

Algoritma Kruskal pada Rute Penerbangan di Kota Papua

Willy, 13512065

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13512065@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Pulau Papua adalah pulau sebagian besar wilayah geografisnya adalah pegunungan. Rakyat Papua tentunya mengalami kesulitan dalam hal transportasi di daerah pegunungan. Hal ini berbeda dengan pulau-pulau lainnya seperti Pulau Sumatra, Pulau Jawa ataupun pulau lainnya, yang wilayah geografisnya relatif datar, sehingga mudah diakses secara mudah dengan transportasi darat. Kondisi geografis yang bergunung-gunung cukup sulit ditempuh dengan transportasi darat. Oleh sebab itu, perjalanan antarkota di Papua menggunakan transportasi udara.

Kata Kunci—graf, pulau Papua, *minimum spanning tree*.

I. PENDAHULUAN

Menurut keterangan Kepala SubDinas Bina Perhubungan Udara, Dinas Perhubungan Provinsi Papua, Bambang Sismanto kepada www.merdeka.com, angkutan udara masih menjadi tulang punggung transportasi di Papua, dan Papua masih butuh banyak pesawat.^[2]

Penulis melihat bahwa Pulau Papua membutuhkan banyak pesawat yang dapat melayani semua rute di Papua atau memperbanyak rute yang sudah ada. Akan tetapi, karena jumlah pesawat yang sangat terbatas, mengakibatkan ada kota-kota di Papua yang tidak bisa dilayani oleh maskapai penerbangan.

Melihat kondisi tersebut, penulis mempunyai ide untuk permasalahan tersebut, bukan membuat rute penerbangan dari suatu kota ke semua kota, sebab hal tersebut membutuhkan jumlah pesawat yang banyak, akan tetapi, dengan jumlah pesawat yang terbatas, membuat rute yang menjamin melewati semua kota yang ada. Di bidang Informatika, hal ini disebut pohon merentang / *spanning tree*.

Banyak kemungkinan *spanning tree* yang dihasilkan, oleh sebab itu, demi efisiensi bahan bakar dan waktu, maka *spanning tree* dengan bobot paling kecil yang paling bagus, atau disebut dengan *minimum spanning tree*.

Dalam makalah ini, penulis tidak meninjau semua kota yang ada di Pulau Papua, tetapi hanya 7 kota besar di Papua, yaitu Jayapura, Sorong, Wamena, Timika, Nabire, Manokwari dan Merauke, karena penulis melihat bahwa kota besar memiliki mobilitas ekonomi yang lebih tinggi, sehingga penggunaan pesawat relatif banyak.

Dalam memodelkan masalah tersebut, penulis menggunakan teori graf yang khusus, yaitu pohon (*tree*). Banyak permasalahan di dalam kehidupan nyata dapat dimodelkan dengan teori graf, dimulai dari masalah yang paling sederhana sampai dengan masalah yang paling rumit. Solusi dari permasalahan tersebut juga banyak. Ada yang memerlukan tingkat efisiensi yang tinggi dan ada yang tidak terlalu memerlukannya. Berbagai contoh permasalahan yang menggunakan graf adalah mencari jalan terpendek dari suatu kota ke kota lain, mencari jalan terpendek dengan syarat melewati semua kecamatan yang ada suatu kabupaten/kota, dan sebagainya.

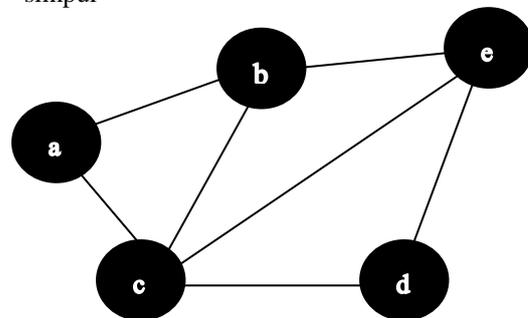
Banyak algoritma yang bisa menyelesaikan permasalahan tersebut, akan tetapi, penulis hanya akan membahas bagaimana algoritma Kruskal diterapkan pada kasus ini.

