Teknik Penggambaran Bentuk dan Citra Alamiah Berbasis Dimensi Fraktal

Linda Sekawati (13512029)
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13512029@std.stei.itb.ac.id

***Abstrak*—Bentuk benda-benda di alam tentu berbeda. Ada yang teratur ada pula yang tidak. sebagian seni grafis yang seringkali muncul di layar monitor dan dalam galeri seni diadaptasi dari alam. Pada dasarnya objek geometri yang ada di alam memiliki keteraturan tersendiri dalam hal bentuk alamiahnya. Salah satu bentuk geometri yang teratur adalah berdimensi fraktal atau geometri fraktal. Untuk mengadaptasinya diperlukan suatu solusi. Tentunya solusi ini adalah hasil dari analisa pola yang ada. Pola ini lah yang kemudian memunculkan algoritma rekursifitas dan iterasi yang digunakan untuk menggambarkannya.**

Keindahan bentuk fraktal mengandung nilai seni tersendiri sehingga dapat dimanfaatkan dalam pembuatan animasi, game, pemetaan dalam game strategi dan seni grafis lainnya. Selain dengan itu, fraktal juga dapat digunakan dalam bidang kedokteran yaitu pencitraan medis, diagnosa kanker, menggambarkan kontur suatu daerah, dalam bidang musik menghasilkan nada-nada dengan variasi tak terhingga, analisa unjuk kerja komputer dan lainnya. Dalam makalah ini dibahas tentang gambar fraktal, hubungannya dengan algoritma rekursif-iterasi, diperkenalkan pula mengenai *self-similarity* ,bentuk-bentuk alamiah berdimensi fraktal dan teknik penggambarannya.

***Kata Kunci*—fraktal, algoritma iterasi-rekursif, citra alamiah, grafis, kurva.**

1. PENDAHULUAN

Geometri adalah salah satu ilmu tertua dalam bidang matematika. Ilmu ini telah dipelajari sejak 3000 tahun SM. Buktinya adalah bangunan-bangunan Mesir kuno, Lembah Sungai Indus dan Babilonia. Hal ini membuktikan bahwa ilmu tentang geometri sangat diperlukan. Berbicara tentang geometri berarti berhubungan dengan panjang, luas, ruang dan sebagainya. Bentuk geometri yang kita kenal selama ini adalah bentuk-bentuk yang khas polanya sehingga mudah dikenali.

Telah banyak ilmuwan yang ahli di bidang geometri seperti Euclide, Pythagoras, Thabit bin Qurra dan lainnya melakukan penelitian ratusan tahun yang lalu. Sumbangsihnya sangat besar sehingga membawa pada konsep geometri modern di era ini. Namun dalam geometri Eucledian yang dimaksud adalah bentuk obyek yang dapat direpresentasikan dalam fungsi koordinat dengan rumus matematika yang dapat dikatakan sederhana. Sedangkan bentuk geometri yang kompleks seperti fraktal justru dipecahkan dengan algoritma rekursif-iteratif yang tidak bergantung pada ukuran penskalaan.Geometri fraktal berbeda dengan geometri Eucledian karena geometri fraktal memiliki sifat *self-similarity* yang tidak dimiliki oleh geometri Eucledian. Sifat ini berarti pada dimensi fraktal, setiap bagiannya menyerupai bagian keseluruhan sehingga penggambarannya berulang semakin kecil atau semakin besar.

Alam juga memiliki sifat ini. Beberapa obyek di alam merupakan suatu bagian besar yang bentuknya terus berulang hingga bagian terkecil. Polanya tidak selalu identik tapi menyerupai, seperti cabang-cabang pohon yang menyerupai pohonnya, struktur atom yang menyerupai tata surya, bukit-bukit yang menyerupai gunung besar, cabang-cabang sungai yang menyerupai sungai besar, gumpalan salju dan lainnya.

Terkadang fraktal juga disebut geometri alam. Bentuk-bentuk alam tentunya sangat sulit ditiru dengan fungsi matematika sederhana karena bentuk-bentuk alam cenderung tidak teratur bila dibandingkan dengan bentuk geometri Eucledian. Hal ini menyebabnya munculnya beberapa algoritma dengan metoda geometri fraktal. Kini pemodelan fraktal jauh lebih mudah dikerjakan pada komputer. Bapak fraktal, Benoit B. Mandelbort pada tahun 1975 memperkenalkan tahap pertama pengembangan geometri fraktal secara sistematis seperti aspek grafiknya. Pengenalan ini dilakukan di pusat penelitian Thomas J. Watson milik perusahaan komputer IBM.

