

Aplikasi Pewarnaan Graf Pada Pengaturan Warna Lampu Lalu Lintas

Andreas Dwi Nugroho (13511051)
 Program Studi Teknik Informatika
 Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
 Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
 13511051@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Makalah ini membahas tentang penerapan pewarnaan graf untuk menyelesaikan masalah pengaturan warna lampu lalu lintas pada sebuah perempatan jalan. Pada perempatan jalan tersebut terdapat 4 buah lampu lalu lintas. Nyala lampu lalu lintas diatur sedemikian rupa sehingga tidak akan terjadi tabrakan antar kendaraan yang melintas di jalan tersebut. Untuk pengaturan warna lampu lalu lintas yang menyala dapat diselesaikan dengan teknik pewarnaan graf. Teknik pewarnaan graf yang digunakan adalah pewarnaan simpul. Simpul yang akan dipakai melambangkan jalur yang dilewati kendaraan. Kemudian menghubungkan beberapa simpul dengan sisi. Setelah itu memberi warna yang berbeda pada setiap simpul yang bertetangga dengan jumlah warna yang digunakan sesedikit mungkin.

Kata kunci—Graf, Pewarnaan Graf, Lampu Lalu Lintas, Simpul.

I. PENDAHULUAN

Teori graf merupakan pokok bahasan yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan sampai saat ini. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek dinyatakan sebagai noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis.

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , yang dalam hal ini :

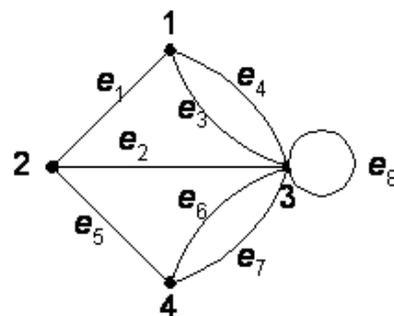
V = himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) = $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

dan

E = himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepanjang simpul = $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

Atau dapat ditulis singkat notasi $G = (V, E)$. definisi tersebut menyatakan V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya harus ada, minimal satu. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan

antara objek-objek tersebut. Secara geometri, graf bisa digambarkan seperti contoh berikut

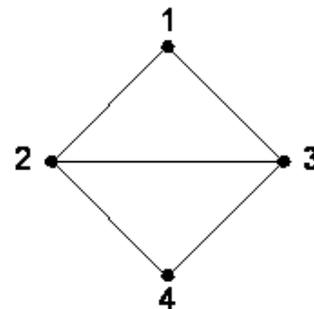


Gambar 1. Contoh graf

Pada gambar diatas, sisi $e_3 = (1,3)$ dan sisi $e_4 = (1,3)$ dinamakan sisi-ganda (*multiple edges* atau *parallel edges*) karena kedua sisi tersebut menghubungkan dua simpul yang sama, yaitu simpul 1 dan simpul 3. Sedangkan sisi $e_8 = (3,3)$ dinamakan sisi gelang atau kalang (*loop*) karena ia berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

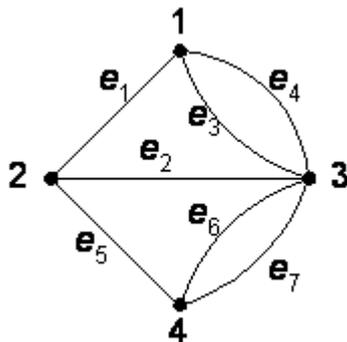
Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf dapat digolongkan menjadi dua jenis, yaitu graf sederhana dan graf tak-sederhana.

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda.



Gambar 2. Contoh graf sederhana

Sedangkan graf tak-sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Ada dua jenis graf-tak-sederhana, yaitu graf ganda (*multigraph*) dan graf semu (*pseudograph*). Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Graf semu adalah graf yang mengandung gelang termasuk jika mempunyai sisi ganda pada graf tersebut. Graf pada Gambar 1 merupakan salah satu contoh graf semu. Gambar di bawah ini adalah graf ganda.



Gambar 3. Contoh graf ganda

Berikut ini beberapa terminologi dasar yang menyangkut tentang graf.