II. TEORI DASAR

2.1 Graf

^[4]Graf adalah sebuah struktur yang digunakan untuk memodelkan benda-benda diskrit dan hubungannya. Benda diskrit tersebut dimodelkan dengan simpul (*vertex*) dan hubungannya dimodelkan dengan busur (*edge*). Jadi, secara matematis, graf dinyatakan sebagai pasangan himpunan $G = (V, E)$, dengan:

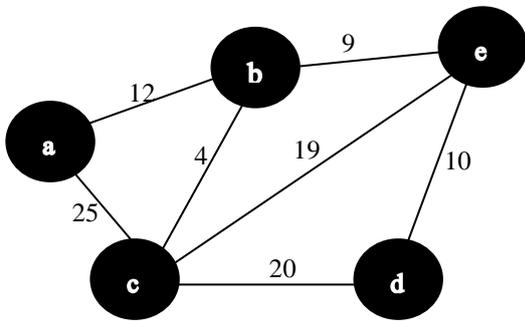
- V adalah himpunan simpul yang tidak kosong
- E adalah himpunan sisi yang menghubungkan 2 simpul



Gambar 2.1.
Sebuah graf tidak berbobot dengan 5 simpul dan 7 busur

Graf pada gambar 2.1 adalah graf tidak berarah dan tidak berbobot mengandung 5 objek diskrit yaitu a,b,c,d dan e dan keterhubungan antar objek tersebut disebut busur.

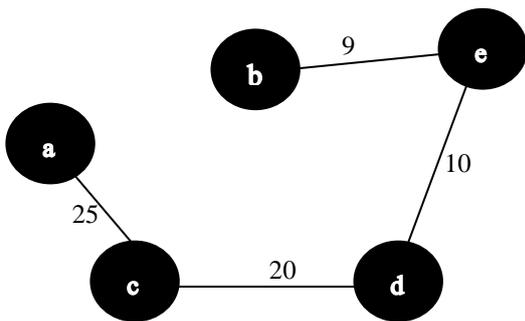
Graf berbobot adalah graf yang semua sisinya diberikan bobot / nilai. Gambar 2.2 adalah graf berbobot karena setiap busurnya mempunyai bobot. Bobot dalam hal ini bisa apa saja, contohnya jarak, waktu, tingkat efisiensi, biaya, ataupun kecepatan aliran fluida.



Gambar 2.2.
Sebuah graf berbobot dengan 5 simpul dan 7 busur

2.2 Pohon

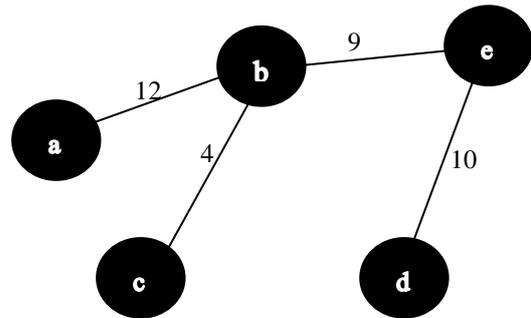
^[4]Secara sederhana, pohon adalah bentuk graf yang bukan lintasan tertutup. Gambar 2.1 dan gambar 2.2 bukan pohon karena memiliki lintasan tertutup Gambar 2.3 adalah pohon karena tidak memiliki lintasan tertutup.



Gambar 2.3

Pohon di gambar 2.3 juga disebut *spanning tree* dari graf di gambar 2.2, artinya pohon tersebut mempunyai busur yang melewati semua simpul yang ada. Jika satu simpul saja tidak dilewati, maka pohon tersebut bukan *spanning tree*.

Spanning tree dapat dikembangkan dengan mencari jumlah bobot minimum pada *spanning tree* yang berbobot, yang dikenal dengan *minimum spanning tree*.



Gambar 2.4.
Minimum spanning tree dari graf di gambar 2.2

Gambar 2.4 merupakan *spanning tree* dengan bobot paling kecil, yaitu $12+4+9+10 = 35$.

2.3 Algoritma Kruskal

Algoritma Kruskal adalah algoritma untuk mencari bobot minimum pada *spanning tree*.

