

# Perancangan Sistem Transportasi Kota Bandung dengan Menerapkan Konsep Sirkuit Hamilton dan Graf Berbobot

Rakhmatullah Yoga Sutrisna (13512053)

*Program Studi Teknik Informatika*

*Sekolah Teknik Elektro dan Informatika*

*Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia*

*13512053@std.stei.itb.ac.id*

**Abstrak**—Kemacetan lalu lintas dalam kota merupakan salah satu permasalahan rumit yang hingga saat ini belum dapat ditemukan solusi efektifnya. Salah satu penyebabnya adalah meningkatnya volume kendaraan dalam kota, termasuk volume angkutan umum. Saat ini, khususnya untuk kota Bandung, tersedia banyak sekali trayek angkutan umum yang masing-masing trayek juga mempunyai armada yang cukup banyak. Banyaknya armada angkutan umum tersebut harus dikelola secara sistematis agar tidak menimbulkan permasalahan yang sama, yaitu kemacetan. Salah satu konsep dalam Matematika Diskrit, yaitu Sirkuit Hamilton dan Graf berbobot, dapat diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan ini. Dalam makalah ini, Sirkuit Hamilton dan Graf berbobot akan diterapkan dalam penentuan trayek-trayek angkutan umum agar operasionalnya lebih efisien.

**Kata Kunci**—Transportasi, Kota Bandung, Sirkuit Hamilton, Graf, Graf Berbobot, Kemacetan.

## I. PENDAHULUAN

Kota Bandung sebagai Ibukota Provinsi Jawa Barat mempunyai banyak sekali daya tarik bagi masyarakat Indonesia untuk mengunjunginya, bahkan untuk menetap di sana. Sebagai konsekuensinya, Kota Bandung dipadati ribuan orang setiap harinya. Begitu juga untuk masalah transportasi, masyarakat tidak pernah bisa lepas dengan persoalan ini. Ribuan orang bepergian ke berbagai daerah di Kota Bandung dengan menggunakan berbagai alat transportasi, ada yang menggunakan kendaraan pribadi, ada juga yang menggunakan sarana transportasi umum seperti angkutan umum. Namun banyaknya jumlah armada kendaraan bermotor yang beredar di Kota Bandung menyebabkan timbulnya permasalahan baru, yaitu kemacetan.

Sebagai salah satu kota metropolitan di Indonesia, Bandung mempunyai mobilitas penduduk yang sangat tinggi. Demikian juga, sebanding dengan angka kepadatan penduduknya, kebutuhan transportasi akan terus meningkat pula. Misalkan seseorang pergi ke tempat kerja mereka, jika jarak dari tempat tinggal seseorang menuju tempat kerjanya terbilang cukup jauh, seseorang tersebut akan membutuhkan alat transportasi untuk menuju ke tempat kerja tersebut. Kebutuhan yang sama juga

dirasakan oleh pelajar, mereka membutuhkan alat transportasi untuk mempermudah mereka menjangkau tempat belajarnya. Kesimpulannya, untuk melakukan aktivitas sehari-hari, orang-orang akan sangat membutuhkan alat transportasi agar memudahkan untuk bepergian. Salah satu sarana transportasi yang disediakan Pemerintah Kota Bandung adalah angkutan umum. Di Kota Bandung terdapat banyak sekali trayek angkutan umum guna memenuhi kebutuhan warganya untuk bepergian ke berbagai tempat yang diinginkan. Namun banyaknya armada untuk masing-masing trayek tersebut ternyata membawa masalah baru bagi lalu lintas Kota Bandung.



**Gambar 1. Armada angkutan umum Kota Bandung (www.rimanews.com)**

Jumlah armada angkutan umum yang belum termasuk kendaraan pribadi milik warga Kota Bandung yang diperkirakan akan terus bertambah ternyata tidak sebanding dengan ketersediaan lahan jalan di kota ini. Dampak langsungnya tentu saja berupa kemacetan di berbagai ruas jalan di Ibukota Provinsi Jawa Barat ini. Ditambah lagi apabila terdapat beberapa oknum supir angkutan umum yang ‘ngetem’ sembarangan di tepi jalan dengan maksud untuk menunggu penumpang memenuhi armada angkutan.

