

Aplikasi Pohon Merentang Minimum dalam Menentukan Jalur Sepeda di ITB

Kevin Yudi Utama - 13512010
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13512010@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Makalah ini berisi aplikasi teori Graf dan Pohon dalam merancang Jalur Sepeda di ITB. Jalur-jalur di ITB dapat dimodelkan sebagai graf berbobot tidak berarah. Kemudian diaplikasikan Algoritma Pohon Merentang Minimum untuk merancang Jalur terpendek dari satu tempat ke tempat lainnya.

Index Terms—Bandung, Graf Berbobot, Pohon Merentang Minimum, Jalus Sepeda ITB, Kruskall, Prim

I. PENGENALAN

Bersepeda sudah menjadi trend pada masa sekarang. Selain murah, bersepeda juga dapat meningkatkan kesehatan. Di ITB, terdapat mahasiswa yang bersepeda. Namun sampai saat ini masih belum ada jalur sepeda di ITB. Hal ini dapat menyebabkan peristiwa yang tidak diinginkan seperti kecelakaan dengan pejalan kaki maupun dengan kendaraan lainnya. Oleh karena itu, diperlukan sebuah jalur sepeda yang dapat menghubungkan tempat-tempat di ITB.

Dengan adanya jalur sepeda ini, kita juga dapat memotivasi mahasiswa lainnya untuk ikut bersepeda. Bersepeda memiliki beberapa keuntungan. Selain mengurangi polusi, kita juga dapat meningkatkan kesehatan dan mendukung terwujudnya konsep “green campus”.

Untuk menjawab masalah tersebut, kita dapat menggunakan teori graf dan teori pohon. Masalah tersebut dapat dimodelkan sebagai masalah graf, kemudian dicari solusinya dengan teori graf dan pohon.

Pada makalah ini, penulis akan memodelkan masalah ini dengan graf berbobot tidak berarah, kemudian menyelesaikannya dengan teori graf dan pohon, yaitu pohon merentang minimum.

II. TEORI GRAF

Graf adalah representasi dari objek-objek diskrit yang terhubung satu sama lain. Objek-objek itu dimodelkan sebagai simpul (vertex) sedangkan hubungan antara objek-objek tersebut dimodelkan sebagai sisi (edge). Graf dapat didefinisikan sebagai himpunan (V, E) dimana V adalah himpunan tidak kosong dari simpul dan E adalah himpunan sisi yang menghubungkan simpul satu sama lain. Setiap sisi pada himpunan E menghubungkan tepat dua

buah sisi. Dua buah simpul dikatakan bertetangga apabila terdapat sisi yang menghubungkan kedua simpul tersebut. Sebuah simpul dikatakan berinsiden dengan sebuah sisi apabila sisi tersebut menghubungkan simpul tersebut dengan simpul lainnya. Jumlah sisi yang berinsiden dengan sebuah simpul dinamakan dengan derajat dari simpul tersebut.

Graf terdiri dari berbagai jenis. Berdasarkan ada tidaknya gelang dan sisi ganda, graf dapat dikelompokkan menjadi graf sederhana dan graf tidak sederhana. Graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki dua buah sisi yang menghubungkan dua buah simpul yang sama dan tidak terdapat gelang. Gelang adalah sebuah sisi yang menghubungkan sebuah simpul ke simpul itu sendiri.

Berdasarkan ada tidaknya orientasi atau arah pada simpul-simpul graf, graf dapat dibagi menjadi graf berarah dan graf tidak berarah. Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya mempunyai arah dari sebuah simpul ke simpul lainnya. Sedangkan graf tidak berarah adalah graf yang setiap sisinya tidak memiliki arah.

Berdasarkan ada tidaknya bobot pada simpul – simpul graf. Graf dapat dibagi menjadi graf berbobot dan graf tidak berbobot. Sebuah graf dikatakan berbobot apabila setiap simpulnya diberikan sebuah nilai. Sebuah graf dikatakan tidak berbobot apabila setiap simpulnya tidak memiliki nilai.