Berikut adalah pseudo-code dari algoritma Kruskal:^[1]

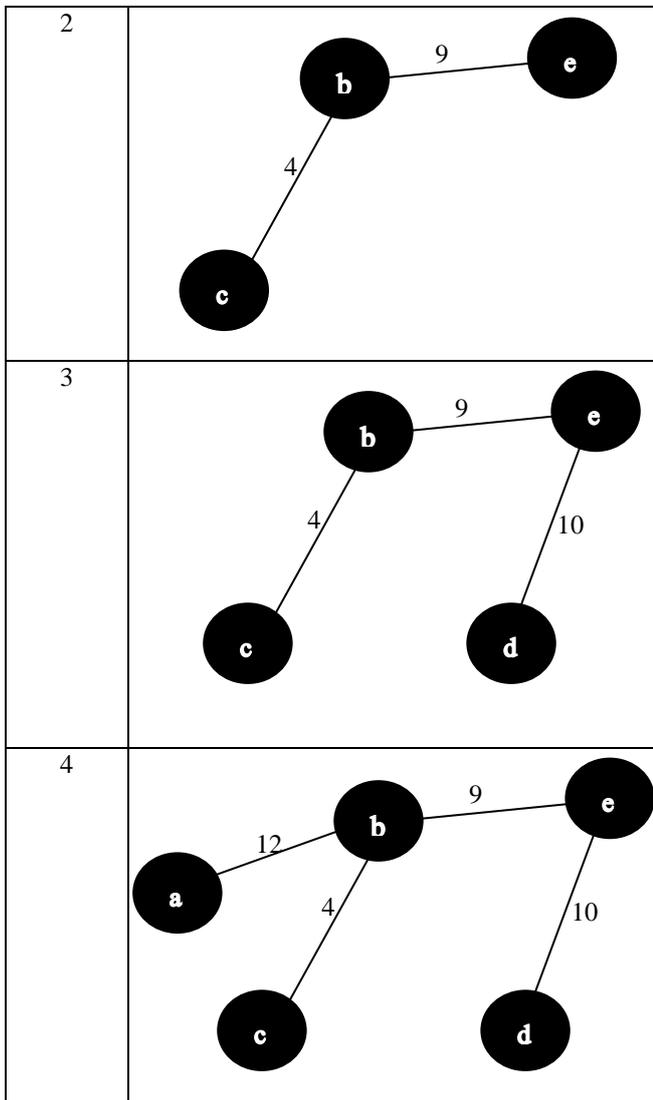
```

procedure Kruskal(G : weighted connected undirected
graph with n vertices)
T := empty graph
for i := 1 to n - 1
begin
e := any edge in G with smallest weight that does not
form a simple circuit
when added to T
T := T with e added
end {T is a minimum spanning tree of G }
    
```

Pertama-tama, kita memilih busur dengan bobot paling kecil. Jika kita memasang busur tersebut dan **TIDAK** menghasilkan sirkuit, maka busur tersebut dimasukkan ke dalam himpunan graf T. Jika menghasilkan sirkuit, maka busur tersebut ditolak. Kemudian, ulangi semua proses tersebut dengan memilih lagi busur yang bobotnya paling kecil sebanyak jumlah simpul -1.

Jika algoritma Kruskal diterapkan pada graf yang ada di gambar 2.2, maka hasil eksekusi kan seperti tabel 2.1.

Langkah	<i>Spanning tree</i>
1	



Tabel 2.1. Menghasilkan *spanning tree* dengan algoritma Kruskal

2.4 Lingkaran Besar dan Lingkaran Kecil^[3]

Lingkaran Besar adalah lingkaran pada permukaan bola yang melewati pusat bola tersebut. Lingkaran Besar membelah bola menjadi 2 bagian sama besar

Lingkaran Kecil adalah lingkaran pada permukaan bola yang tidak melewati pusat bola tersebut. Lingkaran Kecil tidak membelah bola menjadi 2 bagian sama besar.

Dua buah titik di permukaan bola, dapat dihitung jarak sudutnya tergantung bentuk lingkaran yang kita pilih. Akan tetapi, ketika kita membenentuk lingkaran besar dari 2 titik tersebut, maka jarak terdekat 2 titik tersebut dijamin pasti jarak sudut terkecil. Membentuk lingkaran kecil dari 2 titik tersebut tidak akan menghasilkan jarak sudut yang lebih kecil daripada membentuk lingkaran besar dari 2 titik tersebut.

Jika 2 titik berada pada lingkaran besar Bumi, maka jarak sudut terpendeknya adalah :

$$d = \cos^{-1}(\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2))$$

d = jarak sudut terpendek,

φ_1 = lintang tempat pertama, λ_1 = bujur tempat pertama.

φ_2 = lintang tempat kedua, λ_2 = bujur tempat kedua.