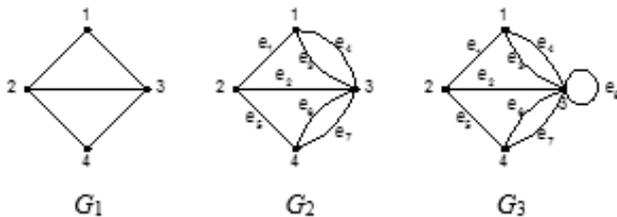
Masalah di atas perlu solusi taktis untuk mengunggulangnya, agar kemacetan yang terjadi tidak semakin parah. Dalam makalah ini penulis akan membahas penerapan konsep Sirkuit Hamilton sebagai

salah satu bahasan dalam kuliah Matematika Diskrit dalam perancangan sistem angkutan umum untuk Kota Bandung agar masalah-masalah di atas dapat ditanggulangi dengan baik.

## II. DASAR TEORI GRAF

### A. Definisi Graf

Graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$ , ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$ , yang dalam hal ini  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices atau node) dan  $E$  adalah himpunan sisi (edges atau arcs) yang menghubungkan sepasang simpul [1]. Hal ini berarti himpunan  $E$  boleh kosong, yang artinya graf tidak mempunyai sisi-sisi yang menghubungkan antar simpulnya, namun himpunan  $V$  tidak boleh kosong, karena sebuah graf harus memiliki minimal satu buah simpul. Biasanya simpul direpresentasikan dengan bilangan asli  $(1, 2, 3, \dots)$  sedangkan sisi direpresentasikan dengan  $e_1, e_2, e_3, \dots$ . Dengan kata lain  $e$  dapat ditulis sebagai  $e = (v, v)$ .



Gambar 2. (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu

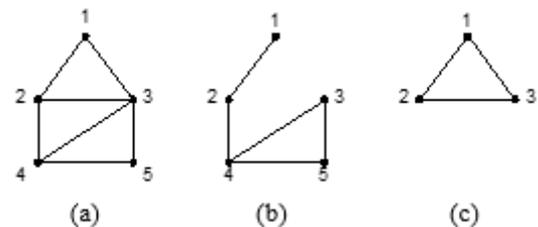
### B. Terminologi Dasar

1. Bertetangga (Adjacent)  
Dua buah simpul pada graf tak-berarah  $G$  dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain,  $u$  bertetangga dengan  $v$  jika  $(u, v)$  adalah sebuah sisi pada graf  $G$ .
2. Bersisian (Incident)  
Untuk sembarang sisi  $e = (u, v)$  sisi  $e$  dikatakan bersisian dengan simpul  $u$  dan simpul  $v$ .
3. Lintasan (Path)  
Lintasan yang panjangnya  $n$  dari simpul awal  $v_0$  ke simpul tujuan  $v_n$  di dalam graf  $G$  ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk  $v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$  sedemikian sehingga  $e_1 = (v_0, v_1)$ ,  $e_2 = (v_1, v_2)$  dan seterusnya adalah sisi-sisi dari graf  $G$ .
4. Sirkuit (Circuit)  
Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit atau siklus. Sebuah sirkuit dikatakan sirkuit sederhana (simple circuit) jika setiap sisi yang dilalui berbeda.
5. Terhubung (Connected)  
Dua buah simpul  $u$  dan simpul  $v$  dikatakan

terhubung jika terdapat lintasan dari  $u$  ke  $v$ . Jika dua buah simpul terhubung maka pasti simpul yang pertama dapat dicapai dari simpul yang kedua. Jika setiap pasang simpul di dalam graf terhubung, maka graf tersebut kita katakan graf terhubung. Graf tak-berarah  $G$  disebut graf terhubung (connected graph) jika untuk setiap pasang simpul  $u$  dan  $v$  di dalam himpunan  $V$  terdapat lintasan dari  $u$  ke  $v$  (yang juga harus berarti ada lintasan dari  $v$  ke  $u$ ). Jika tidak, maka  $G$  disebut graf tak-terhubung (disconnected graph). Sebagai catatan, graf yang hanya terdiri atas satu simpul saja (tidak ada sisi) tetap kita katakan terhubung, karena simpul tunggalnya terhubung dengan dirinya sendiri. Graf berarah  $G$  dikatakan terhubung jika graf tak-berarahnya terhubung (graf tak-berarah dari  $G$  diperoleh dengan menghilangkan arahnya).

