang meninjau dua atau lebih hasil percobaan dan menghasilkan banyak kemungkinan jawaban sebanyak jumlah dari kedua hasil percobaan tersebut.

Contoh:

- a. Hasil percobaan 1 adalah a
- b. Hasil percobaan 2 adalah b
- c. Maka percobaan 1 atau percobaan 2 akan menghasilkan $a + b$ kemungkinan jawaban.

B. Prinsip Inklusi-Eksklusi

Ketika ada gabungan dari kedua kaidah yang sudah disebutkan di atas, maka kita tidak bisa menentukan secara langsung banyak kemungkinan jawabannya. Kita harus menggunakan cara yang dinamakan prinsip inklusi-eksklusi.

Prinsip Inklusi dan Eksklusi merupakan perluasan ide dalam Diagram Venn beserta operasi irisan dan gabungan, namun dalam pembahasan kali ini konsep tersebut diperluas, dan diperkaya dengan ilustrasi penerapan yang bervariasi dalam matematika kombinatorik. Banyaknya anggota himpunan gabungan antara himpunan A dan himpunan B merupakan jumlah banyaknya anggota dalam himpunan tersebut dikurangi banyaknya anggota di dalam irisannya.

Rumus yang merepresentasikan prinsip tersebut:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Keterangan:

- $|A|$ adalah hasil percobaan 1
- $|B|$ adalah hasil percobaan 2
- $|A \cup B|$ adalah hasil percobaan 1 atau hasil percobaan 2
- $|A \cap B|$ adalah hasil percobaan 1 dan hasil percobaan 2

Berikut contoh penerapan prinsip inklusi-eksklusi:

- Berapa banyak 8 bit string yang dimulai dari 11 atau berakhir 11

- Jawab:

Misal A = Himpunan byte yang dimulai 11

B = Himpunan byte yang diakhiri 11

C = Himpunan byte yang dimulai dengan 11 dan diakhiri 11

Jumlah byte yang dimulai dengan 11 ada $2^6 = 64$ (2 posisi pertama sudah diisi), sehingga $|A| = 64$.

Jumlah byte yang diakhiri dengan 11 ada : $2^6 = 64$, sehingga $|B| = 64$.

Jumlah byte yang berawal dan berakhir dengan 11 ada : $2^4 = 16$, sehingga $|A \cap B| = 16$. dengan prinsip inklusi-eksklusi maka jumlah byte yang dimulai dengan 11 atau diakhiri 11 ada:

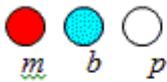
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 64 + 64 - 16 = 112 \text{ buah.}$$

C. Permutasi

Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek. Dengan kata lain, permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi prinsip perkalian. Misalkan diberikan suatu himpunan A dengan jumlah anggota n, maka susunan terurut dari r buah anggota dinamakan permutasi-r dari A, ditulis $P(n,r)$.

Berikut ilustrasi permutasi:

Bola:

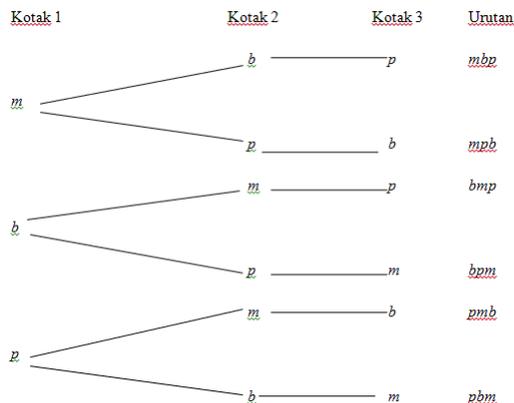


Kotak:



Gambar 3.1 3 bola warna berbeda dan 3 kotak

Sumber: <http://scifoanggi.students-blog.undip.ac.id/2010/09/20/matematika-diskret-permutasi-kombinasi/>



Gambar 3.2 kemungkinan urutan penempatan bola

Sumber: <http://scifoanggi.students-blog.undip.ac.id/2010/09/20/matematika-diskret-permutasi-kombinasi/>

- Definisi 1:
Untuk $n \geq 0$, n factorial yang ditulis dengan $n!$ didefinisikan sebagai:
$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

- Definisi 2:

Andaikan terdapat n sembarang objek. Akan diadakan pengaturan r objek dengan $1 \leq r \leq n$. Banyaknya permutasi ditulis dengan: nPr atau $P(n,r)$ didefinisikan sebagai:

$$P(n,r) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n - (r-1)) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

D. Kombinasi

Kombinasi adalah bentuk khusus dari permutasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi urutan kemunculan diabaikan. Urutan abc, bca dan acb dianggap sama dan dihitung sekali.

