

Solusi Kuis ke-1 IF2091 Struktur Diskrit (3 SKS) - Logika, Himpunan, Relasi dan Fungsi
Dosen: Rinaldi Munir, Harlili
Senin, 24 September 2012
Waktu: 55 menit

1. Ubahlah masing-masing kalimat berikut ke dalam *compound statement* tanpa melibatkan implikasi dan biimplikasi.
- Duduk terlalu lama di depan komputer mengakibatkan gangguan pada penglihatan dan kelainan pada postur tubuh.
 - Jika kamu ingin diperlakukan baik oleh orang lain maka berlakulah baik terlebih dahulu, begitu pula sebaliknya.

Jawaban:

a. Misal :

p = Duduk terlalu lama di depan komputer

q = gangguan pada penglihatan

r = kelainan pada postur tubuh

kalimat tersebut apabila ditranslasikan ke dalam *compound statement*, akan didapatkan hasil berikut :

$$\begin{aligned} p &\rightarrow (q \wedge r) \\ \Leftrightarrow &\sim(p \wedge \sim(q \wedge r)) \\ \Leftrightarrow &\sim p \vee (q \wedge r) \end{aligned}$$

b. Misal :

s = diperlakukan baik oleh orang lain

t = berlaku baik terlebih dahulu

kalimat tersebut apabila ditranslasikan ke dalam *compound statement*, akan didapatkan hasil berikut :

$$\begin{aligned} s &\leftrightarrow t \\ \Leftrightarrow &(s \rightarrow t) \wedge (t \rightarrow s) \\ \Leftrightarrow &(\sim s \vee t) \wedge (\sim t \vee s) \end{aligned}$$

2. Bima, CH, dan Destra sedang diintrogasi oleh *polygraph* milik Erwin yang baru saja kehilangan kuenya. Mereka bertiga dicurigai dan memberikan argumen berikut:

Bima: Jika Destra tidak memakan kue itu maka CH juga tidak

CH: Jika Bima memakan kue itu maka saya dan Destra tidak memakannya

Destra: Jika Bima tidak memakannya tetapi CH iya maka saya tidak memakannya

Ternyata *polygraph* milik Erwin menunjukkan hanya CH yang berkata jujur. Jadi, siapakah yang memakan kue milik Erwin?

Jawaban:

Misalkan:

p: Bima tidak memakan kue

q: CH tidak memakan kue

r: Destra tidak memakan kue

Maka pernyataan Bima (B) menjadi $r \Rightarrow q$, pernyataan CH (C) menjadi $\neg p \Rightarrow (q \wedge r)$, pernyataan Destra (D) menjadi $(p \wedge \neg q) \Rightarrow \neg r$. Bila dibuatkan tabel kebenarannya, didapat:

p	q	r	$r \Rightarrow q$	$\neg p \Rightarrow (q \wedge r)$	$(p \wedge \neg q) \Rightarrow \neg r$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	F	F	T
F	F	F	T	F	T

Kondisi hanya CH yang jujur terjadi saat p dan r benar sedangkan q salah. Jadi, hanya CH lah yang memakan kue milik Erwin.

3. Buktikan bahwa: $(A \oplus U) \oplus (A \oplus \bar{A}) = A$

Jawaban:

$$\begin{aligned}
& (A \oplus U) \oplus (A \oplus \bar{A}) = A \\
& = ((A - U) \cup (U - A)) \oplus (A \oplus \bar{A}) = A \quad (\text{Definisi operasi beda setangkep}) \\
& = (\emptyset \cup \bar{A}) \oplus (A \oplus \bar{A}) = A \quad (\text{Hukum operasi selisih}) \\
& = \bar{A} \oplus (A \oplus \bar{A}) = A \quad (\text{Hukum identitas}) \\
& = \bar{A} \oplus ((A - \bar{A}) \cup (\bar{A} - A)) = A \quad (\text{Definisi operasi beda setangkep}) \\
& = \bar{A} \oplus (A \cup \bar{A}) = A \quad (\text{Definisi operasi selisih}) \\
& = \bar{A} \oplus U = A \quad (\text{Definisi komplemen}) \\
& = (\bar{A} - U) \cup (U - \bar{A}) = A \quad (\text{Definisi operasi beda setangkep}) \\
& = \emptyset \cup A = A \quad (\text{Hukum null dan hukum identitas}) \\
& \text{Q.E.D}
\end{aligned}$$

4. Hitunglah banyak bilangan genap diantara 1 sampai 2000 yang habis dibagi 7 tetapi tidak habis dibagi 9.

Jawaban:

Banyak bilangan tersebut adalah banyak bilangan yang habis dibagi 2 dan 7 dikurangi banyak bilangan yang habis dibagi 2,7, dan 9.

$$\text{Banyak bilangan habis dibagi 2 dan 7} = \left\lfloor \frac{2000}{14} \right\rfloor = 142. \text{ Banyak bilangan habis dibagi 2,7, dan 9 ada } \left\lfloor \frac{2000}{126} \right\rfloor = 15.$$

Jadi, banyak bilangan tersebut adalah $142 - 15 = 127$.

5. Terdapat matriks relasi sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Apakah matriks di atas bersifat :

- refleksif?
- setangkep?
- tolak setangkep?
- transitif?

Sebutkan alasannya!

Jawaban:

- Refleksif, karena elemen diagonal utamanya selalu bernilai 1
- Tidak setangkep, karena untuk $a, b \in R$ tidak berlaku $b, a \in R$, hal ini dapat dilihat dari bentuk matriks yang tidak berbentuk pencerminan pada diagonalnya.
- Tolak setangkep, karena untuk $a, b \in R$ berlaku $b, a \in R$ jika dan hanya jika $a=b$, dapat dilihat dari bentuk matriks yang selalu berlawanan jika diambil garis di diagonalnya.
- Transitif, karena untuk $a, b \in R$ dan $b, c \in R$ maka dapat dilihat dari matriks bahwa $a, c \in R$

6. Diketahui Fungsi Chebysev sebagai berikut

$$T(n,x) \begin{cases} 1, n = 0 \\ x, n = 1 \\ 2xT(n-1, x) - T(n-2, x), n > 1 \end{cases}$$

Berdasarkan fungsi Chebysev di atas, tentukan $T(4,2)$.

Jawaban:

$$\begin{aligned} T(4,2) &= 2(2) T(3,2) - T(2,2) \\ &= 4(2(2)T(2,2) - T(1,2)) - (2(2)T(1,2) - T(0,2)) \\ &= 4(4T(2,2) - 2) - (4(2) - 1) \\ &= 16T(2,2) - 8 - 7 \\ &= 16(2(2)T(1,2) - T(0,2)) - 15 \\ &= 16(4(2) - 1) - 15 \\ &= 97 \end{aligned}$$