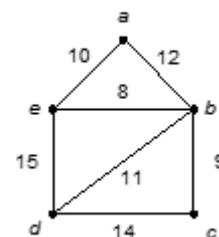
6. Upagraf dan Upagraf Merentang (Spanning Subgraph)

Misalkan  $G = (V, E)$  adalah sebuah graf.  $G_1 = (V_1, E_1)$  adalah upagraf (subgraph) dari  $G$  jika  $V_1 \subseteq V$  dan  $E_1 \subseteq E$ . Upagraf  $G_1 = (V_1, E_1)$  dari  $G = (V, E)$  dikatakan upagraf merentang jika  $V_1 = V$  (yaitu  $G_1$  mengandung semua simpul dari  $G$ ).



Gambar 3. (a) graf  $G$ , (b) upagraf merentang dari  $G$ , (c) bukan upagraf merentang dari  $G$

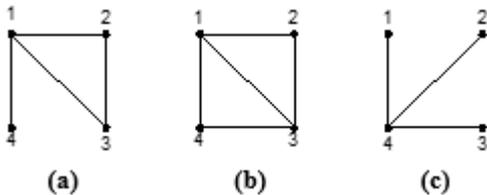
7. Graf Berbobot (Weighted Graph)  
Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot). Bobot pada tiap sisi dapat berbeda-beda bergantung pada masalah yang dimodelkan dengan graf. Bobot dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, biaya perjalanan antara dua buah kota waktu tempuh pesan (message) dari sebuah simpul komunikasi ke simpul komunikasi lain (dalam jaringan komputer), ongkos produksi, dan sebagainya.



Gambar 4. Graf berbobot

### C. Lintasan dan Sirkuit Hamilton

Lintasan Hamilton ialah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali. Bila lintasan tersebut kembali ke simpul asal membentuk lintasan tertutup (sirkuit), maka lintasan tertutup itu dinamakan sirkuit Hamilton. Dengan kata lain, sirkuit Hamilton ialah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekaligus simpul akhir) yang dilalui dua kali. Graf yang memiliki sirkuit Hamilton dinamakan graf Hamilton, sedangkan graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut graf semi-Hamilton.



**Gambar 5.** (a) graf yang memiliki lintasan Hamilton (misal: 3, 2, 1, 4)  
 (b) graf yang memiliki lintasan Hamilton (1, 2, 3, 4, 1)  
 (c) graf yang tidak memiliki lintasan maupun sirkuit Hamilton

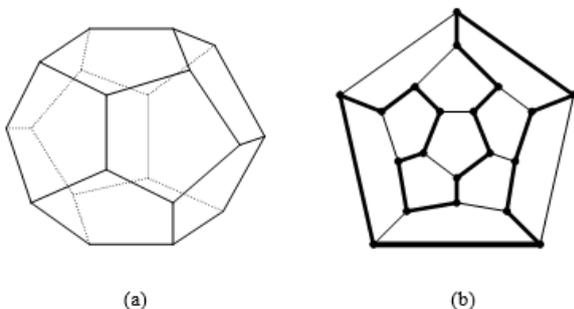
Di sini diberikan beberapa hasil umum tentang keberadaan lintasan atau sirkuit Hamilton dengan menggunakan beberapa syarat cukup (bukan syarat perlu) berupa Teorema Dirac dan Teorema Ore.

#### 1. Teorema Dirac

Jika  $G$  adalah graf sederhana dengan  $n$  buah simpul ( $n \geq 3$ ) sedemikian sehingga derajat tiap simpul paling sedikit  $n/2$  (yaitu,  $d(v) \geq n/2$  untuk setiap simpul  $v$  di  $G$ ), maka  $G$  adalah graf Hamilton.

#### 2. Teorema Ore

Jika  $G$  adalah graf sederhana dengan  $n$  buah simpul ( $n \geq 3$ ) sedemikian sehingga  $d(v) + d(u) \geq n$  untuk setiap pasang simpul tidak-bertetangga  $u$  dan  $v$ , maka  $G$  adalah graf Hamilton.



