

Solusi Kuis ke-3 IF2091 Struktur Diskrit (3 SKS) – Induksi Matematika, Teori Bilangan  
Dosen: Rinaldi Munir, Harlili  
Rabu, 14 November 2012  
Waktu: 70 menit

1. Alif hendak membagikan 12 buah permen oleh-oleh dari Korea kepada kelima adiknya. Jika setiap adik harus diberikan paling sedikit satu buah permen, ada berapa banyak cara Alif untuk membagikan semua permennya?

(Nilai: 10)

**Jawaban:**

Permasalahan dapat dimodelkan sebagai mencari banyak penyelesaian dari persamaan  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$  dengan setiap  $x_i$  merupakan bilangan asli.

**Cara 1**

Pencarian banyak solusi persamaan tersebut dapat diilustrasikan dengan mencari banyak cara meletakkan 4 sekat (karena ada 4 tanda tambah) pada barisan 12 bintang (dengan demikian akan ada 11 ruang yang dapat diisi sekat). Karena urutan pemempatan keempat sekat tidak diperhatikan, maka banyak cara menempatkan keempat sekat adalah  $\binom{11}{4} = \frac{11!}{4!7!} = 330$ .

Untuk setiap bintang yang dibatasi sekat, menunjukkan nilai dari setiap  $x_i$ .

**Cara 2**

Ubah setiap  $x_i$  menjadi  $y_i = x_i - 1$  supaya solusi persamaan dapat berupa 0. Persamaan baru menjadi  $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 7$  untuk bilangan bulat nonnegatif  $y_i$ . Banyak kemungkinan solusinya ada  $\binom{7+5-1}{7} = \binom{11}{7} = \frac{11!}{7!4!} = 330$ .

2. Dalam suatu perusahaan,terdapat pekerja dengan inisial nama A,B,C,D.Perusahaan tersebut akan membuat jadwal A,B,C dan D akan bekerja secara bergilir. Tentukan banyak urutan bekerja yang dapat disusun dengan C selalu pada giliran pertama!

(Nilai: 10)

**Jawaban:**

Jika posisi /tempat pertama dapat diisi dengan  $r_1$  cara yang berbeda, tempat kedua dengan  $r_2$  cara, dan seterusnya, sehingga langkah ke n ada  $r_n$  cara, maka banyaknya cara untuk mengisi n tempat yang tersedia adalah :

$$r_1 \times r_2 \times \dots \times r_n$$

Terdapat 4 urutan dimana urutan pertama selalu diisi oleh C

1. X. X. X.

dimana:

1 = posisi C

X pertama = 3 → posisi selain C

X kedua = 3-1 = 2 → posisi tersisa

X ketiga = 2 - 1 = 1 → posisi tersisa terakhir

sehingga banyaknya urutan bekerja = 1 x 3 x 2 x 1 = 6

3. Di suatu laboratorium terdapat 4 berjana *erlenmeyer* untuk suatu percobaan.
- Berapa kemungkinan cara mencampur 20 zat kimia jika 1 zat harus habis pada 1 erlenmeyer? Hitung jawaban anda! (asumsi bahwa kapasitas sebuah erlenmeyer dapat menampung total 20 zat)
  - Jika awalnya 4 *erlenmeyer* sudah diisi masing-masing 2 zat, berapa kemungkinan cara mencampur zat kimia? **(Nilai: 20)**

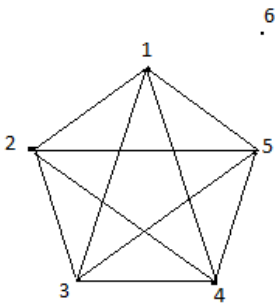
**Jawaban:**

- $C(4+20-1,20) = 23!/(20!3!) = 1771$
- $C(4+12-1,12) = 15!/(12!3!) = 455$

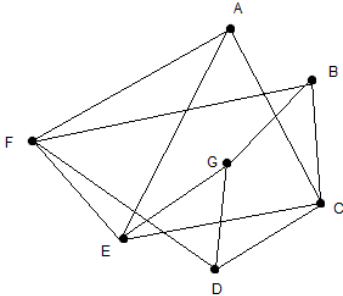
4. Gambarkan contoh graf tak terhubung G yang memiliki 6 simpul dan 10 sisi. **(Nilai: 10)**

**Jawaban:**

Berikut adalah G dengan 6 simpul dan 10 sisi. Terlihat bahwa 10 sisi yang dimilikinya membentuk graf lengkap dengan 5 simpul:



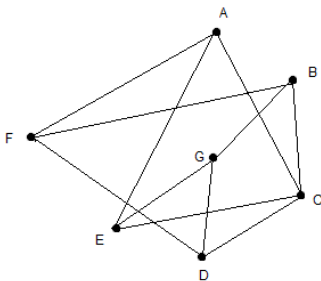
5. Diketahui graf sebagai berikut, buktikan dengan teorema Kuratowski bahwa graf di atas tidaklah planar



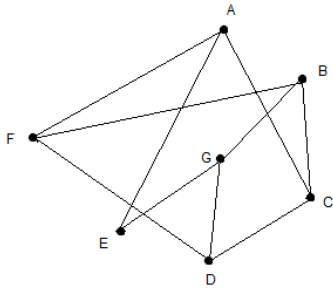
**(Nilai: 20)**

**Jawaban:**

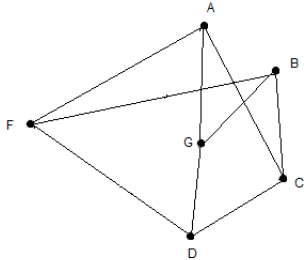
Pertama-tama, hilangkan garis antara E dan F sehingga upagrafnya :



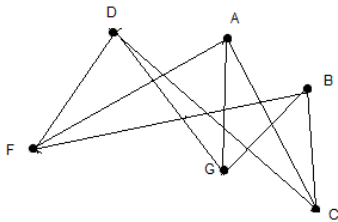
Lalu, hilangkan garis antara E dan C, sehingga upagrafnya :



Lalu, Hilangkan secara homeomorfik titik E

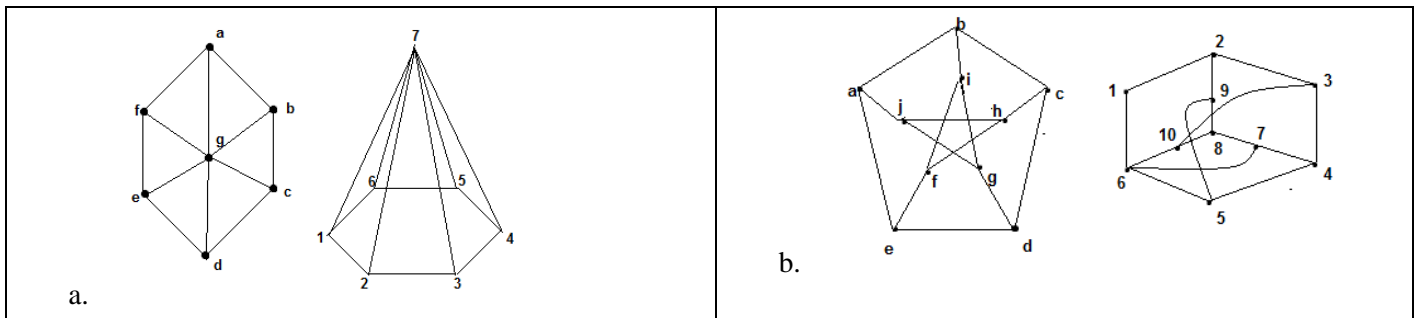


Rapikan graf, maka akan didapatkan :



Yang merupakan graf Kuratowski ke dua ( $K_{3,3}$ ), karena graf tersebut mengandung upagraf yang merupakan graf Kuratowski, maka menurut teorema Kuratowski graf di atas terbukti tidak planar.

6. Apakah pasangan graf berikut merupakan isomorfik? Jika iya, tentukan pasangan dari tiap titik yang sesuai.



(Nilai: 15)

**Jawaban:**

- a. Isomorfik, titik yang bersesuaian:  
(a,1),(b,2),(c,3),(d,4),(e,5),(f,6),(g,7)
- b. Bukan isomorfik

7. Apakah graf di bawah ini (direpresntasikan dengan matriks ketetanggaan):

- a) Graf Euler?
- b) Punya lintasan Euler?
- c) Graf Hamilton?

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Jelaskan alasan Anda! Jelaskan pula sifat dari lintasan atau sirkuit Euler dan Hamilton untuk setiap jawaban anda!

**(Nilai: 15)**

**Jawaban:**

- a. Bukan graf euler karena suatu graf adalah graf euler jika dan hanya jika setiap simpul dalam graf berderajat genap, dapat dilihat ada 2 simpul yang berderajat ganjil (derajat 3)
- b. Ya, karena terdapat 2 simpul berderajat ganjil.
- c. Ya, karena derajat setiap simpul lebih besar atau sama dengan  $n/2$  atau lebih besar sama dengan dari  $6/2 = 3$