III. IMPLEMENTASI TEORI DASAR PADA PULAU PAPUA

3.1 Bobot/jarak antar kota

Karena permasalahannya adalah mencari jarak terpendek, maka kita bisa menggunakan persamaan yang ada di bagian 2.4 untuk menghitung jarak sudut terpendek. Dengan data di tabel 3.1 dan persamaan 4, maka kita bisa menghitung jarak sudut terpendek antar kota, seperti yang terdapat di tabel 3.2

Kota	Lintang	Bujur
Jayapura	2° 35' 14" LS	140° 46' 18" BT
Sorong	0° 52' 03" LU	131° 15' 08" BT
Wamena	4° 05' 38" LS	138° 56' 40" BT
Timika	4° 34' 08" LS	136° 51' 15" BT
Nabire	3° 21' 49" LS	135° 30' 33" BT
Manokwari	0° 52' 23" LU	134° 04' 49" BT
Merauke	8° 30' 00" LS	140° 24' 00" BT

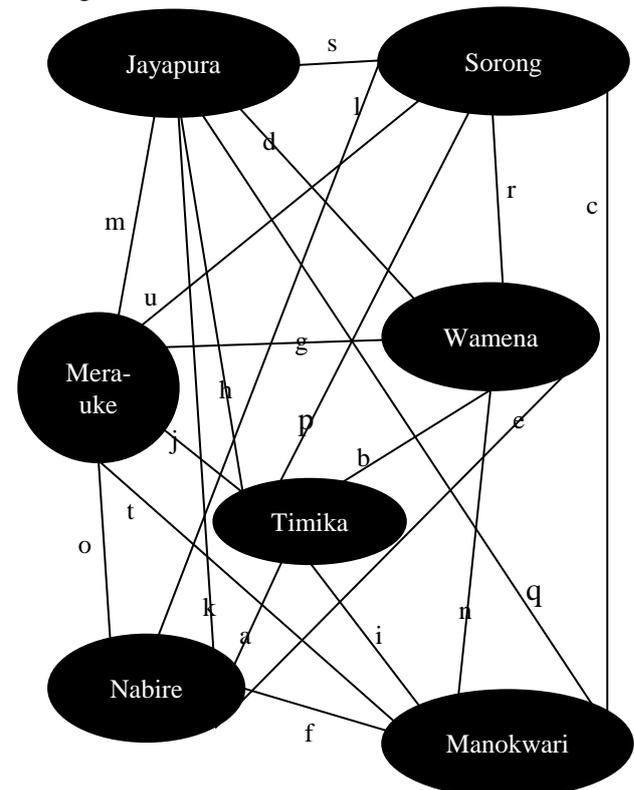
Tabel 3.1 Daftar koordinat geografis 7 kota besar di Papua

Jarak	Jayapura	Sorong	Wamena	Timika	Nabire	Manokwari	Merauke
Jayapura		9.788027	3.089941	4.403574	5.399582	7.0705576	6.098479
Sorong			9.048851	7.058993	5.512608	2.8277347	12.38008
Wamena				2.139386	3.657103	6.8169076	3.874668
Timika					1.560613	5.1198489	5.386029
Nabire						3.789037	6.882847
Manokwari							10.48054
Merauke							

Tabel 3.2 Jarak sudut terpendek antar kota dalam satuan derajat^[5]

3.2. Pemodelan graf berbobot 7 kota besar di Papua

Setelah kita mendapatkan jarak sudut terpendek antarkota, maka sekarang kita memodelkan graf hubungan antarkota tersebut.



Gambar 3.1 Graf 7 kota besar di Papua dengan busur menyatakan jarak sudut terpendek

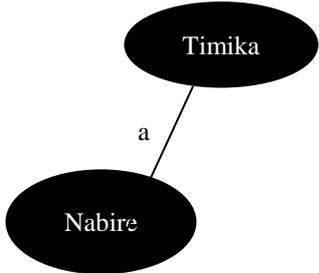
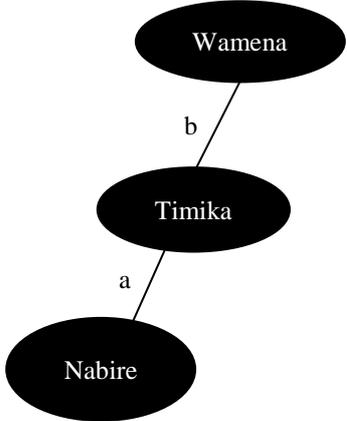
Busur	Jarak Sudut Terkecil(derajat)	Busur	Jarak Sudut Terkecil(derajat)
a	1.560613	l	5.512608
b	2.139386	m	6.098479
c	2.827735	n	6.816908
d	3.089941	o	6.882847
e	3.657103	p	7.058993
f	3.789037	q	7.070558
g	3.874668	r	9.048851
h	4.403574	s	9.788027
i	5.119849	t	10.48054
j	5.386029	u	12.38008
k	5.399582		