Misalkan r merupakan unsur bilangan bulat tak negatif. Yang dimaksud kombinasi r dari suatu himpunan B yang terdiri dari n anggota yang berbeda adalah jumlah himpunan dari B yang memiliki anggota r buah objek.

Berikut rumus kombinasi:

$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{P(r,r)} = \frac{n!/(n-r)!}{r!(r-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Gambar 3.3 rumus kombinasi

Sumber:

<http://genyul.blogspot.com/2013/12/kombinatorial.html>

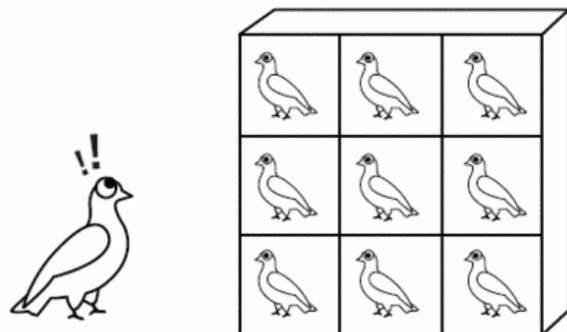
E. Prinsip Sarang Merpati

Pigeonhole Principle atau Prinsip Rumah Merpati pertama kali dinyatakan oleh ahli matematika dari Jerman yang bernama Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet pada tahun 1834, sehingga prinsip ini juga dikenal dengan istilah Prinsip Laci Dirichlet (Dirichlet drawer principle).

Jika $(k + 1)$ atau lebih obyek ditempatkan ke dalam k kotak, maka terdapat paling sedikit satu kotak yang memuat dua atau lebih obyek tersebut.

Misal Jika n merpati ditempatkan pada m rumah merpati, dimana $n > m$, maka terdapat rumah merpati yang memuat paling sedikit dua merpati. Untuk membuktikan pernyataan Prinsip Pigeonhole ini, kita gunakan kontradiksi. Misalkan kesimpulan dari pernyataan tersebut salah, sehingga setiap rumah merpati memuat paling banyak satu merpati. Karena ada m rumah merpati, maka paling banyak m merpati yang bisa dimuat. Padahal ada n merpati yang tersedia dan $n > m$, sehingga kita dapatkan sebuah kontradiksi.

THE PIGEONHOLE PRINCIPLE



Gambar 3.4 Pigenhole
 Sumber: mathforum.org

F. Peluang Diskrit

Antara kombinatorial dan teori peluang (probability) sebenarnya terkait erat. Teori peluang banyak menggunakan konsep-konsep di dalam kombinatorial. Sayangnya, kedua bidang ini lahir dari tempat yang kurang patut, yaitu dari arena judi (gambling games) – salah satu kasusnya adalah menghitung peluang kemunculan nomor lotre.

Besarnya peluang suatu peristiwa E terjadi, yang merupakan himpunan bagian dari ruang sampel S dimana setiap peristiwa didalamnya memiliki peluang yang sama untuk terjadi diberikan oleh $P(E) = |E|/|S|$

Dalam definisi ini, baik E maupun S adalah himpunan, dengan demikian tanda $| \cdot |$ melambangkan kardinalitas atau banyaknya anggota dari himpunan. Nilai peluang mempunyai rentang dari 0 (berkaitan dengan peristiwa yang tidak pernah terjadi) sampai 1 (untuk peristiwa yang pasti terjadi).

Peluang diskrit mempunyai sifat sebagai berikut :

- $0 \leq p(x_i) \leq 1$, yaitu nilai peluang adalah bilangan tidak negatif dan selalu lebih kecil atau sama dengan 1.
- $\sum p(x_i) = 1$, yaitu jumlah peluang semua titik contoh di dalam ruang contoh S adalah 1.