Pelopor grafik fraktal yang kita kenal dewasa ini adalah himpunan Mandelbort. Penemuan himpunan ini bermula saat Mandelbort menemukan suatu struktur yang rumit dalam penelitian pola derau 1/f yang mengganggu sinyal transmisi. Struktur ini tidak dapat dikontrol dan diprediksi sebelumnya karena berupa *chaos*. Setelah itu, dibuatlah solusi berupa algoritma iteratif untuk menggambarkan sistem dinamis kompleks. Kini grafik fraktal juga dimanfaatkan dalam pemodelan pencitraan karena pengaplikasiannya yang relatif mudah dengan umpan balik matematika untuk menghitung geometri obyek dan algoritma iteratif yang disebut *algoritm rendering* untuk memberikan persepsi tayangan nyatanya.

2. DASAR-DASAR TEORI

2.1 Pengertian Dimensi Fraktal

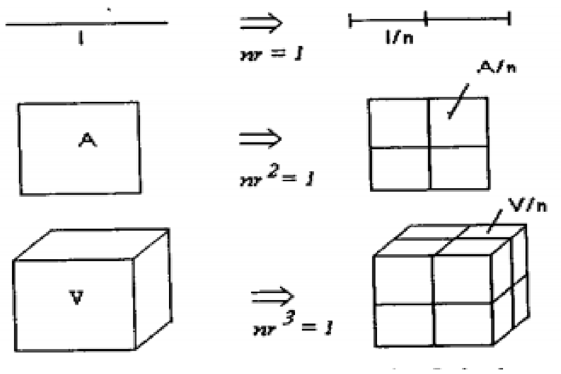
Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, pengertian dimensi adalah ukuran panjang, lebar, tinggi, luas dan sebagainya. Yang dimaksud dengan dimensi fraktal yaitu sebuah pola yang bersifat rekursif yang setiap bagiannya mirip dengan bagian keseluruhan pada suatu objek geometri. Fraktal sendiri adalah benda geometris yang kasar pada segala skala, dan terlihat dapat "dibagi-bagi" dengan cara yang radikal (wordpress.com). Kata fraktal berasal dari bahasa Latin *fractus* yang artinya "patah", "rusak" atau "tidak teratur". Dimensi fraktal memiliki keunikan yaitu bersifat *infinity*, maksudnya, seandainya setiap bagian yang rekursif dihitung, maka yang didapat adalah jumlah tak terhingga karena selalu ada bagian dari sebuah bagian.

2.2 Sejarah Penemuan Fraktal

Para ilmuwan yang terlibat dalam penemuan dan perkembangan geometri fraktal seperti Karl Theodor Wilhelm Weiestrass, Helge von Koch, Paul Pierre Levy, Georg Cantor, Benoit Mandelbort dan lainnya. Berawal pada tahun 1872, Karl Theodor Wilhelm Weierstrass menemukan contoh fungsi dengan sifat yang tidak intuitif yaitu kontinyu di manapun namun tidak terdiferensiasi di manapun—grafik dari fungsi tersebut akan disebut fraktal di masa sekarang. Pada tahun 1904, Helge von Koch memberikan definisi yang lebih jelas untuk fungsi yang mirip yang sekarang disebut bunga salju Koch. Kemudian Paul Pierre Levy mengembangkan idenya mengenai kurva-kurva fraktal yang bernama kurva Levy C dalam tulisannya berjudul *Plane or Space Curves and Surfaces Consisting of Parts Similar to the Whole*, 1938. Setelah itu muncullah himpunan Cantor yang diperkenalkan oleh Georg Cantor, yaitu mengenai himpunan bagian dari garis riil dengan sifat yang tidak wajar yang kemudian disebut fraktal pula. Barulah bapak fraktal, Benoit Mandelbort mulai menyediliki keserupaan dirian dalam berbagai tulisan pada tahun 1960-an.