Tabel 3.3 Panjang masing-masing busur di gambar 3.1

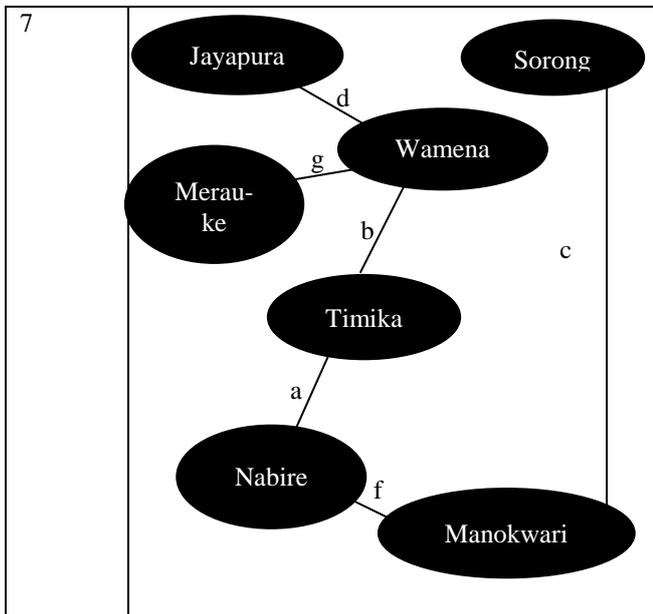
Hasil pemodelan graf 7 kota terbesar di Papua dengan jarak sudut terkecilnya adalah seperti gambar 3.1. Dapat kita lihat bahwa graf tersebut adalah graf lengkap karena setiap simpul mempunyai semua busur ke semua simpul.

3.3 Algoritma Kruskal terhadap kota di Papua

Kita terapkan algoritma Kruskal terhadap pemodelan graf kota di Papua

Langkah	Spanning Tree
1	
2	

3	
4	
5	Busur e ditolak karena membentuk sirkuit
6	



Tabel 3.4. Algoritma Kruskal pada graf pada gambar 3.1.

Pada tabel 3.4., jalur tersebut adalah jalur dengan total jarak sudut paling pendek karena kita menggunakan algoritma Kruskal.

IV. KESIMPULAN

Teori graf, khususnya pohon, dapat diimplementasi dalam hal pencarian jarak sudut minimum dalam menghubungkan 7 kota besar di Papua. Dalam hal ini, simpul dinyatakan dengan kota, busur dinyatakan dengan adanya rute antar dua kota dan bobot busurnya adalah jarak sudut minimum.

Dalam mencari jarak sudut minimum yang menghubungkan semua tujuh kota tersebut, dapat digunakan konsep pohon, khususnya *minimum spanning tree*. Algoritma Kruskal adalah salah satu algoritma untuk menyelesaikan permasalahan yang menggunakan konsep *minimum spanning tree*.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Dalam makalah ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada banyak pihak yang telah membantu menyelesaikan penulisan tersebut, khususnya kepada orang tua yang selalu memberi dukungan, Tuhan Yang Maha Esa, Dr. Ir. Rinaldi Munir dan Dra. Harlili S., M.Sc sebagai dosen mata kuliah IF2110 (Matematika Diskrit), teman-teman Teknik Informatika 2012 dan semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu per satu.

DAFTAR REFERENSI

- [1] Rosen, K. H. *Discrete Mathematics and Its Application*. 2007. New York: McGraw-Hill.
- [2] <http://www.merdeka.com/pernik/angkutan-udara-masih-jadi-transportasi-utama-pegunungan-papua.html> diakses pada tanggal 8 Desember 2013 pukul 18.29.
- [3] Karttunen, H, dkk. *Fundamental Astronomy 5th Edition*. 2007. New York: Springer Berlin Heidelberg.

- [4] Munir, Rinaldi. *Matematika Diskrit Edisi Ke Empat*. 2006. Bandung: Teknik Informatika ITB
- [5] www.wikimapia.org diakses pada tanggal 8 Desember 2013 pukul 21.13.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 09 Desember 2013

Willy
13512065