IV. HIGH-LOW CARD COUNTING STRATEGY

High-low card counting adalah strategi yang paling sering oleh pemain *blackjack* profesional. Strategi ini diperkenalkan oleh Harvey Durbey pada tahun 1963.

Adapun nilai-nilai untuk setiap kartu adalah berbeda dan terbagi akan 3 kategori: *high*, *middle*, dan *low*. Berikut tabel pembagian nilai kartu:

Kartu	Nilai
2	+1
3	+1
4	+1
5	+1
6	+1
7	0
8	0
9	0
10	-1
J	-1
Q	-1
K	-1
A	-1

Misalkan kita main dengan satu *deck* maka total kartu di dalamnya adalah 52 kartu dan persentase kartu per kategori adalah sebagai berikut:

$$P(2,3,4,5,6) = 20/52 = 38,46\%$$

$$P(7,8,9) = 12/52 = 23,08\%$$

$$P(10,J,Q,K,A) = 20/52 = 38,46\%$$

Dapat dilihat bahwa peluang untuk mendapatkan kartu *high* sangatlah tinggi akan tetapi peluang tersebut juga tinggi untuk sang *dealer*.

Jika pada awal pembagian kartu nilai total kartu adalah +15 dengan kombinasi 20 *low*, 5 *middle*, dan 5 *high* maka peluang untuk mendapatkan kartu *high* untuk pemain selanjutnya akan lebih tinggi akan tetapi peluang mendapatkan kartu *high* untuk *dealer* juga tinggi.

Jika ada pemain W dan *dealer* D maka:

$$- P(W \text{ 2HC, D 2HC}) = 15/22 * 14/21 * 13/20 * 12/19 = 18,66\%$$

$$2. P(A \text{ 2HC, B 1HC \& 1MC}) = 15/22 * 14/21 * 13/20 * 7/19 = 10,88\%$$

Dapat dilihat bahwa peluangnya lebih besar jika pemain tersebut beserta *dealer* akan mendapatkan 2 kartu *high*.



Gambar 4.1 meja permainan *blackjack*
 Sumber: jimmakos.com

V. SIMPULAN

Permainan *blackjack* dapat dimainkan oleh semua orang, akan tetapi kebanyakan orang hanya mengandalkan keberuntungan tanpa tahu perhitungan agar bisa lebih hati-hati dalam mengambil keputusan. Perhitungan strategi ini dilakukan oleh profesional dan sebenarnya masyarakat umum pun bisa menggunakannya karena kemudahannya untuk dimengerti.

REFERENCES

- [1] <http://wizardofodds.com/games/blackjack/basics/#toc-Rules>.
Waktu akses: 10 Desember 2014, 12.15 WIB
- [2] <http://ovieciinduts.blogspot.com/2012/01/teori-kombinatorial.html>
Waktu akses: 10 Desember 2014, 16.00 WIB
- [3] <https://danangjunaedi.files.wordpress.com/2011/08/sesi-03-04-kombinatorial.pdf>
Waktu akses: 10 Desember 2014, 16.00 WIB
- [4] <http://genyul.blogspot.com/2013/12/kombinatorial.html>
Waktu akses: 10 Desember 2014, 16.00 WIB
- [5] http://ashabulikhwan.blogspot.com/2013/06/matematika-diskrit-kombinatorial_5.html
Waktu akses: 10 Desember 2014, 16.00 WIB
- [6] http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA/KHUSNUL_NOVIANIGSIH/KOMBINATORIAL.pdf
Waktu akses: 10 Desember 2014, 16.00 WIB
- [7] <http://scifoanggi.students-blog.undip.ac.id/2010/09/20/matematika-diskret-permutasi-kombinasi/>
Waktu akses: 10 Desember 2014, 19.03 WIB
- [8] <http://wizardofodds.com/games/blackjack/card-counting/high-low/>
Waktu akses: 10 Desember 2014, 20.45 WIB

- [9] <http://wizardofodds.com/games/blackjack/card-counting/introduction/>
Waktu akses: 10 Desember 2014, 20.45 WIB
- [10] <http://www.qfit.com/card-counting.htm>
Waktu akses: 10 Desember 2014, 20.45 WIB

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 10 Desember 2014

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Ahmad Rizdaputra', with a horizontal line underneath.

Ahmad Rizdaputra 13513027