**Gambar 6.** (a) Dodecahedron Hamilton, dan (b) graf yang mengandung sirkuit Hamilton

Perlu diketahui juga bahwa setiap graf lengkap juga merupakan graf Hamilton. Di dalam graf lengkap  $G$  dengan  $n$  buah simpul ( $n \geq 3$ ) terdapat sebanyak  $(n-1)!/2$  buah sirkuit Hamilton. Jika  $n$  adalah bilangan ganjil, maka

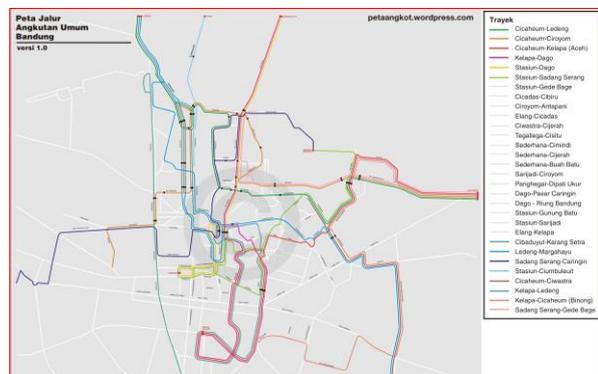
terdapat  $(n-1)/2$  buah sirkuit Hamilton yang saling lepas (tidak ada sisi yang beririsan). Jika  $n$  genap dan  $n \geq 4$ , maka di dalam  $G$  terdapat  $(n-2)/2$  buah sirkuit Hamilton yang saling lepas [1].

### III. TRANSPORTASI KOTA BANDUNG

Jika sebuah kota diibaratkan sebagai makhluk hidup, maka penduduknya adalah darah dari kota tersebut, dan sarana transportasi menjadi pembuluh darah bagi kota tersebut. Oleh karena itu penting untuk mengelola infrastruktur transportasi dengan baik, agar suplai nutrisi untuk sebuah kota dapat terpenuhi. Nutrisi untuk kota yang dimaksud dalam hal ini antara lain adalah informasi, logistik, dan kebutuhan lainnya. Jika nutrisi tersebut tidak terpenuhi, maka dapat dikatakan kota tersebut akan sakit.

Kemacetan kota Bandung semakin dirasa nyata dan semakin parah beberapa tahun belakangan ini. Sederhananya kemacetan kota Bandung merupakan akibat dari tidak seimbangnya jumlah luas ruas jalan dengan kendaraan yang melintasinya. Hal ini sepertinya dapat dikaitkan dengan semakin banyaknya pengguna kendaraan pribadi dan ketidakmampuan angkutan umum untuk mempertahankan jumlah penumpangnya. Saat ini terdapat lebih dari 5000 unit angkutan kota, lebih dari 500.000 unit sepeda motor dan lebih dari 200.000 unit mobil yang ada di kota Bandung. Dapat kita bayangkan ketidakseimbangan antara jumlah kendaraan dengan luas ruas jalan! Bandung sendiri luasnya tidak bertambah besar dalam beberapa dekade belakangan ini, sedangkan jumlah penduduknya cenderung bertambah terus. Apabila penambahan jumlah penduduk dibarengi dengan penambahan jumlah kendaraan pribadi, akan jadi seperti apa Bandung ini ketika anak kita nanti tumbuh besar? [2].

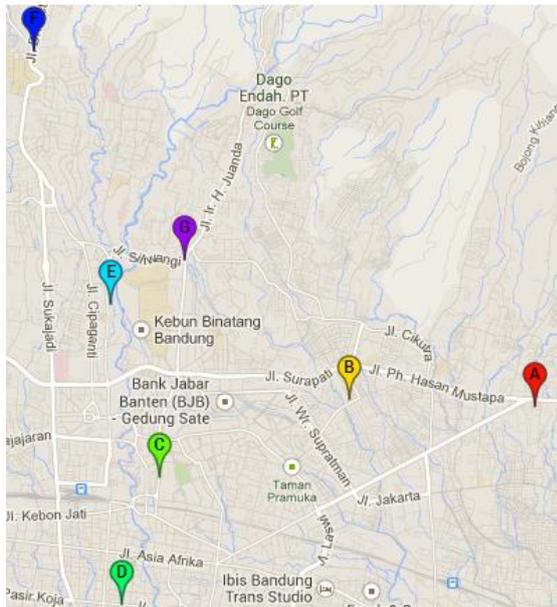
### IV. PENERAPAN SIRKUIT HAMILTON



**Gambar 7.** Peta trayek angkutan umum Kota Bandung (petaangkot.wordpress.com)

Menurut sumber anantoep.wordpress.com, jumlah trayek angkutan umum Kota Bandung saat ini berjumlah 38 trayek, dengan kurang lebih terdapat 5000 unit armada angkutan kota. Jika diperhatikan gambar 6 di atas, sekilas