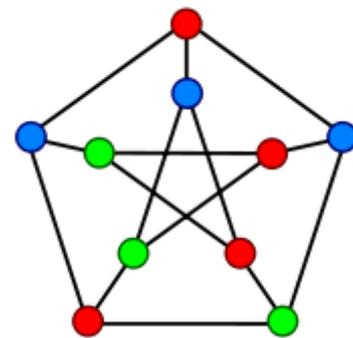
1. Bertetangga
Dua buah simpul pada graf tak berarah G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi pada graf G .
2. Bersisian
Untuk sembarang sisi $e = (v_j, v_k)$, sisi e dikatakan bersisian dengan simpul v_j dan simpul v_k .
3. Simpul Terpencil
Simpul terpencil ialah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya. Atau, dapat juga simpul terpencil adalah simpul yang tidak satupun bertetangga dengan simpul-simpul lainnya.
4. Graf Kosong
Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong. Dan ditulis sebagai N_n , yang dalam hal ini n adalah jumlah simpul.
5. Derajat
Derajat suatu simpul pada graf tak berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.
6. Lintasan
Lintasan yang panjangnya n dan simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan selang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $i_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_{n-1}, v_n)$, adalah sisi – sisi dari graf G .
7. Siklus atau Sirkuit
Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut siklus atau sirkuit.

8. Terhubung
Graf tak berarah G disebut graf terhubung jika untuk setiap pasang simpul u dan v di dalam himpunan V terdapat lintasan dari u ke v .

II. PEWARNAAN GRAF

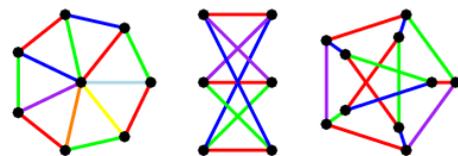
Pewarnaan graf (*graph coloring*) adalah kasus khusus dari pelabelan graf. Pelabelan disini maksudnya, yaitu memberikan warna pada titik-titik pada batas tertentu. Ada tiga macam pewarnaan graf :

1. Pewarnaan simpul
Pewarnaan simpul (*vertex coloring*) adalah member warna pada simpul-simpul suatu graf sedemikian sehingga tidak ada dua simpul bertetangga mempunyai warna yang sama.



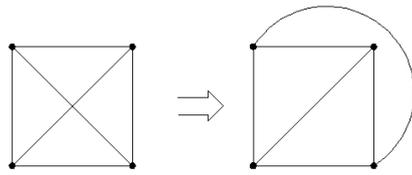
Gambar 4. Contoh pewarnaan simpul

2. Pewarnaan sisi
Pewarnaan sisi (*edge coloring*) adalah memberi warnaberbeda pada sisi yang bertetangga sehingga tidak ada dua sisi yang bertetangga mempunyai warna yang sama.



Gambar 5. Contoh pewarnaan sisi

3. Pewarnaan bidang
Pewarnaan bidang adalah memberi warna pada bidang sehingga tidak ada bidang yang bertetangga mempunyai warna yang sama. Pewarnaan bidang hanya bisa dilakukan dengan membuat graf tersebut menjadi graf planar terlebih dahulu. Graf planar adalah graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi-sisi yang tidak saling memotong (bersilangan), seperti yang ditunjukkan gambar di bawah ini.



Gambar 6. Contoh graf planar

Setelah terbentuk graf planar, lalu memberikan warna berbeda untuk setiap bidang yang berdekatan. Dan jumlah warna yang digunakan harus sedikit mungkin.

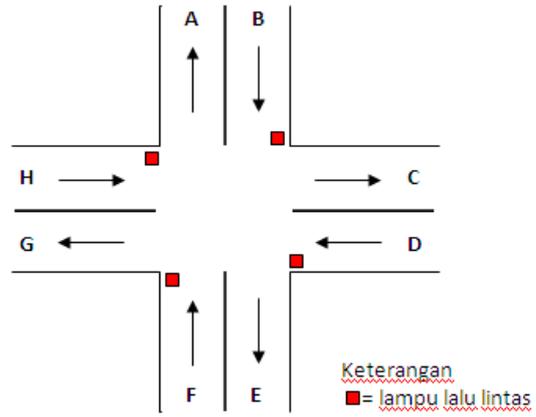


Gambar 7. Contoh pewarnaan bidang

Dalam pewarnaan graf, jumlah warna yang digunakan untuk mewarnai simpul, sisi, maupun bidang diusahakan sesedikit mungkin. Jumlah warna minimum yang dapat digunakan tersebut disebut bilangan kromatik graf G , disimbolkan dengan $\chi(G)$. Suatu graf G yang mempunyai bilangan kromatis k dilambangkan dengan $\chi(G) = k$.

III. PENGATURAN WARNA PADA LAMPU LALU LINTAS MENGGUNAKAN GRAF

Sudah disebutkan sebelumnya bahwa sampai saat ini, teori graf masih diterapkan di berbagai persoalan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya aplikasi pewarnaan graf dalam pengaturan warna lampu lalu lintas di perempatan jalan sehingga mencegah terjadinya tabrakan di perempatan jalan tersebut.