2.3 Dimensi Similarity Fraktal

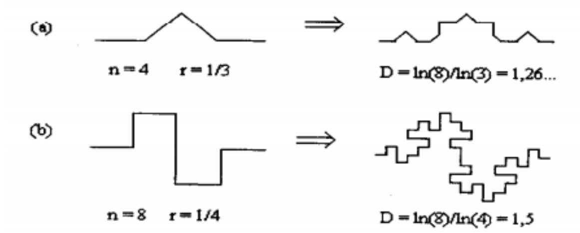
Sifat *self-similarity* telah dicontohkan dengan kurva Koch. Bagian terkecil mirip bagian keseluruhan seperti sebuah garis terdiri dari garis-garis kecil dari hasil pembagian garis tersebut sebanyak N. Tentunya setiap bagian memiliki rasio r= 1/N dari induknya dan tiap rasio r mirip dengan induknya. Begitu pula dengan bidang dua dimensi. Apabila satu bidang segiempat dibagi menjadi N bagian, maka tiap bagian memiliki rasio r= $1/\sqrt[2]{N}$. Sama halnya dengan sebuah geometri ruang, jika dibagi menjadi N bagian, maka rasio r tiap bagiannya adalah $1/\sqrt[3]{N}$. Barikut gambar yang merepresentasikan pembagian ini.



(Sumber: www.batan.co.id)

Maka untuk obyek yang mempunyai dimensi Euclide D memiliki rasio pembagian r=$1/\sqrt[D]{N}$.

Jadi, D=ln(N)/ln(1/r)



(Sumber: www.batan.co.id)

Pada contoh (b) terlihat bahwa segmen garis dibagi menjadi 8 bagian dan tiap bagian memiliki rasio 1/4, itu artinya setiap bagian memiliki panjang 1/4 dari panjang garis induknya.

2.4 Pengelompokan Fraktal

Fraktal dapat dikelompokkan berdasarkan cara pendefinisian atau pembuatannya dan berdasarkan keserupaan dirinya.

Pengelompokan berdasarkan cara pendefinisian atau pembuatannya:

1. Sistem fungsi teriterasi. Contohnya adalah himpunan Cantor, karpet Sierpinski, kurva Peano, bunga salju Koch, kurva naga Harter-Heighway, Kotak T, dan spons Menger.
2. Fraktal waktu lolos.Contohnya adalah himpunan Mandelbort dan fraktal Lyapunov.
3. Fraktal acak. Dihasilkan melalui proses stokastik, misalnya landskap fraktal dan penerbangan Lévy.

Pengelompokan berdasarkan keserupa dirian:

1. Serupa diri secara persis. Fraktalnya terlihat sangat identik di segala skala.
2. Serupa diri secara lemah. Fraktalnya tidak terlalu mirip jika skala diubah. Jenis ini memuat salinan dirinya sendiri dalam bentuk yang terdistorsi maupun rusak
3. Serupa diri secara statistik. Keserupaan dirinya bersifat statistik pada skala tertentu. Jenis ini adalah jenis yang paling lemah.

3. Membuat Kurva Fraktal

3.1 Proses Iterasi-Rekursif Kurva Koch

Kurva fraktal digambar secara bertahap yaitu menggunakan prosedur iteratif-rekursif. Contohnya untuk menggambar kurva Koch berupa bunga salju Koch. Prosesnya diawali dengan sebuah garis, kemudian dibagi menjadi tiga daerah dan membentuk dua garis miring dengan sudut-sudut 60 derajat di bagian tengah. Selanjutnya, pada setiap bagian sisi dibagi lagi tiga bagian dan begitu seterusnya. Di sinilah prosedur iteratif-rekursif bekerja. Hal ini terus diulangi sampai batas tertentu. Jika dilakukan dengan menggunakan komputer grafik, maka akan muncul kristal salju yang indah dengan detail yang khas.

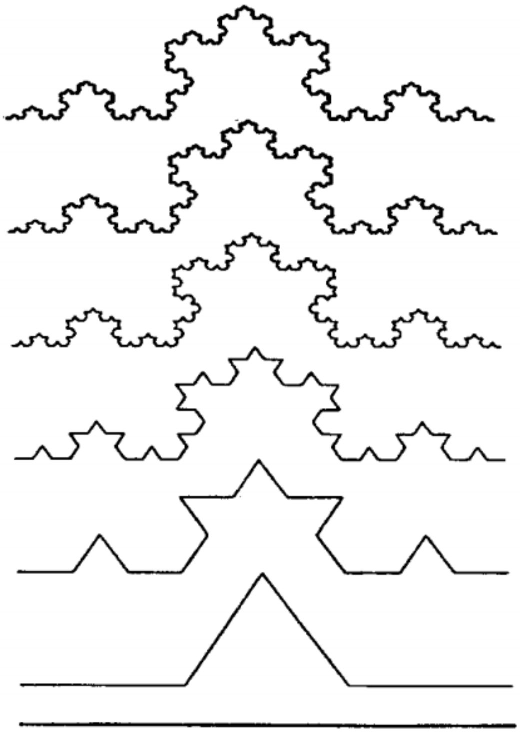
Prosedur iteratif-rekursif ini sangat sederhana, cukup memanggil prosedur secara terus menerus hingga suatu batas maka akan menghasilkan fraktal yang terlihat rumit, detail dan indah.