terlihat bahwa persebaran armada angkutan kota tidak merata ke seluruh trayek. Hal ini menjadi tidak efisien, terlebih jika di beberapa ruas jalan tertentu dilewati oleh lebih dari satu angkot. Contoh untuk persoalan ini dapat dilihat pada perempatan simpang dago. Pasar Simpang ini dilalui hingga 5 trayek angkot, Caheum-Ciroyom, Kalapa-Dago, Riung-Dago, Dago-Ciburial, dan Caringin-Sadang Serang [3]. Tidak mengherankan jika setiap harinya pada ruas jalan tersebut lalu lintasnya menjadi sangat padat dan rawan kemacetan, hal ini dikarenakan menumpuknya volume armada angkutan kota untuk berbagai trayek dalam satu daerah.



**Gambar 8. Lokasi penumpukan trayek angkutan umum Kota Bandung (mapsengine.google.com)**

No.	Daerah
A	Terminal Cicaheum
B	Jl. Brigjen Katamso
C	Jl. Merdeka
D	Kebon Kalapa
E	Jl. Cipaganti
F	Terminal Ledeng
G	Simpang Dago

**Tabel 1. Daerah penumpukan trayek angkutan umum Kota Bandung**

Untuk menanggulangi masalah tersebut, perlu adanya perbaikan dan perubahan sistem trayek pada angkutan umum di Kota Bandung. Alternatif solusi yang akan dibahas dalam makalah ini adalah dengan menyederhanakan titik-titik penumpukan trayek seperti yang dijelaskan pada gambar 8 dengan menggunakan satu trayek yang melewati ketujuh titik di atas masing-masing satu kali dengan memanfaatkan konsep Sirkuit Hamilton. Simpul-simpul dalam Graf Hamilton adalah representasi

dari daerah-daerah yang dilayani trayek angkutan umum lebih dari satu trayek, sedangkan bobot graf merupakan representasi dari jarak

Untuk mencari rute yang paling efisien, terlebih dahulu harus diketahui jarak antar daerah yang akan dijadikan rute tersebut, kemudian dicari sirkuit Hamilton terpendeknya. Tabel berikut ini menampilkan daftar jarak antar daerah, yang didapat dari maps.google.com.

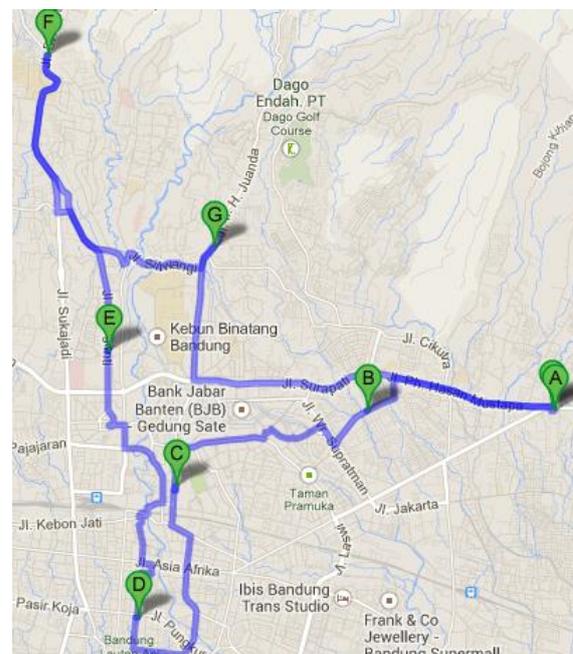
Jarak (km)	A	B	C	D	E	F	G
A		2.9	6.6	8.8	6.8	11.5	6.6
B	2.9		3.8	5.8	4.9	9.5	4.6
C	6.6	3.8		3.1	2.8	7.3	3.1
D	8.8	5.8	3.1		4.9	9.1	5.9
E	6.8	4.9	2.8	4.9		4.6	2.8
F	11.5	9.5	7.3	9.1	4.6		4.8
G	6.6	4.6	3.1	5.9	2.8	4.8	

Keterangan : Indeks daerah terdapat pada tabel 1.