Selain jenis-jenis graf diatas masih terdapat jenis-jenis graf lainnya seperti graf asiklik tidak berarah, graf turnamen, dan graf –graf lainnya. Selain itu, sifat – sifat dari graf dapat dikombinasikan seperti graf sederhana tidak berbobot, yaitu graf yang tidak memiliki gelang dan simpul ganda serta tidak memiliki arah atau orientasi pada simpul-simpulnya.

Selain terminologi – terminologi di atas terdapat beberapa terminologi lain yang harus dipahami.

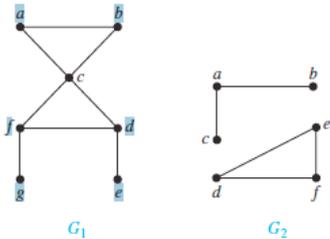
A. Sirkuit dan Lintasan.

Lintasan dengan panjang n dari u ke v adalah barisan n buah sisi $e_1, e_2, \dots, e_{n-1}, e_n$ dimana terdapat barisan simpul $v_0 = u, v_1, v_2, \dots, v_n = v$, demikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, ..., $e_n = (v_{n-1}, v_n)$. Apabila $u = v$ maka lintasan

tersebut juga dapat dikatakan sebagai sirkuit. Sebuah sirkuit dan lintasan dikatakan sederhana apabila sirkuit dan lintasan tersebut tidak melewati dua buah simpul yang sama.

B. Terhubung

Dua buah simpul a dan b dikatakan terhubung apabila terdapat lintasan dari a ke b, untuk semua pasangan a dan b dimana a dan b merupakan anggota V.



Gambar 1. Graf terhubung G1 dan graf tidak terhubung G2 (Rosen, 2013)

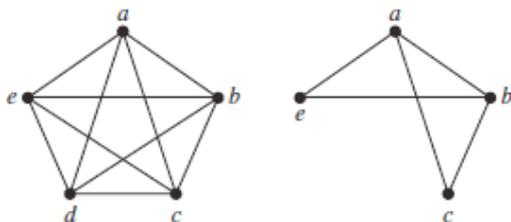
Sebuah graf tidak berarah (V,E) dikatakan terhubung apabila terdapat lintasan untuk setiap pasangan vertex a dan b dimana a dan b merupakan anggota V.

Sebuah graf berarah (V,E) dikatakan terhubung kuat apabila terdapat lintasan untuk setiap pasangan simpul a dan b dimana a dan b merupakan anggota himpunan V.

Sebuah graf berarah (V,E) dikatakan terhubung lemah apabila jika kita mengabaikan arahnya terdapat lintasan untuk setiap pasangan simpul a dan b dimana a dan b merupakan anggota himpunan V.

C. Upagraf

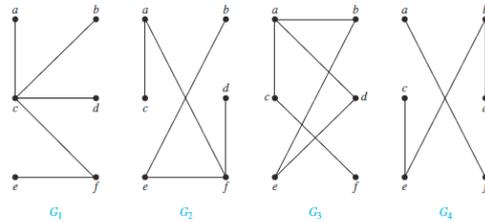
Upagraf dari graf (V,E) adalah graf (V',E') dimana V' merupakan himpunan bagian tidak kosong dari V dan E' adalah himpunan bagian dari E.



Gambar 2. Upagraf dari graf K5 (Rosen, 2013)

D. Pohon

Pohon adalah graf tidak berarah yang tidak memiliki sirkuit sederhana. Sebuah graf tidak berarah merupakan pohon jika dan hanya jika terdapat lintasan sederhana unik untuk semua pasangan sisi a dan b.



Gambar 3. Graf G1 dan G2 merupakan pohon sedangkan G3 dan G4 bukan merupakan pohon (Rosen, 2013)

Pohon merentang dari sebuah graf sederhana adalah upagraf yang merupakan pohon yang mengandung semua simpul pada graf tersebut.

Pohon merentang minimum dari sebuah graf berbobot sederhana adalah pohon merentang yang memiliki jumlah bobot paling sedikit.