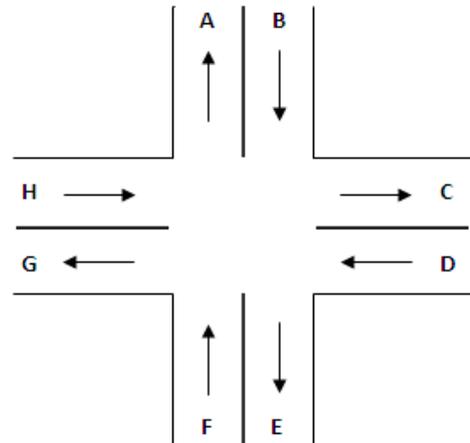
Gambar 8. Lampu lalu lintas perempatan jalan

Seperti yang ditunjukkan pada gambar diatas, sebuah perempatan jalan mempunyai 4 buah lampu lalu lintas. Lampu lalu lintas pada jalan B dan F menyala bersamaan. Lampu lalu lintas pada jalan D dan H juga menyala bersamaan.

Dalam perempatan jalan tersebut diketahui jika lampu di jalan B dan F menyala hijau maka jalur yang boleh digunakan adalah dari B ke E, F ke A. selain itu jalur langsung belok kiri juga diperbolehkan, yaitu dari B ke C, dan F ke G.

Jika di jalan D dan H lampu hijau menyala maka jalur yang boleh digunakan untuk melintas adalah jalur dari D ke E, D ke G, H ke A, dan H ke C. Dalam kondisi ini, jalur langsung belok kiri juga diperbolehkan.

Untuk menyelesaikan permasalahan pada pembuatan lampu lalu lintas pada sebuah perempatan jalan, maka hal yang harus dilakukan terlebih dahulu adalah menentukan jalur mana yang bisa berjalan dengan member lampu hijau di tempat tertentu dan member lampu merah agar kendaraan pada lintasan yang lain berhenti sehingga tidak terjadi tabrakan.

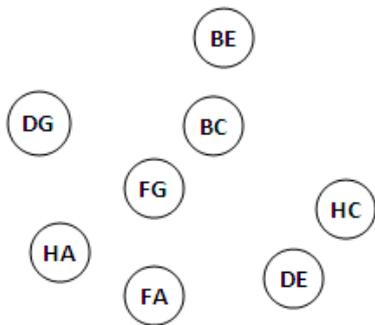


Gambar 9. Jalur di perempatan jalan

Diketahui bahwa jalur yang bisa digunakan untuk

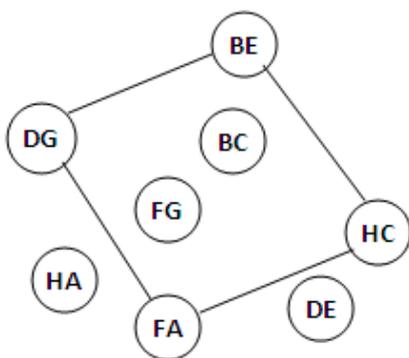
melintas adalah dari B ke C, B ke E, D ke E, D ke G, F ke G, F ke A, H ke A, dan H ke C. Setelah mengetahui jalur mana saja yang bisa dilewati, berikut langkah-langkah untuk mengatur lampu lalu lintas menggunakan graf.

1. Membuat simpul-simpul sebagai tanda dari semua jalur yang bisa dilewati dalam perempatan jalan. Letak dari simpul-simpul tersebut bebas, tidak ada aturan tertentu untuk mengharuskan simpul harus diletakkan di posisi mana karena hal itu tidak terlalu berpengaruh.



Gambar 10. Simpul-simpul dari jalur jalan

2. Menentukan sisi untuk menghubungkan 2 simpul yang saling melintas atau berseberangan. Untuk memudahkan hal ini, carilah simpul-simpul yang menunjukkan jalur mana saja yang akan bertabrakan jika semua lampu lalu lintas berwarna hijau. Pada Gambar 9 terlihat bahwa jalur BE dan DG, BE dan HC, FA dan DG, FA dan HC saling berseberangan. Karena BE dan DG berseberangan, maka kedua simpul tersebut dihubungkan dengan garis yang disebut sisi. Setelah itu, simpul-simpul lain yang saling berseberangan juga dihubungkan dengan sebuah sisi.