**Tabel 2. Jarak antar trayek**

Namun terdapat kendala yang dihadapi dalam pembuatan rute angkutan umum yang benar-benar mengacu pada konsep Sirkuit Hamilton dan graf berbobot untuk membuat trayek yang efisien. Hal ini disebabkan infrastruktur jalan Kota Bandung mempunyai beberapa keterbatasan seperti jalan yang cenderung tidak lurus dari arah asal menuju arah tujuan, serta peraturan jalan satu arah yang diterapkan di beberapa ruas jalan di Kota Bandung.

Dengan berbagai kendala dan keterbatasan tersebut, maka graf Hamilton yang dibuat juga harus mengikuti kondisi yang ada di lapangan. Graf Hamilton rute angkutan umum terpendek yang dapat dibuat dijelaskan pada gambar di bawah ini.



**Gambar 9. Salah satu contoh graf rancangan rute 'Hamilton' angkutan Kota Bandung (maps.google.com)**

## REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. Matematika Diskrit. Informatika Bandung, 2012, hal. 356-412.
- [2] <http://angkoday.info/>, diakses pada tanggal 15 Desember 2013 pukul 19.57 WIB.
- [3] <http://taufiqsuryo.wordpress.com/2010/10/04/merancang-transportasi-publik-kota-bandung-upaya-estimasi-pergerakan-dan-pemilihan-moda-optimum/>, diakses pada tanggal 15 Desember 2013 pukul 20.23 WIB.
- [4] <https://maps.google.com/>, diakses pada tanggal 15 Desember 2013 pukul 20.46 WIB.
- [5] [http://www.rimanews.com/sites/default/files/imagecache/article/angkot\\_8.jpg](http://www.rimanews.com/sites/default/files/imagecache/article/angkot_8.jpg), diakses pada tanggal 15 Desember 2013 pukul 19.38 WIB.
- [6] [http://petaangkot.files.wordpress.com/2011/03/10-01-05\\_peta-angkot\\_dasar.jpg](http://petaangkot.files.wordpress.com/2011/03/10-01-05_peta-angkot_dasar.jpg), diakses pada tanggal 15 Desember 2013 pukul 19.49 WIB.
- [7] <https://mapsengine.google.com/map/edit?mid=ztIBh2x18Y3M.kL.GKXEoHge3A>, diakses pada tanggal 15 Desember 2013 pukul 19.53 WIB.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 27 November 2013



Rakhmatullah Yoga Sutrisna  
13512053

## V. SIMPULAN

Teori Graf dalam Matematika Diskrit dapat dimanfaatkan dalam banyak hal pada kehidupan sehari-hari. Banyak konsep yang implementasinya dapat memudahkan kegiatan kita, seperti pencarian jalur terpendek, pewarnaan graf, dan lain sebagainya. Termasuk salah satunya dalam pembuatan sistem angkutan umum untuk sebuah kota, salah satunya Kota Bandung. Sistem perutean angkutan umum dalam kota menjadi hal yang penting, karena jumlah armada angkutan kota ditambah dengan laju pertumbuhan kendaraan pribadi dapat menyebabkan penumpukan volume kendaraan bermotor di ruas-ruas jalan di Kota Bandung, yang lama-kelamaan dapat menyebabkan kemacetan parah.

Ketika sistem perutean dan infrastruktur angkutan umum dalam kota sudah baik, tidak menutup kemungkinan orang-orang yang telah terbiasa menggunakan kendaraan pribadi dalam bepergian akan beralih menggunakan moda transportasi umum. Oleh karena itu, selain penerapan alternatif solusi yang telah dibahas dalam makalah ini, langkah lain yang sebaiknya diambil oleh pengampu kebijakan Kota Bandung ialah memperbaiki sarana-prasarana transportasi umum Kota Bandung.