Ada beberapa algoritma untuk menentukan pohon merentang minimum dari sebuah graf berbobot sederhana, yaitu Algoritma Prim dan Algoritma Kruskal,

Algoritma Prim (Munir, 2012)

1. Ambil sisi dari graf G yang berbobot minimum, masukkan ke dalam T
2. Pilih sisi e yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di T, tetapi e tidak membentuk sirkuit di T. Masukkan e ke dalam T.
3. Ulangi langkah sebanyak n-2 kali

Algoritma Kruskal (Munir, 2012)

1. T masih kosong
2. Pilih sisi e dengan bobot yang minimum yang tidak membentuk sirkuit di T. Masukkan e ke dalam T
3. Ulangi langkah 2 sebanyak n - 2

Kompleksitas algoritma dari Prim dan Kruskal dengan implementasi menggunakan *priority queue* dan *union-find disjoint set* adalah $O(E \cdot \log(V))$ dimana E adalah banyaknya sisi dan V adalah banyaknya simpul.

III. JALUR SEPEDA

Jalur sepeda adalah jalur yang dibangun khusus demi pengguna sepeda. Walaupun sepeda pertama kali ditemukan di Prancis, jalur sepeda pertama kali dikembangkan bukan di Prancis melainkan di Belanda. Pada tahun 1890, Belanda telah memiliki infrastruktur jalur sepeda yang sangat memadai. Setelah Belanda pada tahun 1897, Jerman membangun jalur sepeda di Bremen selebar 2,5 m. Tahun-tahun berikutnya, Negara-negara lain seperti USA juga ikut membangun jalur sepeda. Sekarang jalur sepeda telah banyak dibangun di seluruh dunia.



Gambar 4. Jalur sepeda dua sisi di Belanda (images.google.com)



Gambar 5. Jalur sepeda di Bandung(images.google.com)

Jalur sepeda dapat dibagi menjadi dua berdasarkan bentuknya yaitu jalur sepeda yang dipisah secara fisik dari jalur kendaraan bermotor dan jalur sepeda yang hanya dipisah dengan perbedaan warna jalan. (Wikipedia). Berdasarkan arahnya jalur sepeda juga dapat dibagi menjadi dua yaitu jalur sepeda satu arah dan jalur sepeda dua arah. Jalur sepeda dua arah sering ditemukan di Belanda. Selain itu jalur sepeda ada yang dibangun pada kedua sisi jalan dan juga ada yang hanya dibangun pada salah satu sisi jalan.

Beberapa keuntungan dibangunnya jalur sepeda :

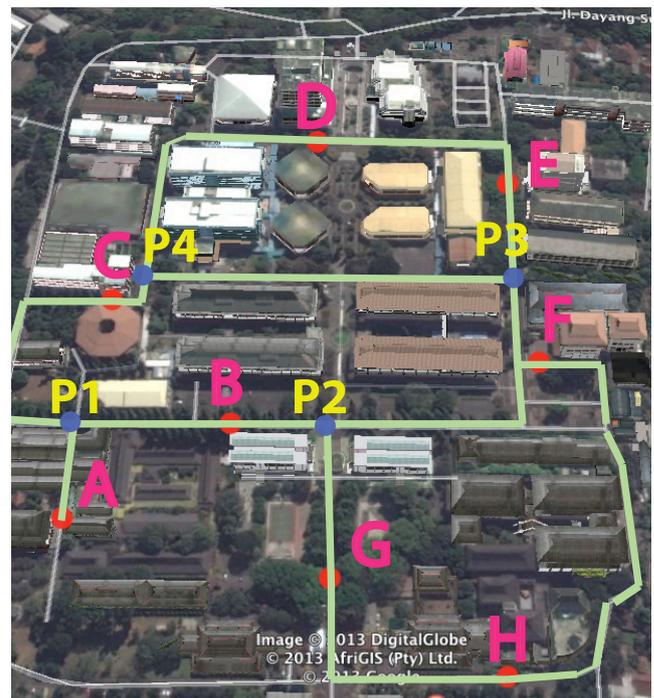
1. Memotivasi masyarakat untuk bersepeda, agar mendapatkan raga yang sehat secara jasmani.
2. Mengurangi polusi dan mencegah terjadinya global warming.
3. Mengurangi kecelakaan lalu lintas dan kemacetan.
4. Bersepeda relatif lebih murah dibandingkan mengendarai kendaraan bermotor.
5. Bebas dari bahan bakar fosil seperti bensin dan lain-lain.