Berikut ada proses rekursif.

$$Kn=F(Kn-1)$$

Jika Kn adalah sebuah parameter K ke-n dan F adalah prosedur untuk proses pembentukan fraktal, maka dalam prosedur akan memanggil kembali prosedur iteratif-rekursif tersebut hingga n=0 yaitu Ko.

Berikut tahapan gambar kurva Koch dimulai dari bawah.



(Sumber: www.batan.co.id)

3.2 Proses Iterasi-Rekursif Pohon Pitagoras

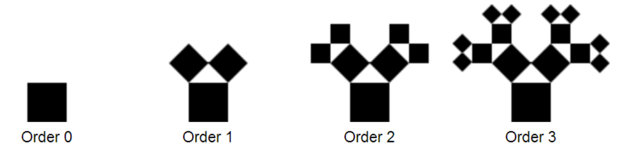
Pohon Pitagoras adalah sebuah fraktal datar yang tersusun dari bujur sangkar.

Proses pembentukannya adalah:

1. Pada orde 0 (Inisialisai), menggambar sebuah bujur sangkar terbesar.
2. Pada orde 1, meletakkan 2 bujursangkar di atas bujursangkar pertama, namun ukurannya $(1/2\sqrt{2})^1$. Ujung bujursangkar saling bertemu antar bujursangar. Karena jumlah sisi bujur sangkar yang baru tidak sama dengan panjang sisi bujur sangkar sebelumnya. Maka dua bujursangkar yang baru diletakan sehingga menimbulkan ruang kosong berbentuk segitiga.
3. Pada orde 2, meletakkan 4 buah bujur sangkar, dua bujur sangkar di atas bujur sangkar sebelah kanan, dua sisanya di sebelah kiri.
4. Ulangi langkah di atas hingga orde tertentu

Jika kita amati, penambahan bujursangkar yang baru sama dengan 2 pangkat n, n adalah orde peletakan bujursangkar. Dan luas tiap bujur sangkar yang baru adalah $(1/2\sqrt{2})^n$. Dengan begitu semakin besar ordenya, ukuran bujursangkar semakin kecil seperti daun pada pohon.

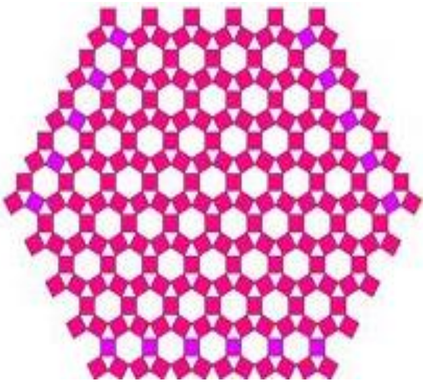
Berikut adalah visualisasi dari langkah di atas:



(Sumber: wikipedia.org)

Pohon Pitagoras dengan sudut 25^0 dan pewarnaan yang halus

Pada dasarnya, pembentukan pohon pitagoras ini tidak harus dengan bujur sangkar mengecil. Ukuran dan besarnya sudut dapat diatur sesuai kebutuhan. Berikut gambar pohon Pitagoras dengan ukuran bujursangkar yang sama.



Orde 10
(Sumber: wikipedia.org)

3.3 Proses Iterasi-Rekursif Kurva Mandelbort

Himpunan Mandelbort adalah M set bilangan kompleks. Himpunan ini menguji hasil iterasi tak hingga dari sebuah fungsi yang didefinisikan dengan cara berikut:

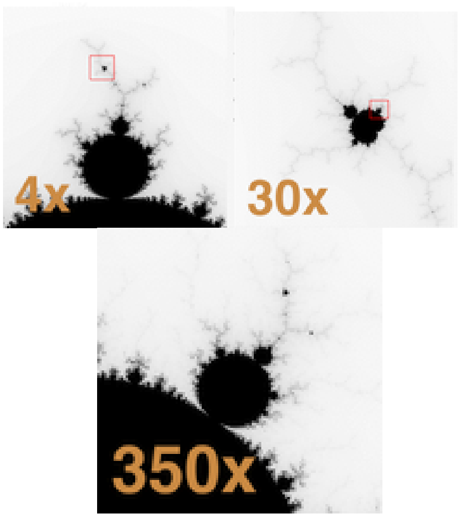
$$M = \{c \in \mathbb{C} | \lim_{n\to\infty} z_n \neq \infty\}$$

C adalah himpunan semua bilangan kompleks.Himpunan Mandelbort menggunakan: f(z)=z2+c; c merupakan konstanta tertentu. Sistem selalu menghasilkan output dengan mengkuadratkan input dan menambahkan dengan c. Tentu saja setiap pengulangan akan sangat drastis.

$$z_0 = 0$$
$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

Artinya, himpunan Mandelbrot adalah himpunan semua bilangan kompleks yang memenuhi persyaratan di atas. Dengan kata lain, jika urutan z0, z1, z2, ... tidak mendekati tak terhingga, maka c milik set. Mengingat c nilai, sistem menghasilkan urutan nilai disebut orbit dari nilai awal 0 (convdocs.org):

$$\begin{aligned} z_0 &= 0 \\ z_1 &= z_0^2 + c = c \\ z_2 &= z_1^2 + c = c^2 + c \\ z_3 &= z_2^2 + c = (c^2+c)^2 + c \\ z_4 &= z_3^2 + c = ((c^2+c)^2+c)^2 + c \end{aligned}$$



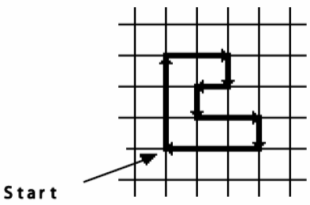
(Sumber: wikipedia.org)

Himpunan Mandelbrot yang diperbesar 350 kali menunjukkan detail yang mirip dengan himpunan utuhnya.

3.4 Proses Iterasi-Rekursif Kurva Lindenmayer

Seorang ahli biologi Hungaria Aristid Lindemayer pada 1968 menggunakan pendekatan yang dapat mengkodekan pola umum dalam string untuk membentuk sebuah kurva. Pola umum tersebut berbasis L-Systems untuk menggambar kurva fraktal. Setiap karakter dalam string berfungsi sebagai perintah untuk melakukan operasi atom.

F adalah bergerak maju
D adalah jarak saat menggambar ke arah saat ini.
+ Belok kiri melalui sudut δ
- Belok kanan melalui sudut δ



FFF-FF-F-F+F+FF-F-FFF

Gambar di samping adalah maju 3 langkah, belok kanan, maju 2 langkah, belok kanan, maju, belok kanan, maju, belo kiri, maju,belok kiri, maju 2 langkah, belok kanan, maju, belok kanan, maju 3 langkah.

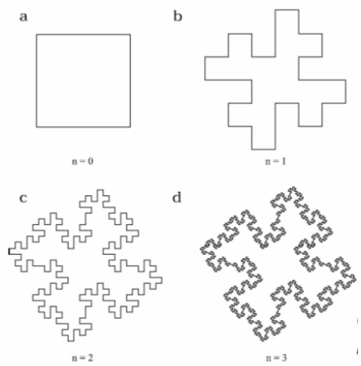
Misalkan pada generasi ke-0,
K0=F;

Generasi pertama,
K1=F-F++F-F.

Pada generasi K2, setiap F digantikan oleh F-F++F-F.

Untuk menunjukkan parameter, bentuk template bahasa kurvanya adalah
(aksioma, F-string,sudut). Misal
(F,F-F++F-F,60).

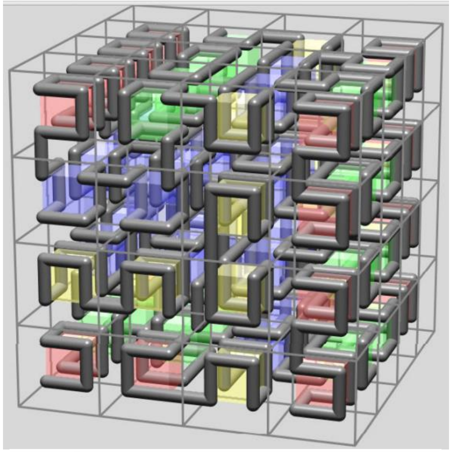
Beberapa contoh pembentukan kurva



(Sumber: natcomp.liacs.nl)

Pada n=0, gambar masih gambar dasar. Satu kali turunan D berkurang sebesar 4 kali.