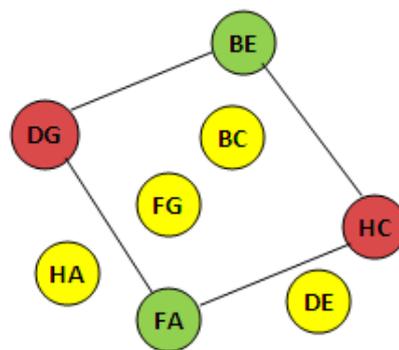


Gambar 11. Graf jalur jalan

3. Setelah menghubungkan semua simpul (jalur) yang saling berseberangan, langkah selanjutnya

yang harus dilakukan adalah memberi warna pada masing-masing simpul dengan ketentuan pemberian warnanya sebagai berikut

- Menggunakan jumlah warna sedikit mungkin
- Simpul yang bertetangga (terhubung dengan sisi) tidak boleh berwarna sama
- Memberi warna yang sama pada simpul yang tidak terhubung secara langsung
- Simpul yang tidak terhubung dengan sisi (simpul terpercil), berarti jalur tersebut boleh berlaku lampu lalu lintas berwarna hijau terus.
- Warna yang digunakan bebas.



Gambar 12. Pewarnaan pada simpul graf

Berdasarkan gambar diatas, semua simpul telah diwarnai sesuai ketentuan pewarnaan pada graf. Graf diatas memiliki bilangan kromatis 3 ($\chi(G) = 3$) karena jumlah minimum warna yang digunakan sebanyak 3. Simpul FA dan BE berwarna sama yaitu hijau karena keduanya tidak terhubung/bertetangga. Tapi simpul DG dan HC terhubung dengan simpul FA dan BE sehingga harus diberi warna yang berbeda yaitu warna merah. Sementara simpul HA, BC, DE, FG diberi warna sama yaitu kuning karena simpul-simpul tersebut adalah simpul terpercil yang tidak terhubung dengan simpul lain dan itu berarti bahwa jalur-jalur dari simpul tersebut tidak ada yang saling melintas sehingga keempat jalur itu bisa berlaku lampu hijau terus.

4. Langkah selanjutnya adalah mengelompokkan simpul-simpul tersebut berdasarkan kesamaan warna.
 - Merah = DG dan HC
 - Hijau = BE dan FA
 - Kuning = BC, DE, FG, dan HA

Dari pengelompokkan tersebut diperoleh 2 kondisi untuk lampu lalu lintas di perempatan jalan.

Lampu Merah	DG, HC
Lampu Hijau	BE, FA, BC, DE, FG, HA

Tabel 1. Kondisi lampu lalu lintas 1

Lampu Merah	BE, FA
Lampu Hijau	DG, HC, BC, DE, FG, HA

Tabel 2. Kondisi lampu lalu lintas 2

Berdasarkan tabel-tabel diatas, lampu merah berarti bahwa jalur tidak boleh digunakan untuk melintas, sedangkan lampu hijau menunjukkan bahwa jalur bisa digunakan untuk melintas.

Pada Tabel 1, jika di jalan D dan H lampu merah menyala maka jalur DG dan HC tidak boleh digunakan. Disaat yang bersamaan di jalan B dan F lampu hijau menyala sehingga jalur BE dan FA boleh digunakan. Karena langsung belok kiri juga diperbolehkan, maka jalur BC, DE, FG, HA juga bisa digunakan untuk melintas.

Hal-hal tersebut juga berlaku untuk Tabel 2, ketika di jalan B dan F lampu merah menyala maka di jalan D dan H lampu hijau akan menyala. Sehingga jalur-jalur yang bisa digunakan antara lain DG, HC, BC, DE, FG, dan HA.

IV. KESIMPULAN

Teori graf merupakan pokok bahasan yang sudah lama tapi sampai sekarang masih memiliki terapan di berbagai persoalan dalam kehidupan sehari-hari, salah satu contohnya adalah penggunaan pewarnaan graf pada pengaturan lampu lalu lintas di perempatan jalan.

Masalah pembuatan lampu lalu lintas dapat dimodelkan dalam bentuk graf. Untuk mencari solusi dari permasalahan pengaturan warna lampu lintas dapat digunakan teknik pewarnaan simpul pada graf.

Untuk penyelesaian dari pengaturan warna pada lampu lalu lintas di perempatan jalan, jumlah minimum warna yang digunakan untuk pewarnaan simpul adalah 3.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2091 Struktur Diskrit, Institut Teknologi Bandung, Bandung, 2008.
- [2] Samawa, Adeka, Pewarnaan Graf (Graph Coloring) <http://adekasamawa.wordpress.com/2010/01/26/pewarnaan-graf-graph-coloring/>. Tanggal akses : 17 Desember 2012 pukul 19.00
- [3] <http://bloglogika.blogspot.com/2011/02/pengaturan-warna-pada-lampu-lalu-lintas.html>. Tanggal akses : 16 Desember 2012 pukul 20.00

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 18 Desember 2012



Andreas Dwi Nugroho (13511051)