A. Jalur Sepeda di Indonesia

Di Indonesia , pembangunan jalur sepeda masih jarang dilakukan. Beberapa kota yang telah memiliki jalur sepeda adalah Jakarta dan Bandung. Di Jakarta rencana pembangunan jalur sepeda telah direncanakan pada tahun 2009, tetapi jalur sepeda yang dibangun hanya di Melawai dan KBT. Sementara di Bandung, jalur sepeda yang telah dibangun ada di Jalan Watsukencana, Banda ,Saparua, Jalan Aceh dengan lebar 1,2 meter ditandai dengan cat warna hijau yang tidak mudah luntur. Di Indonesia juga sudah terdapat beberapa universitas yang telah membangun jalur sepeda seperti UI(Universitas Jakarta) dan UGM(Universitas Gajah Mada). ITB memiliki *bike shelter* dimana kita dapat meminjam sepeda hingga pukul 5 sore. Namun hingga saat ini, ITB masih belum memiliki jalur khusus sepeda.

IV. PERANCANGAN JALUR SEPEDA DI ITB

Di ITB terdapat beberapa tempat parkir sepeda. Namun tempat parkir ini dirasa kurang cukup untuk menjangkau semua wilayah ITB. Selain itu lokasi beberapa tempat parkir sepeda di ITB kurang efisien karena lokasi yang jarang dilalui oleh mahasiswa. Oleh karena itu penulis akan menentukan beberapa lokasi yang sering dilalui mahasiswa berdasarkan observasi sebagai titik penyimpanan/ parkir sepeda dan memasukkan beberapa tempat parkir yang sudah ada. Beberapa lokasi tersebut dapat dilihat pada peta berikut.



Gambar 6. Peta ITB beserta lokasi tempat parkir sepeda(maps.google.com)

Pada peta tersebut dapat dilihat adanya tempat parkir sepeda yang diwarnai dengan bulatan merah dari A-H, tempat-tempat parkir sepeda ini harus dimodelkan sebagai simpul – simpul pada graf, selain tempat parkir, persimpangan –persimpangan jalan (pada peta ditandai dengan bulatan biru dari P1-P4) juga harus dimodelkan

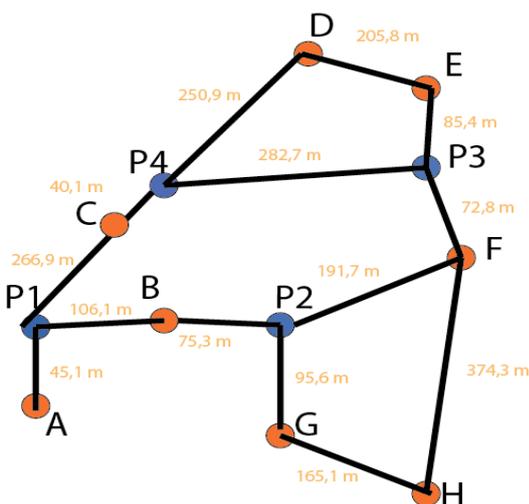
sebagai simpul, kemudian jalur yang menghubungkan tempat parkir dan persimpangan – persimpangan tersebut dimodelkan sebagai sisi pada graf (pada peta diwarnai dengan garis-garis berwarna hijau). Jalan-jalan yang diperhitungkan hanyalah jalan-jalan yang lebar sehingga dapat disisakan sekitar 2 m untuk dibangun jalur sepeda.

Dengan menggunakan teknologi google map didapatkan jarak antar simpul – simpul tersebut seperti pada table berikut. Jarak-jarak yang tertera merupakan hasil pembulatan ke satu desimal.