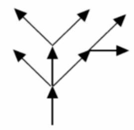
3D L-System adalah kurva Lindenmayer tiga dimensi:



n=2, δ=90°
A
A → B-F+CFC+F-D&F∧D-F+&&CFC+F+B//
B → A&F∧CFB∧F∧D∧∧-F-D∧|F∧B|FC∧F∧A//
C → |D∧|F∧B-F+C∧F∧A&&FA&F∧C+F+B∧F∧D//
D → |CFB-F+B|FA&F∧A&&FB-F+B|FC//

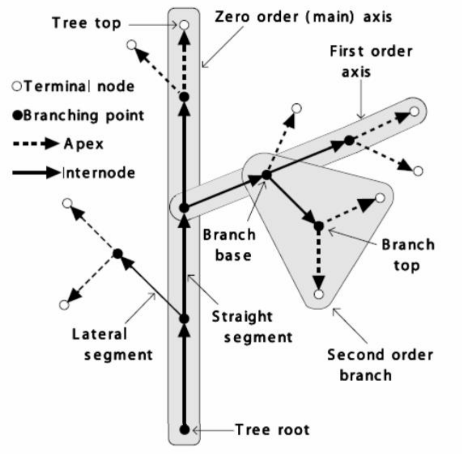
(Sumber: natcomp.liacs.nl)

Tree OL-System adalah pembentukan kurva bentuk pohon. Kurva ini memiliki perbedaan aturan pembuatan, dapat dikatakan lebih rumit.



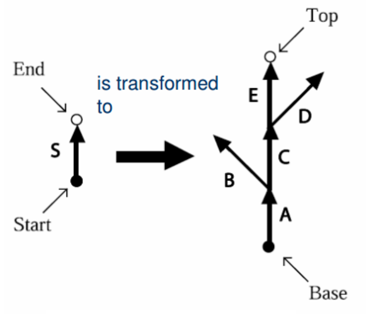
F[+F][-F[-F]F]F[+F][-F]

Gambar di atas, maju, kemudian:
-maju, belok kanan dan kiri, maju masing-masing
-belok kiri, maju
-belok kanan, maju, maju dan belok kanan kemudian maju.



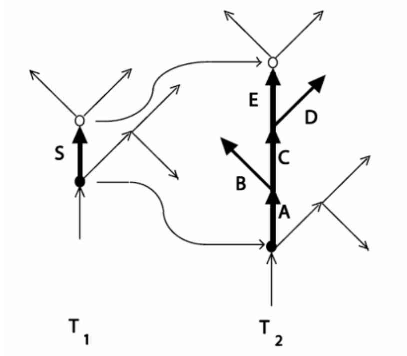
(Sumber: natcomp.liacs.nl)

Aturan pembuatan kurva



(Sumber: natcomp.liacs.nl)

Aplikasi pembuatan



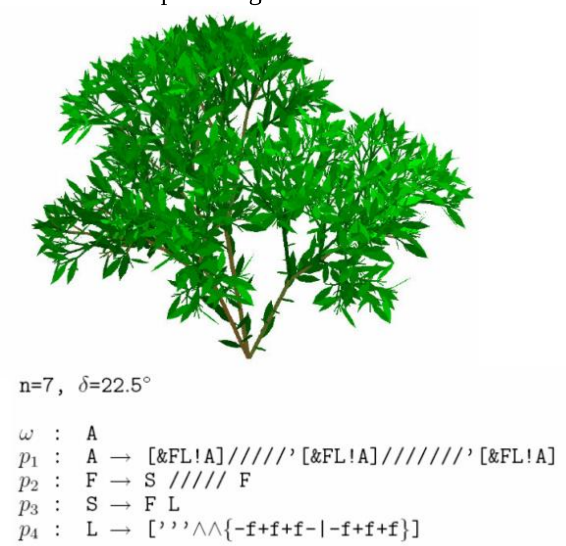
(Sumber: natcomp.liacs.nl)

T1 berkembang menjadi T2, dengan start berada di akar (bawah), kemudian dengan aturan maju dan belok dapat membentuk cabang.
Beberapa contoh gambar kurva pohon:

a	b	c
n=5, δ=25.7°	n=5, δ=20°	n=4, δ=22.5°
F	F	F
F → F[+F]F[-F]F	F → F[+F]F[-F][F]	F → FF-[-F+F+F]+[+F-F-F]

(Sumber: natcomp.liacs.nl)

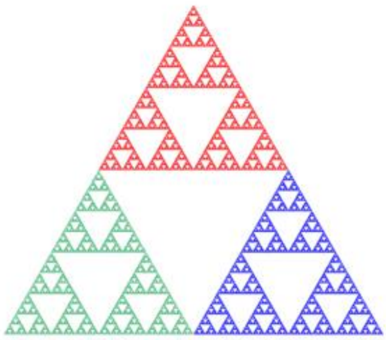
Gambar kurva pohon tiga dimensi:



(Sumber: natcomp.liacs.nl)

4. ALGORITMA PEMBUATAN KURVA FRAKTAL

Algoritma Kurva Sierpinski



(Sumber: wikipedia.org)

Segitiga Sierpinski, suatu fraktal, bisa dipecah menjadi tiga segitiga Sierpinski (masing-masing diberi warna berbeda).

```
'Nama Program: Fraktal Sierpinski
Option Explicit

Private LastX As Single
Private LastY As Single
Private CornerX(0 To 2) As Single
Private CornerY(0 To 2) As Single

' Draw the Sierpinski gasket.
Private Sub Form_Load()
Dim i As Integer

    Randomize
    Me.Show
    Do
        ' Pick the next corner.
        i = Int(Rnd * 3)
        ' Move halfway from the current point
        ' to the new corner.
        LastX = (LastX + CornerX(i)) / 2
        LastY = (LastY + CornerY(i)) / 2
        Me.PSet (LastX, LastY)
        ' Check for events.
        DoEvents
    Loop
End Sub
' Define the corner points.
Private Sub Form_Resize()
Const R As Single = 60
Dim i As Integer

    ' Clear.
    Me.Cls
 ' Define the corners.
    CornerX(0) = R + 10
    CornerY(0) = Me.ScaleHeight - R - 10
    CornerX(1) = Me.ScaleWidth / 2
    CornerY(1) = R + 10
    CornerX(2) = Me.ScaleWidth - R - 10
    CornerY(2) = Me.ScaleHeight - R - 10

    ' Draw the corners.
    For i = 0 To 2
        Me.Circle (CornerX(i), CornerY(i)), R
    Next i

    ' Pick a starting point.
    i = Int(Rnd * 3)
    LastX = CornerX(i)
    LastY = CornerY(i)
End Sub

Private Sub Form_Unload(Cancel As Integer)
    End
End Sub
```

(Penulis source code: I Gusti Ngurah Suryantara, S.Kom., M.Kom.)

5. KESIMPULAN

Sebagian besar benda-benda alamiah dapat direpresentasikan dalam bentuk kurva geometri. Namun bentuk dari benda-benda alam tersebut bukanlah bentuk geometri biasa melainkan geometri dengan sifat *self-similarity* yang disebut berdimensi fraktal. Kurva geometri ini tidak menggunakan penyelesaian matematis tetapi menggunakan algoritma iterasi-rekursif. Pembuatannya menggunakan komputer dengan beberapa aturan untuk setiap jenis.

REFERENSI

[1]Munir,Renaldi. "*Diktat Kuliah IF2153 Matematika Diskrit",* Informatika Bandung: Bandung,2007.

[2]Suryantara, I Gusti Ngurah,*Diktat Kuliah Grafika Komputer*.

[3]Hakim,Lukman (dkk). "*Menggambar Fraktal dengan Teknik Heuristik*,".

[4]Oliver,Dick. "*Memandang Realita dengan Fractal Vision*," Andi Yogyakarta:Yogyakarta,1997.

[5]A. M.Syamsa (dkk). "*Teknik Menggambar Kurva Menggunakan Fraktal*,"2005.

[6] http://id.wikipedia.org/wiki/Fraktal, 14 Desember 2013 pukul 10.37

[7]http://www.batan.go.id/ppin/lokakarya/LKSTN_05/rahmat.pdf, 14 Desember 2013, pukul 11.00

[8] http://books.google.co.id, 15 Desember 2013, pukul 15.00

[9]http://natcom.liacs.nl, 14 Desember 2013, pukul 14.20

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 16 November 2013

Linda Sekawati (13512029)