Jalur	Jarak(m)	Jalur	Jarak(m)
A-P1	45,1	P3-F	72,8
P1-C	266,9	F-P2	191,7
C-P4	40,1	P2-B	75,3
P4-D	250,9	B-P1	106,2
D-E	205,8	P2-G	95,6
E-P3	85,4	G-H	165,1
P4-P3	282,7	F-H	374,3

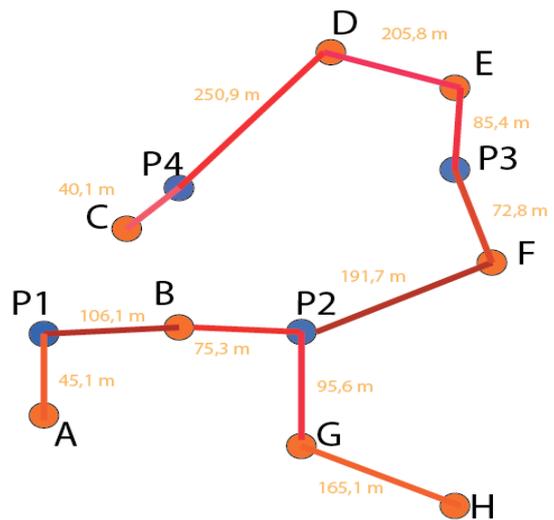
Tabel 1. Jarak dari satu lokasi ke lokasi lainnya.

Data-data diatas kemudian dimodelkan sebagai graf berbobot tidak berarah sebagai berikut :



Gambar 7. Representasi graf berbobot tidak berarah dari peta ITB pada Gambar 7 dan Tabel 1

Dengan menggunakan Algoritma Kruskal didapatkan pohon merentang sebagai berikut :



Gambar 8. Pohon merentang minimum dari graf pada gambar 7

Pohon merentang diatas merupakan hasil pengaplikasian algoritma Kruskal dalam mencari pohon merentang minimum. Simpul – simpul pada graf merepresentasikan tempat parkir sepeda dan persimpangan-persimpangan jalan yang ada di dalam ITB. Sisi – sisi pada graf merepresentasikan jalan-jalan yang menghubungkan satu tempat parkir ke persimpangan jalan atau ke tempat parkir lainnya.

Model jalur sepeda yang cocok pada jalur diatas adalah jalur sepeda dua arah karena jalur diatas bukan merupakan sirkuit Hamilton sehingga dibutuhkan jalur dua arah agar seseorang dapat berpindah dari satu simpul ke simpul lainnya.

Biaya yang diperlukan untuk membangun jalur sepeda tersebut adalah minimal dan mangkus apabila biaya pembangunan sebuah jalur sepeda sebanding dengan panjang jalur yang akan dibangun.

V. KESIMPULAN

Graf merupakan bidang ilmu Matematika Diskrit yang sudah lama ditemukan oleh Leonhard Euler. Banyak permasalahan yang dapat dimodelkan dalam bentuk graf. Salah satu permasalahan tersebut adalah permasalahan membangun jalur sepeda dua arah.

Dalam makalah ini penulis memodelkan permasalahan pembangunan jalur sepeda ke dalam bentuk graf berbobot tidak berarah. Setelah itu, penulis mencari pohon merentang minimum dengan menggunakan algoritma Kruskal sehingga didapatkan jalur dengan jarak terpendek.

Dalam aplikasinya pada pembangunan jalur sepeda, Teori graf sangat berhasil dalam memodelkan dan menyelesaikan masalah tersebut.

REFERENSI

- [1] M. Rinaldi, *Matematika Diskrit*. Bandung : Informatika, 2013, pp. 353-456.
- [2] Rosen, Kenneth H., *Discrete Mathematics and Its Applications*, 4th, McGraw-Hill International 1999.
- [3] maps.google.com 17 Desember 2012, 22:03.
- [4] http://en.wikipedia.org/wiki/Cycling_infrastructure 17 Desember 2012, 21:19

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 17 Desember 2013



Kevin Yudi Utama
13512010